

DC サーボモータシステムの低電力最適制御 — 行過ぎ量の特性解析 —

木村 純壮*

Low Electric Power Optimal Control for a DC Servo Motor System
- Analysis of Overshoot Characteristics -

Junso KIMURA*

ABSTRACT

A low electric power optimal control for a DC servo motor system has already been proposed by the author, which reduces electric power consumption of DC servo motor directly by means of optimal regulator theory. In previous studies, basic behavior of electric power saving and transient response characteristics of this method were investigated. But overshoot characteristics have not been made clear. In this paper, the overshoot characteristics of proposed control system will be analyzed in detail. As a result, it is found that overshoot and overshoot time affect the low electric power function.

キーワード：DC サーボモータ，電力，節電，最適レギュレータ，行過ぎ量

Keywords: DC servo motor, electric power, saving, optimal regulator, overshoot

1. はじめに

機械システムのアクチュエータとして多数のサーボモータが使用されている。駆動負荷を含めたサーボシステムの制御は、機械システムの性能を左右し、非常に重要である。

これまでDCサーボモータシステムについてたくさんの制御法が研究されている。著者は、DCサーボモータシステムに対して最適レギュレータによる制御を検討してきた。その中で、重み行列の調整により省エネルギー制御[1]を試行した。また、DCサーボモータシステムのモータ消費電力を直接的に低減する最適レギュレータの設計方法[2]を提案している。これまでの研究で、基本的な電力低減化機能、設計した制御系の過渡応答特性[3,4]は確認している。しかし、過渡応答特性の行過ぎ量等については詳細な解析を行っていない。これまでに解析済みの整定時間、立ち

上がり時間、遅れ時間に加えて行過ぎ量、行過ぎ時間の特性が明らかになれば、提案している制御系設計法における時間応答波形と消費電力低減機能の関係をより詳細に把握、解明できると期待される。

そこで、本研究では、提案したDCサーボモータシステムの低電力最適制御の過渡応答特性のうち、行過ぎ量、行過ぎ時間について詳細に解析する。具体的には、電力調整用の設計パラメータに対する行過ぎ量、行過ぎ時間の挙動、消費電力と行過ぎ量、行過ぎ時間との関係を明らかにする。これらの解析結果から、提案した制御系では、導入した設計パラメータを変更することにより、過渡応答波形の行過ぎ量、行過ぎ時間の調整を可能としており、低電力性能達成に寄与していると考えられる。

2. 制御対象と数学モデル

本研究では、図1のDCサーボモータシステムを制

御対象とする。

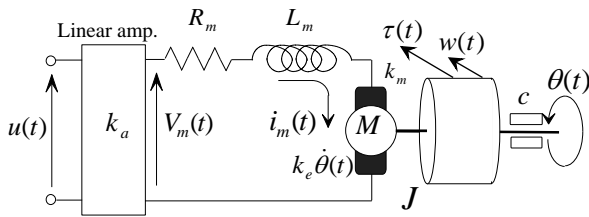


図1 DCサーボモータシステム

図1中の各変数やパラメータは、次のとおりである。各変数は、それぞれ $\theta(t)$ [rad]: 回転角度, $\tau(t)$ [N·m]: モータトルク, $i_m(t)$ [A]: モータ電流, $V_m(t)$ [V]: モータ電圧, $u(t)$ [V]: 制御入力 である。また、各パラメータは、表1に示すとおりである。これらは、文献[5]の値を参照した。

表1 DCサーボモータシステムのパラメータ

記号	表記	値	単位
k_a	リニアパワーアンプゲイン	1.0	V/V
R_m	モータ電気子抵抗	2.0	Ω
L_m	モータ電気子インダクタンス	0.5	H
k_e	逆起電力定数	0.1	V·s/rad
k_m	モータトルク定数	0.1	N·m/A
J	総慣性モーメント	2.0×10^{-2}	kg·m ²
c	粘性抵抗係数	0.2	N·m·s/rad

図1に示したモデルは、簡単な物理の知識により次式のように表現することができる。

$$V_m(t) = k_a u(t) \quad (1)$$

$$R_m i_m(t) + L_m \frac{di_m(t)}{dt} + k_e \dot{\theta}(t) = V_m(t) \quad (2)$$

$$J \ddot{\theta}(t) + c \dot{\theta}(t) = k_m i_m(t) = \tau(t) \quad (3)$$

(1)式はモータを駆動するリニアパワーアンプの特性を表す。(2)式はモータの等価回路にキルヒホッフの法則を適用して得ることができる。(3)式は機械系の回転運動特性を表した式である。

