福山大学工学部紀要
第30巻 2006年12月

複数入力むだ時間系のロバスト制御用一般化プラントについて

木村　純壮*　　池野　秀行** †

Generalized Plant of Multiple Input Time Delay System for Robust Control

Junso KIMURA*　　Hideyuki IKENO** †

ABSTRACT

By conventional study of predictive control for multiple input time delay system, state integral transformation was shown, but control problem has not been investigated in detail. The author has considered about robust predictive control based on the H_∞ control theory for multiple input time delay system, and has proposed a problem setting with multiple structural model errors, a description of control problem, a control system design method using scaling matrix. But some problems exist about description of generalized plant when multiple model errors of time delays is considered. In this paper, a description of generalized plant of multiple input time delay system for robust control is proposed.

キーワード：複数入力むだ時間，ロバスト制御，予測制御，モデル誤差，一般化プラント

Keywords: Multiple input time delay, robust control, predictive control, model error, generalized plant.

1．はじめに

従来からむだ時間系に対して予測制御[1,2]の研究が行われている．これまでに，児島らの研究により，単一入力むだ時間系の H_∞制御およびロバスト制御[3-5]，そして，複数入力むだ時間系に対する制御系設計用状態積分変換，すなわち，分布定数システムから集中定数システムへの変換[4,5]が示された．しかしながら，複数入力むだ時間系の場合には，設計用の変換は示されたが，制御問題の記述や取扱い方，また，設計法などについて具体的にはふれられていなかった．

そこで，著者は，複数入力むだ時間系のロバスト制御について検討を行い，複数の個々のむだ時間それぞれに独立した個別のモデル誤差を考慮する問題設定，および，制御問題の取扱い方と記述，また，複数の構造的なモデル誤差に対処するためのスケーリング行列を導入した制御系設計法[6]を提案している．だが，このときにも複数のモデル誤差を取り扱う際の一般化プラントの記述について多少の問題を残していた．考察の結果，今回，正当な一般化プラントの記述を解明することができたので，ここに報告する．

2．複数入力むだ時間系のロバスト制御問題

本稿では，むだ時間変動と加法的モデル誤差を考慮する複数入力むだ時間系のロバスト制御問題を検討する．制御対象は，ノミナルプラントが(1)式で記述されるものとする．

$$\begin{cases} \dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + \sum_{i=1}^{N} B_{pi} u(t-h_i) \\ y_p(t) = C_p x_p(t) \end{cases} \quad \cdots\cdots (1)$$

*機械システム工学科　　**機械工学科学部生
†現在　リョービミツギ（株）

(1)式は，入力部に複数 N 個のむだ時間 $(h_1,\cdots,h_i,\cdots,h_N)$ が存在している．ここで，$u(t)\in R^r$, $x_p(t)\in R^{np}$, $y_p(t)\in R^l$ はそれぞれ制御入力，状態，出力である．また，ノミナルプラント(1)式には次の仮定を設ける．

