福山大学工学部紀要
第31巻 2007年12月

手書き文字の情報圧縮

小林 富士男* 尾関 孝史* 筒本 和広**

A Data Compression Method for Written Characters

Fujio KOBAYASHI Takashi OZEKI Kazuhiro TSUTSUMOTO

ABSTRACT

The purpose of this study is data compression of written characters. This paper is intended to describe algorithms determining the knots for the spline function which have the shape-preserving properties. In this paper, we describe the algorithms of a curve fitting by use of spline and discuss the accuracy of the fitting. For the criterion of fitting, we apply the residuals, by which we determine the knots adaptively and iteratively. A device is considered to reduce the amount of knots. It is proposed that the method which is estimated the residuals. The results of the examinations indicate that the proposed algorithm is the effectual method in data compression of written characters. The features of this method are the good accuracy of the fitting and the capability of making the fitting value at the origin coincide with the actual one so that the property of the characters is satisfied. A few examples of the curve fitting are illustrated in the paper.

キーワード：手書き文字，データ圧縮，スプライン関数，あてはめ，アルゴリズム

Key words: Written Character, Data Compression, Spline Function, Curve Fitting, Algorithm

1．まえがき

内挿法に関しては，多項式形，反復形等によるものが従来利用されているが，データ点によっては，異常振動が発生[1)~3)]する．このような現象を避けるために，局所的ふるまいを平滑的に表現する内挿法として，滑らかな表現に適したスプライン関数が使用[4)~5)]されるようになった．一般に，スプライン関数は多項式に比べて振動の少ない近似関数であるが，節点の選び方によってはスプライン関数も異常振動が生ずる[6)]こともある．この異常現象をなくす方法も提案[7),8)]されているが，多価関数の場合には問題[9)]がある．

誤差を含む複雑な形をしたデータの平滑化にスプライン関数を利用する方法が種々開発され提案[10)~18)]されている．さらに，誤差解析の研究[19)~21)]もなされている．関数近似において元の形をどのように保存するかという問題を扱った研究[22)~25)]がいくつかなされているが，応用する場合などの計算に於いては問題がある．近似関数として，スプライン関数を適用する場合には，節点の選び方が重要である．等間隔に節点を選んだのでは，期待通りの形を保つことが困難になる場合が起こる．この形を保存する応用研究としては，時系列データへの応用として心電図に応用する研究[26)]がなされている．平滑化曲線を求める際に，逐次的に節点を決定していく方法[14),16)]があるが，しかし，データ量を圧縮して形を保存するには十分とはいえない．コンピュータで図形を扱うことが多くなり，大量のデータを処理することになり記憶容量も増加の一途をたどっている．図形のデータ圧縮を目的とした節点の決定に関する研究はあまり見当たらない．スプライン関数の節点を自動的に決定する方法として，最小２乗法によって正規方程式を求め，判定条件を満たすまで節点を追加する方法が行われている．また，平面データに関しては，助変数を用いて１価関数にして，縦・横別々に節点を決定している．この方法はデータの平滑化には適しているが，圧縮には不向きである．スプライン関数を用いた平面データへのあてはめや平滑化，また節点を自動的に生成する研究[16),17)]

*工学部情報工学科 **経済学部経済学科

がなされているが，データの縦・横座標と助変数の記憶が必要である．

本論文は，手書き文字をスプライン関数で表示する際，必要な接点を自動的に決定し，情報圧縮を図ることを目的としている．手書きアルファベットの文字について，曲線が多いという特徴を考慮し，原文字をスプライン関数で表現する場合，必要な節点を自動的に決定し情報圧縮を行っている．節点の決定に際しては，文字の幾何学的性質に着目し，曲率の大きい部分では密にサンプリングする方法を採用している．平面データの圧縮という観点から，初期節点の推定法，更に図形的性質を利用して節点を決定するアルゴリズムを開発し，その有効性を確認している．平面データをスプライン関数で表示する際，データ間の距離の代わりに節点間の距離を使用すれば圧縮率が向上すること，また残差を推定する方法を提案している．節点の決定アルゴリズムとして，あてはめの悪い区間に節点を繰り返し挿入する反復挿入法を用いているが，図形的性質を利用して位置を決定している．