(1)から(3)式より、DCサーボモータシステムの状態空間表現(4)式を誘導することができる。

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4)$$

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{c}{J} & \frac{k_m}{J} \\ 0 & -\frac{k_e}{L_m} & -\frac{R_m}{L_m} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_a}{L_m} \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0]$$

ここで、状態変数 $x_1(t) = \theta(t)$, $x_2(t) = \dot{\theta}(t)$, $x_3(t) = i_m(t)$ とおいた。(4)式の(C, A, B)より、本制御対象は、可制御・可観測である。

3. 低電力最適制御システムの設計

DCサーボモータシステムに対する低電力を考慮した最適レギュレータについて述べる。

設計パラメータ α を導入し、線形2次形式評価関数(5)式とその式中の重み行列 Q, R, N を次のように定め、これを最小化する状態フィードバック制御系を設計する。

$$J = \int_0^{\infty} (x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t) + 2x^T(t)Nu(t)) dt \quad (5)$$

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha q_3 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$R = [\alpha r] \quad (7)$$

$$N = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha k_a \end{bmatrix} \quad (8)$$

ここで、(9)式から(13)式までを満たすように決定する。

$$\alpha > 0 \quad (9)$$

$$q_1 > 0 \quad (10)$$

$$q_2 > 0 \quad (11)$$

$$q_3 - \frac{k_a^2}{r} > 0 \quad (12)$$

$$r > 0 \quad (13)$$

本設計法では、次の条件が満たされなければならない。

(A, B) 可安定

$$R > 0, Q - NR^{-1}N^T \geq 0$$

($Q - NR^{-1}N^T, A - BR^{-1}N^T$) の不可観測モードは虚軸上にない

これらに対して、

$$Q - NR^{-1}N^T = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha(q_3 - \frac{k_a^2}{r}) \end{bmatrix} \quad (14)$$

となり、(9)式～(13)式から上記 $Q - NR^{-1}N^T \geq 0$ は満たされる。

最適レギュレータを設計するには、リカッチ方程式(15)式の唯一正定解 P を用いてフィードバックゲインを決定する。フィードバックゲインは(16)式により計算する。(17)式は、フィードバック制御則である。

$$PA + A^T P - (PB + N)R^{-1}(B^T P + N^T) = -Q \quad (15)$$

$$K = R^{-1}(B^T P + N^T) \quad (16)$$

$$u(t) = -Kx(t) \quad (17)$$

ここで、設計パラメータ α を増加すれば、電力量 W を抑制、低減することが可能である。

また、制御対象(4)式に対して状態推定オブザーバを用いて状態推定を行い、その推定状態に基づいて、状態フィードバック制御を実行する。オブザーバゲイン F の設計は、最適レギュレータ問題の双対問題 (A^T, C^T) を求解して決定できる。

図2に設計した低電力最適制御系の構成を示す。

4. 数値シミュレーション

制御対象のモデル、設計した低電力最適制御系、状態推定オブザーバを用いて、数値シミュレーションを実行した。

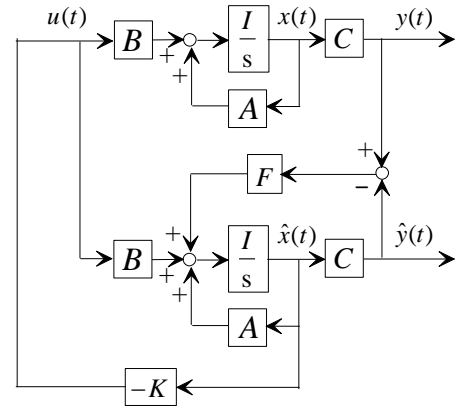


図2 低電力最適制御系の構成

数値シミュレーションの実験条件を以下に示す。

初期値: $\pi/3$ [rad]

計算刻み: 1.0×10^{-4} [s]

オブザーバ初期状態推定誤差: 0

重み行列は次式とした。

$$\begin{cases} Q = \begin{bmatrix} 2.0 \times 10^3 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0 \times 10^1 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \times 10^0 \alpha \end{bmatrix} \\ R = [1.0 \times 10^1 \alpha] \end{cases} \quad (26)$$

オブザーバ設計用の重み行列 Q_{ob}, R_{ob} は、次式とした。

$$\begin{cases} Q_{ob} = \begin{bmatrix} 3.0 \times 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0 \times 10^3 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \times 10^1 \end{bmatrix} \\ R_{ob} = [1.0 \times 10^2] \end{cases} \quad (27)$$