(A1)　$(C_p, A_p, \sum_{i=1}^{N} B_{pi})$ は可検出・可安定

(A2)　行列 A_p は虚軸上に固有値を持たない

このノミナルプラント(1)式に対し，図1に示すようなモデル誤差を考慮する．

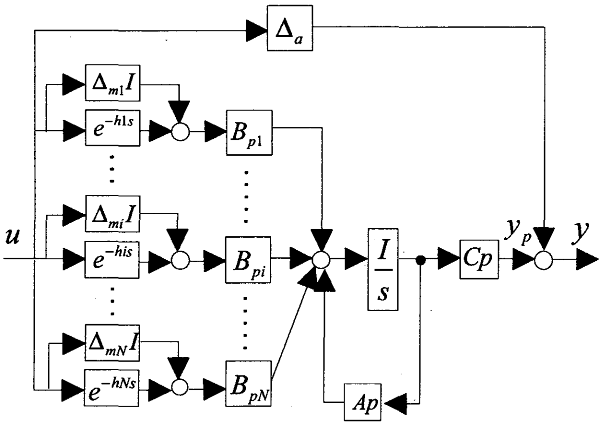

図1　制御対象

すなわち，複数の相異なるむだ時間それぞれに対して，独立したモデル誤差 $(\Delta_{m1},\cdots,\Delta_{mi},\cdots,\Delta_{mN})$ が存在しているものとし，また，プラント全体に対して加法的なモデル誤差 (Δ_a) も存在していることを考慮している．(1)式のノミナルプラントとモデル誤差 $(\Delta_a,\Delta_{m1},\cdots,\Delta_{mi},\cdots,\Delta_{mN})$ を伴う制御対象は，同数の不安定極を有するものとする．むだ時間に対しては，一般的なモデル誤差を想定することが可能であるが，ここでは特に，むだ時間変動 $(\Delta h_1,\cdots,\Delta h_i,\cdots,\Delta h_N)$ を考慮することとし，その取扱いに関しては後述する．

従来は，(1)式と図1で N=1 とした単一入力むだ時間系（h_1 と Δ_{m1} のみ存在）のロバスト制御の研究が主に行われている．

3．一般化プラント

3．1　一般化プラントの導出

上記の複数入力むだ時間系のロバスト制御問題を検討するために必要な一般化プラントについて考察する．

図1中のモデル誤差をノミナルプラントの入力端で取り扱うため，各モデル誤差の出力端でループを開く．従来は，各モデル誤差の入力端でループを開くように処理していたが，これが原因で制御系設計に問題を引き起こしていた．今回，正当な一般化プラントの記述のために，処理を改めている．

ここで，モデル誤差 $(\Delta_a,\Delta_{m1},\cdots,\Delta_{mi},\cdots,\Delta_{mN})$ は，その上界が，周波数重み関数 $(r_a(s),r_{m1}(s),\cdots,r_{mi}(s),\cdots,r_{mN}(s))$ を用いて(2)式で与えられるものを考える．

$$\bar{\sigma}\begin{bmatrix} r_a^{-1}(j\omega)\Delta_a(j\omega) \\ r_{m1}^{-1}(j\omega)\Delta_{m1}(j\omega) \\ \vdots \\ r_{mi}^{-1}(j\omega)\Delta_{mi}(j\omega) \\ \vdots \\ r_{mN}^{-1}(j\omega)\Delta_{mN}(j\omega) \end{bmatrix} < 1 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$
$$\omega\in R$$

（$\bar{\sigma}$：最大特異値）

周波数重み関数 $r_a(s)$, $r_{mi}(s)$ $(i=1,2,\cdots,N)$ は，それぞれユニモジュラ関数，outer 関数とし，それらの実現を次のように定める．

(A3)　$\{A_a, B_a, C_a, d_a\cdot I_r\}$ をユニモジュラ関数 $r_a(s)\cdot I_r$ の最小実現とする．

$$r_a(s)\cdot I_r := C_a(sI-A_a)^{-1}B_a + d_a\cdot I_r \qquad \cdots\cdots (3)$$

$$d_a \neq 0$$

$$\begin{cases} \dot{x}_a(t) = A_a x_a(t) + B_a u(t) \\ z_a(t) = C_a x_a(t) + d_a I_r u(t) \end{cases} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

(A4)　$\{A_{mi}, B_{mi}, C_{mi}, d_{mi}\cdot I_r\}$ を outer 関数 $r_{mi}(s)\cdot I_r$ の最小実現とする．

$$r_{mi}(s)\cdot I_r := C_{mi}(sI-A_{mi})^{-1}B_{mi} + d_{mi}I_r \qquad \cdots\cdots (5)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_{mi}(t) = A_{mi}x_{mi}(t) + B_{mi}u(t) \\ z_{mi}(t) = C_{mi}x_{mi}(t) + d_{mi}I_r u(t) \end{cases} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

特に，変動を伴うむだ時間 $h_i+\Delta h_i$, $|\Delta h_i|<L_i$ を考えるとき，モデル誤差 Δ_{mi} とそれに対する周波数重み関数 $r_{mi}(s)$ は，以下のように取り扱えばその上界を抑えることができる．まず，このときのモデル誤

差 Δ_{mi} は

$$\begin{aligned}\Delta_{mi}(s) &= \left(e^{-s(h_i+\Delta h_i)} - e^{-sh_i}\right)I_r \\ &= e^{-sh_i}\left(e^{-s\Delta h_i} - 1\right)I_r\end{aligned} \qquad \cdots\cdots\cdots (7)$$