2．スプライン関数

実軸上の有界閉区間 $[a,b]$ 上に節点 $a=x_1<x_2<\cdots<x_n=b$ があり，これらの節点に対する関数値を $f(x_1),f(x_2),\cdots f(x_n)$ としたとき，$(2m-1)$ 次のスプライン関数 $S(x)$ は次の条件を満足する．ただし，$m\leq n$ である．

（Ⅰ） $S(x_i)=f(x_i)$,　　$(i=1,2,\cdots,n)$

（Ⅱ） $S(x)$ は各区間 $[x_i,x_{i+1}]$,　$(i=1,2,\cdots,n-1)$ において $(2m-1)$ 次の多項式である．

（Ⅲ） $S(x),S'(x),\cdots,S^{(2m-1)}(x)$ は区間 $[a,b]$ 上で連続である．

条件（Ⅰ）より区間 $[x_i,x_{i+1}]$ の両端を定めれば，$(2m-2)$ 個の自由度が残る．しかし，条件（Ⅲ）および x_1,x_n の導関数を定めれば，$S(x)$ が一意に定まる．$m=1$ のとき折れ線になり，$m=2$ のときは３次スプライン関数となる．３次スプライン関数の係数は３重対角行列を解くことにより求められる．

2.1　２次元データへの応用

文字は一価関数ばかりではないので，上述のスプライン関数をそのまま適用できない場合も生ずる．そこで文字に応用するためには次のようにする必要がある．x,y の２次元平面上に順序付けされたデータ p_i （その x,y 座標を x_i,y_i とする）$(i=1,2,\cdots,n)$ が与えられたとき，次式のような順序を表す新しい助変数 t_i を導入し，

$$t_i=t_{i-1}+\left\{(x_i-x_{i-1})^2+(y_i-y_{i-1})^2\right\}^{1/2} \qquad (1)$$
$$(i=2,3,\cdots,n)$$

ただし，$t_1=0$ である．

$(t_i,x_i),(t_i,y_i)$ の組として取り扱う．このようにして求めた各区間 k の３次スプライン関数は，次式のように表される．

$$S_k(t)=A_{k1}t^3+A_{k2}t^2+A_{k3}t+A_{k4} \qquad (2)$$
$$(k=1,2,\cdots n-1)$$

ただし，$A_{k1},A_{k2},A_{k3},A_{k4}$ は，x,y 成分からなる２次元ベルトルである．

非周期スプライン関数は端条件によって異なるが，$S''(a)=S''(b)=0$ としたとき３次の自然スプライン関数となる．$S(x)$ の両端において無理な力が加わらない自然な形をあたえる．

$S(a)=S(b)$, $S'(a)=S'(b)$, $S''(a)=S''(b)$ とすれば周期スプライン関数になる．滑らかな閉曲線に適用するとよい．

ところで，上述の方法でデータ圧縮を行えば，節点を x,y で m 個ずつ採用すれば，

（Ⅰ） x,y の節点を異なる t で選んだ場合，
４ m 個のパラメータ

（Ⅱ） x,y の節点を同一の t で選んだ場合，
３ m 個のパラメータ

を記憶しなければならない．一方，助変数 t を節点間の距離とすれば，記憶するパラメータは２ m 個となり，情報圧縮に有利となる．しかし，元のデータと助変数 t とを対応させていないので，正確な残差が求まらない．そこで残差を推定する必要がある．

2.2　残差の推定

与えられた総ての点に対して式（１）を適用すれば，各点 $p_k(x_k,y_k)$ に対応する t_k が求まり，$S_x(t_k)$, $S_y(t_k)$ が対応し，残差は次式のようになる

$$\left.\begin{aligned} r_{xk}&=S_x(t_k)-x_k \\ r_{yx}&=S_y(t_k)-y_k \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

