

# 渦電流探傷問題の有限要素解析のための 亀裂近似モデル

田中 始男\*      坪井 始\*

Approximation model for crack in finite element analysis of eddy current  
testing problem

Motoo TANAKA      Hajime TUBOI

## ABSTRACT

Eddy current testing (ETC) is one of the nondestructive inspection techniques to detect crack, and eddy current analysis is important for the development of ETC systems. It is difficult to model a natural crack in finite element method, because of the narrow gap and the complex shape. The number of finite elements to model the natural crack increases remarkably with complexity of the crack shape, and a large amount of the computer resources is necessary to compute the eddy current distributions. In this paper, a finite element model for approximation of the crack in the ETC problems is proposed. The anisotropic conductivity is introduced for the finite element method based on the hexahedral edge element. The complex shape of the crack is expressed by changing the coefficients of the conductivity. Therefore, the accurate finite element model for the crack is not necessary. The validity of the proposed model is verified by comparing both the numerical results and the experimental results.

キーワード：渦電流探傷、有限要素法、自然亀裂、渦電流解析、シミュレーション  
Keywords: Eddy current testing, finite element method, natural crack, eddy current analysis

## 1. まえがき

渦電流探傷は金属管の亀裂を検出する非破壊検査技術の一つであり、化学プラントや原子力設備等の経年劣化に対する保全技術の一つとして活用されている。近年、保全の品質向上に対する要求も強まり、渦電流探傷技術の高度化が行われている。渦電流探傷の技術は金属内に電流を流し、亀裂付近に生じる電流の変化を検出するものである。このため、高度な探傷の仕組みを開発するためには数値解析による渦電流分布のシミュレーションは有効である。このような背景の下に探傷問題の固有の特徴を利用した様々な計算手法が提案され[1]、様々なベンチマーク問題に適用されて有効性が示されている[2]。

渦電流探傷問題の解析には有限要素法が使用されることが多く、その有効性は確認されている[3]。しかし、複雑な亀裂形状を正確に有限要素で模擬するために多くの有限要素が必要となり、自然亀裂周辺の解析を行うには膨大な計算機資源が解析に費やされるということが実用上の問題となってくる。

本論文では亀裂形状を正確には模擬せずに亀裂の影響を計算結果に反映させ、計算量の増大を避ける方法について検討する。

渦電流探傷問題の解析では渦電流分布を求めることは本来の目的ではない。渦電流探傷では亀裂付近に生じる電流の変化をコイルによって磁束の変化量として検出して欠陥の有無を推定する。したがって、亀裂周辺の詳細な渦電流分布を得るための詳細な形状近似は

\*情報処理工学科

不要であり、亀裂によって生じる電流の変化量を近似すれば十分である。この点に着目し、亀裂近傍に特別な導電率を有する有限要素(以下、亀裂近似要素と呼ぶ)を導入することで渦電流の変化量を近似する方法を提案する。

亀裂近似要素を用いた有限要素法を簡単な計算モデルに適用して解の妥当性を確認する。次に、実際に亀裂信号を測定した実験片の実測値と提案手法による計算結果の比較を行うことで実用上の可能性について調査する。

## 2. 亀裂近似要素と計算例

渦電流探傷装置の設計において渦電流の振る舞いを解析するために様々な手法が用いられているが、その中で有限要素法は有効性が示された手法のひとつである。有限要素法の基本式は次式で与えられる。

$$\iiint_V \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{N} \cdot \nabla \times \mathbf{A} + j\omega\sigma \mathbf{N} \cdot \mathbf{A} \right) dv = 0 \quad (1)$$

ここで、 $V$ は解析領域、 $\mathbf{A}$ は磁気ベクトルポテンシャル、 $\mu$ は透磁率、 $\sigma$ は導電率、 $\omega$ は各周波数、 $\mathbf{N}$ はベクトル補間関数である。

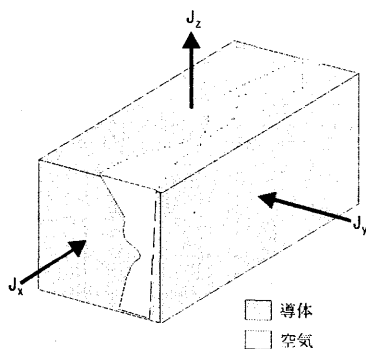


図1 有限要素と自然亀裂  
Fig.1 Finite element and natural crack.