と計算できる．これを評価すれば，

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}(\Delta_{mi}(j\omega)) &= \left|e^{-j\omega|\Delta h_i|} - 1\right| \\ &< \left|r_{mi}(j\omega)\right|\end{aligned} \qquad \cdots\cdots\cdots (8)$$

$$r_{mi}(s) \equiv \frac{2.1L_i s}{L_i s + 1} \qquad \cdots\cdots\cdots (9)$$

となる．ただし，周波数重み関数(9)式は，かなり有効な評価の一例であり，さらに効果的な，その他の重み関数を適用することもできる．その結果，図 1 の制御対象は，図 2 の一般化プラントのブロック線図に表すことができる．

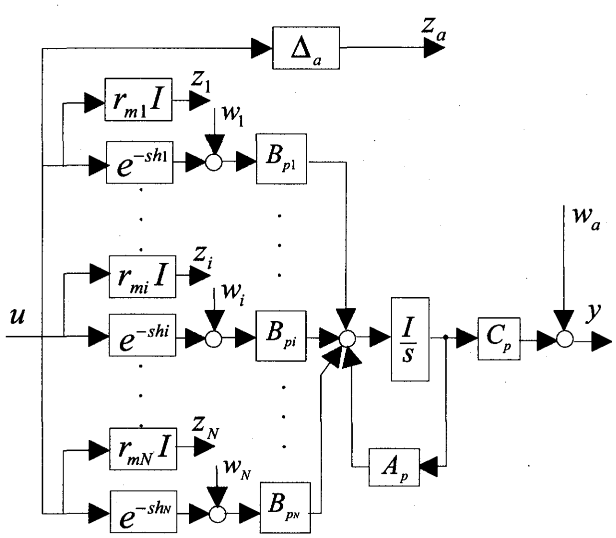

図２　一般化プラント

３．２　一般化プラントの記述

したがって，モデル誤差に対応した周波数重み関数 $r_a(s), r_{mi}(s)$ $(i=1,2,\cdots,N)$ の実現表現を用いれば，一般化プラントは次のように記述することができる．

$$\Sigma_{MR}\begin{cases}\dot{x}(t) = Ax(t) + Dw(t) + B_0u(t) + \sum_{i=1}^{N} B_i u(t-h_i) \\ z(t) = Fx(t) \qquad\qquad + F_0u(t) \\ y(t) = Cx(t) + D_0w(t)\end{cases} \qquad \cdots\cdots (10)$$

ただし，式中

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_a(t) \\ x_m(t) \\ x_p(t) \end{bmatrix},\ x_m(t) = \begin{bmatrix} x_{m1}(t) \\ \vdots \\ x_{mi}(t) \\ \vdots \\ x_{mN}(t) \end{bmatrix},$$

$$w(t) = \begin{bmatrix} w_a(t) \\ w_m(t) \end{bmatrix},\ w_m(t) = \begin{bmatrix} w_{m1}(t) \\ \vdots \\ w_{mi}(t) \\ \vdots \\ w_{mN}(t) \end{bmatrix},$$

$$z(t) = \begin{bmatrix} z_a(t) \\ z_m(t) \end{bmatrix},\ z_m(t) = \begin{bmatrix} z_{m1}(t) \\ \vdots \\ z_{mi}(t) \\ \vdots \\ z_{mN}(t) \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} A_a & 0 & 0 \\ 0 & A_m & 0 \\ 0 & 0 & A_p \end{bmatrix},\ B_0 = \begin{bmatrix} B_a \\ B_m \\ 0 \end{bmatrix},\ B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B_{pi} \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & & \cdots & & 0 \\ 0 & 0 & & \cdots & & 0 \\ 0 & B_{p1} & \cdots & B_{pi} & \cdots & B_{pN} \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} C_a & 0 & 0 \\ 0 & C_m & 0 \end{bmatrix},\ F_0 = \begin{bmatrix} d_aI \\ d_{m1}I \\ \vdots \\ d_{mi}I \\ \vdots \\ d_{mN}I \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & C_p \end{bmatrix},\ D_0 = \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_m = \begin{bmatrix} A_{m1} & 0 & \cdots & & 0 \\ 0 & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & A_{mi} & & \\ & & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & & 0 & A_{mN} \end{bmatrix},\ B_m = \begin{bmatrix} B_{m1} \\ \vdots \\ B_{mi} \\ \vdots \\ B_{mN} \end{bmatrix},$$

$$C_m = \begin{bmatrix} C_{m1} & 0 & \cdots & & 0 \\ 0 & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & C_{mi} & & \\ & & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & & 0 & C_{mN} \end{bmatrix},$$