ところが，t_k を節点間の距離とした場合には，元のデータ点

$$p_1,p_2,\cdots,p_m \qquad (4)$$

とスプライン関数によって生成された点

$$S_1, S_2, \cdots, S_n \tag{5}$$

との対応付けが必要となる．もし，データがほぼ等間隔に並んでいれば，残差の２乗和を次のように推定できる．いま，i 番目の節点を ξ_i とすれば区間 $[\xi_i, \xi_{i+1}]$ では，元のデータ列

$$p_{i1}, p_{i2}, \cdots, p_{im} \tag{6}$$

とその区間内でスプライン関数により生成されたデータ列

$$S_{i1}, S_{i2}, \cdots, S_{in} \tag{7}$$

が得られる．ここで，元のデータの節点 ξ_i から j 番目に対応するスプライン関数の生成データの添字番号を k とし，

$$k = j \times (n-2)/(m-2) \tag{8}$$

とする．すると元のデータ $p_{i,j}$ に対する残差の２乗和を次式のように求められる．

$$Q_{ij} = \left\{X\left(S_{ik} - p_{ij}\right)\right\}^2 + \left\{Y\left(S_{ik} - p_{ij}\right)\right\}^2 \tag{9}$$

ただし，$X(\ ), Y(\ )$ は x, y 方向の成分を表し，i は節点の番号，j は節点内の元のデータを表す．ところで，元のデータとスプライン関数によって生成されたデータの対応を式（８）によって決定したが，実際には隣の点との距離の方が近いこともありうる．そこで p_{ij} に対応するスプライン関数の点を S_{ik} と決めつけず，その前後の数点を候補とし，それらの中で最小のものを採用する．

３．アルゴリズム

3.1　反復挿入法

Ｎ個のデータ $p_1, p_2, \cdots, p_N$ が与えられているとする．

（Ⅰ）初期節点として，$\xi_1 = p_1, \xi_3 = p_N$ とし，$\xi_2 = p_{N/2}$ とする（添字に端数が生じたら，前後で近い値を採用する）．

（Ⅱ）節点を用いてスプライン関数の計算を行う．

（Ⅲ）i 番目の区間 $[\xi_i, \xi_{i+1}]$ の残差の２乗和 Q_i を求め，区間内のデータ数 z で割って適合度 δ_i

$$\delta_i = Q_i / z \tag{10}$$

を求める．

（Ⅳ）更に，全区間の適合度

$$\delta_{all} = \sum Q_i / H \tag{11}$$

を求める．ただし，H は全データ数である．この値が基準値 θ_1 に対して

$$\delta_{all} \le \theta_1 \tag{12}$$

であれば終了する．そうでなければ

$$\delta_i \ge \theta_2 \tag{13}$$

となっている区間へ節点を挿入する．ただし，θ_1, θ_2 は予め定めておいた基準値である．

i 番目の区間 $[\xi_i, \xi_{i+1}]$ に含まれるデータが $p_{i1}, p_{i2}, \cdots, p_{im}$ であれば，新たな節点 ξ を

$$\xi = p_{ij} \qquad (j = m/2) \tag{14}$$

とし，区間内の中央点とする．

次に（Ⅱ）へ戻る．

3.2　改良反復挿入法

対象のデータに含まれる誤差は少ないと見なすことができるので，残差の大きい点に注目し，以後アルゴリズムを規則として記述する．

規則１：あてはめ（適合）の悪い区間に対し，推定残差の絶対値が最も大きい点を節点とする．推定残差の最大値（絶対値）が複数存在するときは，中央部を採用する．

規則２：区間内で元の曲線とスプライン関数によって生成された曲線が交差しているとき，交点で区切られた部分を一つの区間と見なし，各残差の２乗和を求め，規則１に従って最大の部分を節点とする．

上述の規則１，２に従って節点を決定すれば，節点間の距離が近く成り過ぎるときが生じる．その場合，節点の位置が少しずれても導関数の値は大きく変わり，スプライン関数によって生成される曲線に大きな影響を及ぼす．そこで次の規則を設ける．