有限要素法では四面体や六面体で空間を分割し、各辺に未知変数を割り当てて(1)式の $\mathbf{N}$ を使うことで磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ の振る舞いを求める[4]。空間分割の際、四面体や六面体要素内で磁気ベクトルポテンシャルの連続性を保障するために要素内では同一の材料定数となるように分割する。探傷問題の解析では金属と空気が一つの要素内に混在しないように空間を要素分割するので、複雑な形状の亀裂付近は多くの小さな有限要素で分割される。辺要素を用いた有限要素解析では辺上に未知変数を設定するため、膨大な未知数の連立一次方程式を作成して解を求めることになる。

図1に要素内に自然亀裂と導体を含む六面体有限要素を示す。有限要素内に二つの材質が混在する場合、

従来の有限要素法では亀裂形状を六面体の集合体で近時するために図1の六面体内をさらに小さな六面体で分割する。しかし、渦電流探傷では自然亀裂の周辺の渦電流分布から自然亀裂を推定するのではなく、次式で得られる鎖交磁束の変化から亀裂を判定している。

$$\left. \begin{aligned} \Phi &= \oint_l \mathbf{A}_T \cdot d\mathbf{l} \\ \mathbf{A}_T &= \iiint_V \frac{\mu_0 \mathbf{J}}{r} dv \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで、 $l$ は検出コイルに沿った積分路、 $\mathbf{J}$ は有限要素解析で得られる解析領域内の渦電流密度をそれぞれ表す。すなわち、(2)式からわかるように、渦電流を解析領域全体での体積分の後にコイル上で線積分を行ったもの(以後、傷信号と呼ぶ)で亀裂の状態を推定している。したがって、渦電流探傷では、亀裂周辺の詳細な分布を求めなくとも積分値 $\Delta T$ の妥当な値が得られればよい。亀裂による電流の変化と等価な効果を持つ特殊な要素を導入すれば妥当な傷信号を得ることができる。例えば、図1の要素では、電流は $y$ 軸方向には流れにくい、その他の方向には流れやすい。このような状態を表現するために次の導電率を導入する[5]。

$$\sigma^* = \begin{pmatrix} C_x & & 0 \\ & C_y & \\ 0 & & C_z \end{pmatrix} \sigma \quad (3)$$

ここで $C_x, C_y, C_z$ は各方向の亀裂の状態を表すパラメータであり、要素内に占める亀裂の大きさや形状及び検出コイルとの関係によって決まる要素ごとの定数で0%~100%の値となる。以後、これらを亀裂パラメータと呼ぶ。

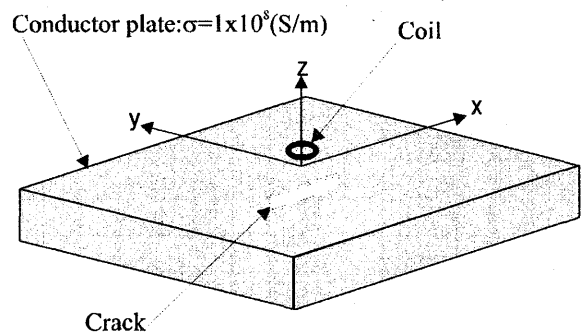


図2 導体板モデル  
Fig. 2 Conductor plate model.

導入した(3)式の導電率を用いて解が得られることを確認するために図2の計算モデルの電流分布と傷信号を計算した。図2は導体板(厚み:1.25mm, 導電率:  $1 \times 10^6$  S/m)に傷(幅:0.2mm, 長さ:10mm)がついており、傷の反対側にコイル(内径:1.2mm, 外径:3.2mm)が置

かされている。傷の深さを板厚の 60%の傷(OD60:Outer Defect60%), 40%の傷(OD40), 傷無し(ND:Non-Defect)として、それぞれ、計算した。図3に六面体の分割図を示す。対象性を利用して全体の4分の1を解析対象として11,232の六面体で分割している。この場合の未知数は36,812となっている。図3の白い有限要素を亀裂近似要素とした。図2に示すように傷はy軸方向の電流を遮るよう存在するので、図4のように導体と空気領域が混在しているものと仮定した。

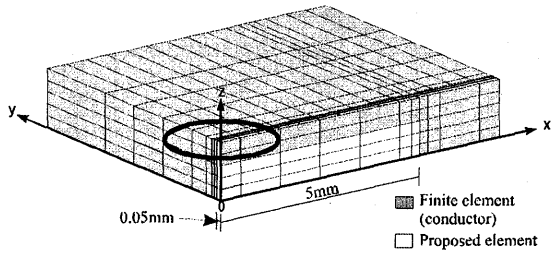


図3 有限要素分割図

Fig. 3 Finite element meshes for a quarter part of the ECT model.

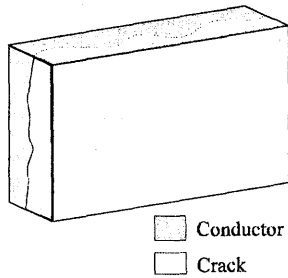


図4 亀裂と導体を含む有限要素

Fig.4 Finite element containing conductor and a crack.