α に対する電力量 W の特性を図3に示す。図3をみれば、 $\alpha = 10^{-4}$ から $\alpha = 10^2$ までの計算解析した全範囲において、 α を増加するにしたがって制御に必要な電力量が一様に減少していることがわかる。 $\alpha = 10^0$ を境界として減少傾向は多少変化しているものの、電力量低減化効果を明確に確認することができる。本研究では、これまでの研究[2-4]とは異なる制御対象・パラメータに対して解析を行ったが、従来同様に、設計パラメータ α を調整することにより、制御に必要な電力量を抑制して、低減化できると考えられる。

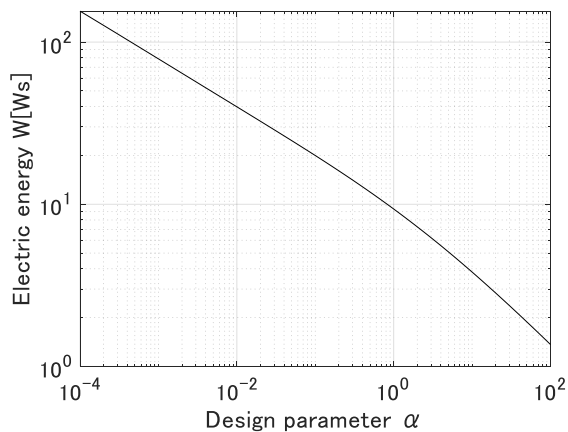


図3 電力量の応答

次に、設計パラメータ α に対する行過ぎ量、行過ぎ時間の特性、電力量と行過ぎ量、行過ぎ時間の関係を解析した。その結果を、図4から図7に示す。

図4を見れば、概ね $\alpha < 10^0$ では行過ぎが発生しているが、 $\alpha > 10^0$ では行過ぎが発生していない。すなわち、ほぼ $\alpha = 10^0$ が行過ぎ発生境界となっている。これは、行過ぎ量が少なく、すばやい応答・収束になるように q_1, q_2, q_3, r を調整したことに起因していると考えられる。 $\alpha < 10^0$ においては、行過ぎ量約 $O_p = 0$ [%] から約 $O_p = 2.6$ [%] まで変化しており、約 $\alpha = 0.03$ のとき行過ぎ量約 $O_p = 2.6$ [%] をピークとして増加、減少していることがわかる。行過ぎ量は最大でも $O_p = 2.6$ [%] であり、かなり小さく抑えられている。これらのことから、全体的に安定度の高い制御が実現されている。

図5を見れば、行過ぎ時間は、全体的に、ほぼ単調な増加傾向になっており、約 $T_p = 0.5$ [s] から約 $T_p = 11.5$ [s] まで大きく変化していることがわかる。特に、 $\alpha = 10^0 \sim 2$ あたりにおいて単調に著しく増加して消滅している。また、 $\alpha = 1.0 \times 10^{-3}$ 近傍あたりでは、他とは異なり微小な行過ぎが発生し、行過ぎ時間は減少するように変化している。

図4と図5を照らし合わせてみれば、行過ぎ量の大きな変化範囲 $\alpha < 10^0$ と行過ぎ時間の大きな変化範囲 $\alpha > 10^0$ は分離されている。

図6、図7を見れば、電力量と行過ぎ量、行過ぎ時間の関係は、図3、図4、図5の考察内容に対応して予測される変化となっている。図6では、電力量 $W = 30$ [Ws] において行過ぎ量 $O_p = 2.6$ [%] をピーク点として増加、減少している。図7では、電力量と行過ぎ時間は、一部を除きほぼ単調減少の対応関係であり、電力量 $W = 10$ [Ws] 以下で著しく減少していることがわかる。

これらの結果から、設計パラメータ α により行過ぎ量の発生、行過ぎ量と行過ぎ時間の特性が大きく影響を受けていることがわかる。特に、 $\alpha = 10^0$ の近傍とそれよりも小さな範囲で、特徴的な変化をしており、本研究で対象とした制御方法が、ただ単に整定、収束を遅らせて電力低減化しているだけではないことを推察させる結果を得ることができた。