規則３：節点間の距離が短くなる節点は選択しない．

i 番目の区間において，Q_{ij} の最大値を選び，次式のように代表残差の２乗和を $\hat{Q}_i$ とする．

$$\hat{Q}_i = \max Q_{ij} \tag{15}$$

規則４：区間に代表される残差の２乗和 $\hat{Q}_i$ の値が小さいときは，節点を挿入しない．

曲線の角を検出する方法として，**図１**のように曲線上の任意の点 p_i から左右 k 個離れた点 p_{i-k}, p_{i+k} を選び両点間の距離を L_1 とする．また，L_1 の中点を o とし，op_i 間の距離を L_2 とする．次にその比を求めて曲率 C_r とする．

$$C_r = L_2 / L_1 \tag{16}$$

式（１６）は曲率の大小関係を表す．更に，ベ

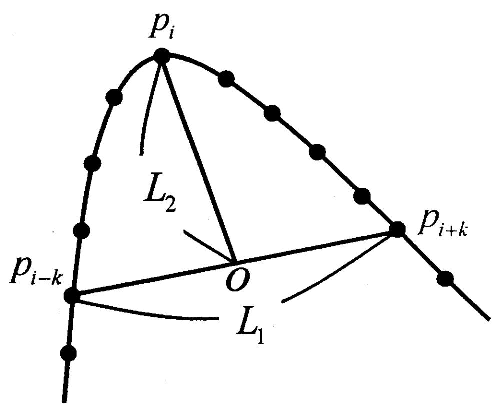


図１　曲率の探索
Fig. 1 Search for curvature

クトル $\overrightarrow{p_{i-1}p_{i+1}}$ とベクトル $\overrightarrow{p_{i-1}p_i}$ の積

$$\overrightarrow{p_{i-k}p_{i+k}} \times \overrightarrow{p_{i-k}p_i} \qquad (17)$$

を求め，その符号によって弦 L_1 と弧の位置関係を表す．

さて，残差の２乗和の値が大きいとき，新たに設定した節点と以前の節点との距離が小さい場合には次の規則に従う．

規則５：以前の節点が削除可能であれば，削除する．
ただし，曲線の曲率 C_r が基準値以上または，以前に削除されたことがある場合には削除しない．

規則６：削除できなければ，その区間内で新たに節点を挿入する位置を探す．

上記規則４～規則６の適用によって決定できないときは次の規則を適用する．

規則７：節点の候補点における残差が基準値よりも大きな値を示すときは，区間の中点に節点を設定する．その条件を満足しなければ，節点を挿入しない．

ところで，基準値 θ_1, θ_2 を的確に決定することは困難であるから，近似度が向上するに従って変化させる。初期には基準値に基づいて各区間に節点を挿入するが，全ての区間において基準値以下になれば，節点の挿入条件を次式のようにする．

$$\delta_i \geq \theta_2 \quad \text{かつ} \quad \hat{Q}_i \geq \theta_3 \qquad (18)$$