である．ここで，(10)式中の $x(t)$, $u(t)$, $y(t)$ は，それぞれ状態，制御入力，観測量であり， $w(t)$, $z(t)$ は，外乱と制御量である．また， A, B_i, B_0, C, D, D_0 および F, F_0 は定数行列である．これらは，前述した構造により次元が定まる.これを次のように定めておく．

$$x(t) \in R^n,\ w(t) \in R^{r1},\ u(t) \in R^{r2}$$
$$z(t) \in R^{l1},\ y(t) \in R^{l2}$$

導出した一般化プラント(10)式は，複数入力むだ時間系の H_∞予測制御のために必要となる次の条件を満たしている．

[仮定]

1. $(C, A, \sum_{i=0}^{N} B_i)$ は可検出・可安定

   ただし， $h_0 = 0$

2. $rankF_0 = r_2, rankD_0 = l_2$

3. $$rank\begin{bmatrix} A - j\omega I & \sum_{i=0}^{N} B_i \\ F & F_0 \end{bmatrix} = n + r_2,$$

   $$rank\begin{bmatrix} A - j\omega I & D \\ C & D_0 \end{bmatrix} = n + l_2,$$

   $\forall \omega \in R$

また，(11)式に注意すれば，

$$A^k = \begin{bmatrix} A_a^k & 0 & 0 \\ 0 & A_m^k & 0 \\ 0 & 0 & A_p^k \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

F, A, B_i の構造から，次の非干渉化条件も必ず満たす．

[非干渉化条件]

$$FA^k B_i = 0 \qquad k = 0,1,2,\cdots,\ i = 0,1,2\cdots$$

以上が,複数入力むだ時間系のロバスト制御のための一般化プラント表現である．

4．おわりに

本報告では，複数入力むだ時間系のロバスト制御を検討する際に必要となる一般化プラントの記述に関して考察を行った．これにより，スケーリング行列を導入し,複数の構造的なモデル誤差に対して保守性を回避して円滑に制御系設計を行うことができる.本稿の内容は非常に簡単な定式化ではあるが,複数入力むだ時間系のロバスト制御問題を処理して行く出発点に該当し,制御問題や制御系設計の特性を決定する重要な役割がある.本稿の一般化プラントの記述に基づく,スケーリング行列を導入したロバスト制御系の設計に関しては，既に報告している文献[6]を参照していただきたい．最後に，本報告の内容は，平成17年度卒業研究における成果の一部を整理したものであることを付記しておく．

参考文献

[1] 渡部　慶二，伊藤　正美：入・出力にむだ時間を含むシステムの制御，システムと制御，Vol.28, No.5, pp.269-277, (1984)

[2] 渡部　慶二：むだ時間システムの制御，計測自動制御学会，pp.27-46 , (1993)．

[3] 児島　晃：むだ時間系の H_∞ 制御，システム／制御／情報，Vol.39, No.2, pp.74-80, (1995)

[4] 児島　晃，内田　健康，示村　悦二郎：入力にむだ時間を含む系のロバスト安定化,計測自動制御学会論文集，Vol.29，No.3，pp.319-325 ，(1993)．

[5] 児島　晃，内田　健康：リレー解説　むだ時間システムの制御　入力むだ時間系と H^∞制御，計測と制御，Vol.45, No.1, pp.67-74, (2006)．

[6] 坂本　憲稔，木村　純壮，佐伯　正美：複数入力むだ時間系のロバスト安定化制御,計測自動制御学会中国支部学術講演会論文集，pp.136-137，(2000)．

[7] 坂本　憲稔：複数入力むだ時間系のロバスト安定化制御，平成12年度修士論文，(2000)．