以上より、導入した設計パラメータ α により、過渡応答の行過ぎ量・行過ぎ時間の調整を可能としており、低電力性能達成に寄与していると考えられることができる。

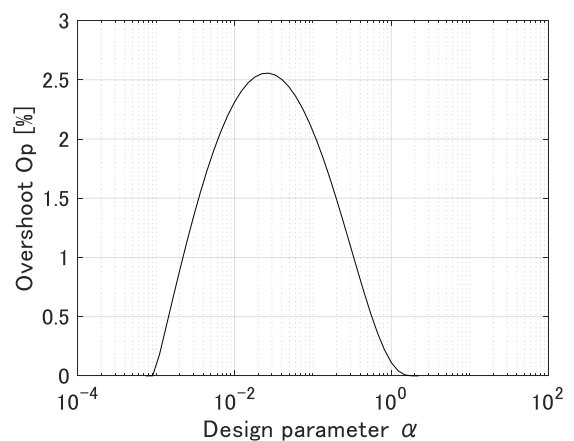


図4 行過ぎ量の特性

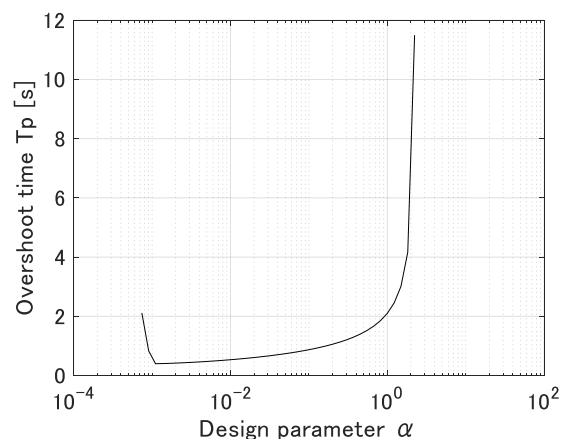


図5 行過ぎ時間の特性

5. おわりに

本研究では、DC サーボモータシステムの低電力最適制御の過渡応答特性のうち、行過ぎ量、行過ぎ時間等の特性解析を行った。その結果、提案した制御系では、導入した設計パラメータを変更することにより、過渡応答波形の行過ぎ量・行過ぎ時間の調整を可能

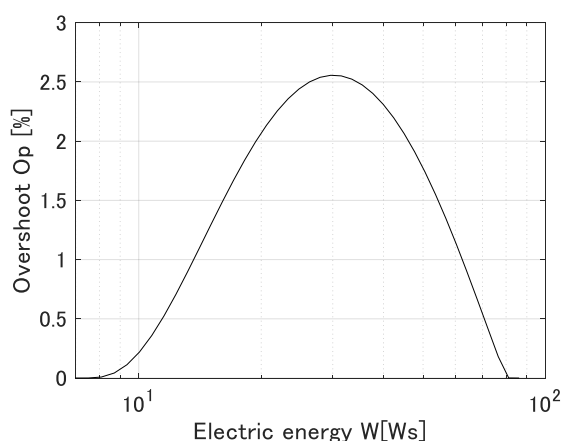


図 6 電力量と行過ぎ量の関係

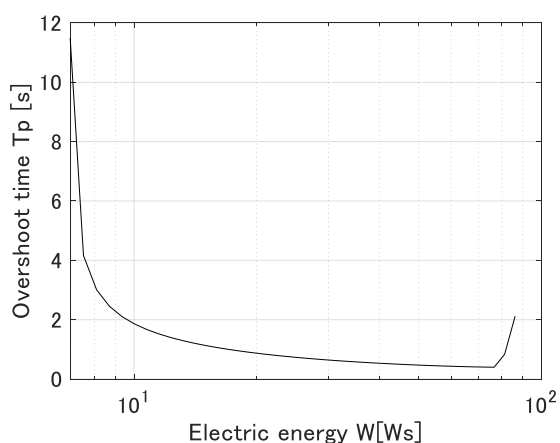


図 7 電力量と行過ぎ時間の関係

としており、低電力性能達成に寄与していることを確認できた。

参考文献

- [1] 木村， 濟川：省エネルギー最適サーボ制御の基礎的研究， 福山大学工学部紀要， 37， pp. 197-202， (2014)。
- [2] 木村：DC サーボモータシステムの低電力最適制御， 第 60 回自動制御連合講演会講演論文集， SaB2-5 in USB (2017)。
- [3] 木村， 渋谷：DC サーボモータシステムの低電力最適制御 — 過渡応答特性の解析 —， 福山大学工学部紀要， 43， pp. 163-168， (2020)。
- [4] 木村， 渋谷：DC サーボモータシステムの低電力最適制御 — 過渡応答特性の解析 —， 第 16 回「運動と振動の制御」シンポジウム (MoViC2019) 講演論文集， C308， (2019)。
- [5] MATLAB Example DC モーター制御 <https://jp.mathworks.com/help/control/ug/dc-motor-control.html>。