ただし，基準値 θ_3 の値を除々に小さくする．

次に改良反復挿入法のアルゴリズムを**図２**に示す．

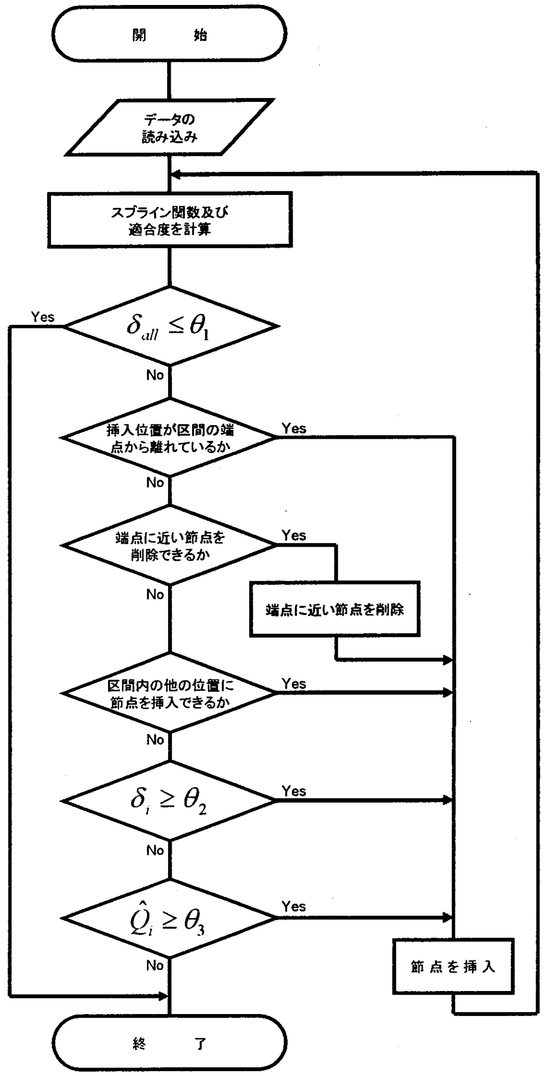


図２　提案手法の処理の流れ
Fig. 2 Process flow of the proposed method

４．適用結果

手書きのアルファベット文字に対して，改良反復挿入法を適用した結果を**表１**に示す．なお，収束条件としては，$\theta_1 = 0.4$ とし，不連続点を表す情報を別途与えている．すなわち各ドットのずれ誤差の平均値が0.4ドット以下である．文字の外枠は 256×256 ドットである．

反復挿入法の平均圧縮率が88.7％で，改良反復挿入法では92.1％である．**図３**は適用例である．

５．むすび

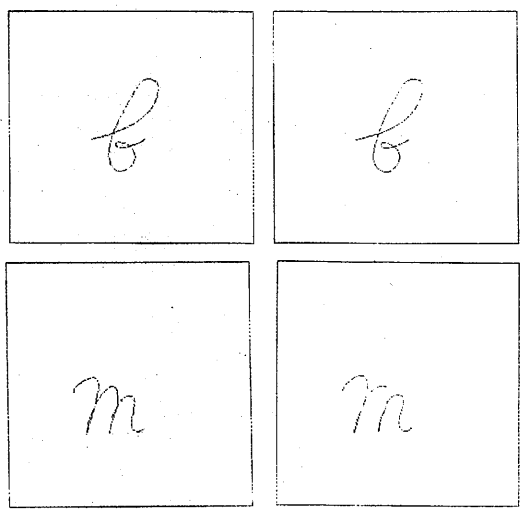
本論文では，スプライン関数とデータとの残差を推定する方法を検討し，平面データの圧縮を行っている．更に図形の性質を利用し節点を自動的に決定するアルゴリズムを開発し，その有効性を確認している．手書きのアルファベット文字に適用し，92.1％の圧縮率を得ている．本研究では，

手書きのアルファベット文字へ適用しているが，本アルゴリズムは各種曲線図形に適用することも可能である．今後の課題は，各種の図形に適応し，その有効性を確認することである．

表1 実験結果

Table 1 Experimental results

文字	データ数	節点数	圧縮率(%)
a	344	20	94.2
b	301	20	93.4
c	189	11	94.8
d	336	21	93.4
e	223	17	92.4
f	321	24	92.5
g	266	20	92.5
h	268	21	92.2
i	149	15	89.9
j	174	18	89.7
k	302	25	91.7
l	194	14	92.8
m	296	25	91.6
n	249	19	92.4
o	226	16	92.9
p	267	19	92.9
q	281	19	93.2
r	152	14	90.8
s	169	18	89.3
t	225	17	92.4
u	248	19	92.3
v	166	17	89.8
w	249	22	91.2
x	187	14	92.5
y	232	18	92.2
z	248	20	91.9



入力文字　　生成文字

図3 適用例

Fig. 3 The examples of application

参考文献

1) G. E. Forsythe :" Generation and Use of Orthogonal Polynomials for Data-fitting with a Digital Computer" , J. Soc. Indust. Appl. Math., Vol.5, pp.74-88(1957).

2) M. O' Neill, I. G. Sinclair, F. J. Smith :" Polynomial Curve Fitting When Abscissas and Ordinates Are both Subject to Error" , Comp. J., Vol.12, No.1, pp.52-56(1969).

3) M. Grossman :" Parametric Curve Fitting" , Comp. J., Vol.14, No.2, pp.169-172(1971).

4) C. deBoor :" On calculating with B-splines" , J. Approximation Theory, Vol.6, pp.50-62(1972).

5) C. A. Hall : "Natural Cubic and Bicubic Spline Interpolation" ,SIAM. J.Numer. Anaal., Vol.10, No.6, pp.1055-1060 (1973).

6) D. G. Schweikert : "An interpolation curve using a spline in tension" , J. Math. & Physics, Vol.45, pp.312-317(1966).

7) A. K. Cline : "Scalar－and planar－valued curve fitting using splines under tension" ,Comm. ACM, Vol.17, pp.218-220(1974).

8) H. Akima : "New method of interpolation and smooth curve fitting based on local procedures" , JACM, Vol.17, pp.589-602(1970).

9) H. Akima : "Method of bivariate interpolation and smooth curve fitting based on local procedures" , Comm. ACM, Vol.17, pp.18-20(1974).

10) C. H. Reinsch : "Smoothing by spline functions" , Numer. Math. Vol.10, pp.173-183(1967).

11) C.H. Reinsch :" Smoothing by spline functions II " , Numer. Math., Vol.16, pp.451-454(1971).

12) J. R. Rice :" Running orthogonalization" , J. Approx. Theory, Vol.4, pp.332-338(1971).

13) J. G. Hayes, J. Halliday :" The least-squares fitting of cubic spline surfaces to general data sets" , J. Inst. Maths Applics, Vol.14, pp.89-103(1974).

14) 市田浩三，吉本富士市，清野武："区分的３次関数を用いたワン・パス法によるデータ平滑化",情報処理,Vol.15, No.6, pp.414-418(1974).

15) 市田浩三，吉本富士市，清野武："ワン・パス

法によるデータ平滑化の安定性”, 情報処理, Vol.16, No.12, pp.1048-1054(1975).
16) 吉本富士市, 市田浩三, 清野武：“区分的3次関数を用いたデータ平滑化 —節点の決定について— ”, 情報処理, Vol.17, No.3, pp200-206(1976).
17) 市田浩三, 吉本富士市, 清野武：“平面曲線の平滑化”, 情報処理, Vol.18, No.1, pp.88-91(1977).
18) 吉本富士市, 市田浩三, 清野武：“区分的3次関数を用いた2次元データの平滑化の自動的方法”, 情報処理, Vol.18, No.2, pp128-134(1977).
19) C. A. Hall :” On Error Bounds for Spline Interpolation”, J. A. T., Vol.1, No.2, pp.209-218(1968).
20) R. E. Carlson, C. A. Hall :” Error Bound for Bicubic Spline Interpolation”, J. A. T., Vol.7, No.1, pp.41-47(1973).
21) 秦野和郎：“補間スプラインの誤差解析”, 情報処理, Vol.18, No.1, pp.2-10(1977).
22) M. marsden, I. J. Schoenberg :” On variation diminishing spline approximation methods”, Mathematica, Vol.8, pp61-82(1966).
23) M. Marsden :” An identity for spline functions with application to variation diminishing spline approximation”, J. Approximation Theory, Vol.3, pp.7-49(1970).
24) D. Leviatan :” On representation of the remainder in the variation diminishing spline approximation”, J. Approximation Theory, Vol.7, pp.63-70(1973).
25) 小林富士男, 山口昌一郎, 尉遅 顥頤：“3次スプライン関数による手書文字の表示”, 昭和60年度電子通信学会総合全国大会, No.1174(1985).
26) 塚越清：“Variation Diminishing Spline 関数の knots の決定法について”, 情報処理, vol.18, No.6, pp550-557(1977).