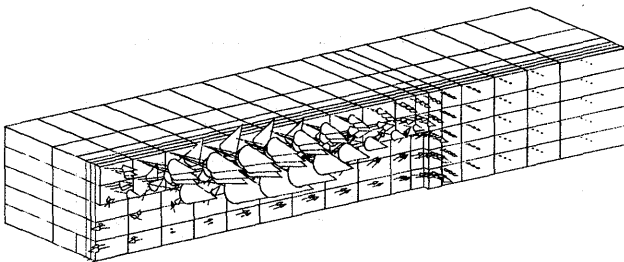


図5 亀裂要素周辺の渦電流ベクトル

Fig.5 Eddy current vectors around crack elements.

亀裂パラメータ  $C_x$ ,  $C_y$ ,  $C_z$  をそれぞれ 100%、0%、100%として得られた電流分布を図5に示す。導体上部では渦電流のy方向成分が大きく励磁コイルの電流方向に沿うように流れているが、亀裂近似要素では電流

密度のy方向成分がほぼ零となっており、(3)式の亀裂パラメータが有効に作用していることが確認できる。なお、このモデルでは11,232個の要素を持つ行列が作成され、解法としてICCG法を用いて475回の反復計算で妥当な解を得ることができた。非常に少ない反復回数であり、亀裂パラメータを用いた提案要素が連立方程式に悪影響を与えることはなく、従来の解法を利用できることが確認できる。

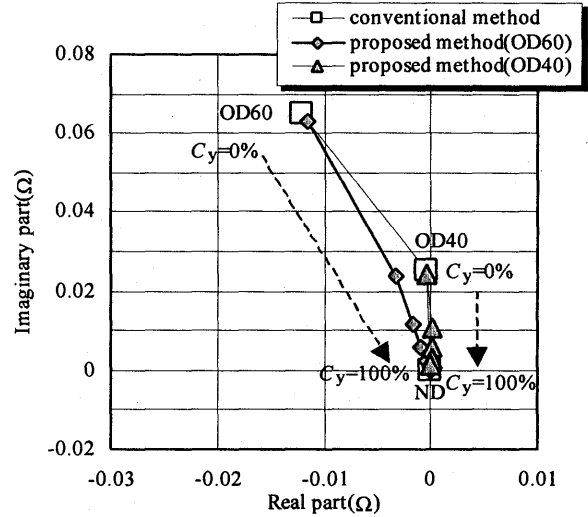


図6 計算結果

Fig. 6 Calculated coil impedance.

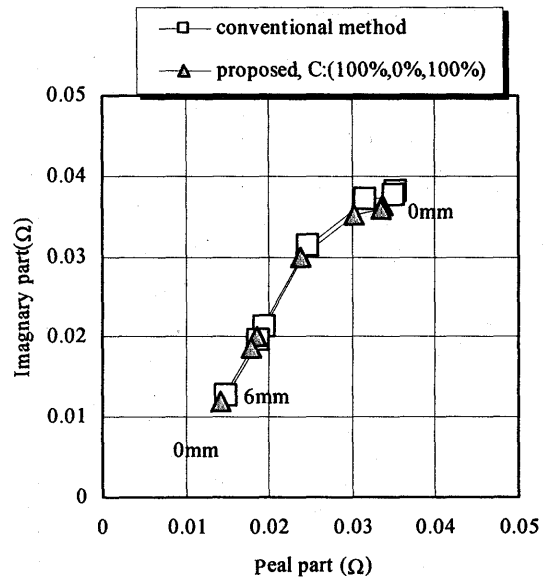


図7 傷信号(OD40)

Fig. 7 Trajectory of the ECT signals (OD40).

亀裂パラメータで亀裂の状態を表すことができることを確認するために、 $C_y$ を変えた場合の通常の有限要素解析との比較を図6に示す。白い四角は(2)式の亀裂

パラメータ  $C_x$ ,  $C_y$ ,  $C_z$  の全てを零として有限要素法で渦電流分布を求めたものである。全てのパラメータを零としているので図 3 の白い六面体を傷であるとする従来の有限要素法で解析したこととなる。 $C_y$  の値を 0% から 100% まで 20% 毎に変えたモデルについて、それぞれ、計算した。 $C_y$  の値を変えることは、y 方向への電流の流れやすさを変えることとなり、欠陥幅が徐々に小さくなり一部が接触し、さらに接触部分が大きくなっている状態を模擬していることになる。傷の深さを 40% 及び 60% とした傷信号をそれぞれプロットしている。0% の場合は、ほぼ、従来法と同じ結果となっている。若干、信号が小さくなっているのは、亀裂パラメータ  $C_x$  及び  $C_z$  を 100% としているためである。

亀裂パラメータ  $C_y$  が 0 から 100% に近づくにつれて、OD40 と OD60 のいずれの傷信号も無欠陥の結果に近づいているので妥当な結果といえる。

コイル位置と傷信号の関係を図 7 に示す。コイルを x 軸に沿って 0mm から 6mm まで 1mm 毎に動かした場合の計算結果であり、従来法と提案手法の結果を比較した。提案手法では傷パラメータ  $C_x$ ,  $C_y$  及び  $C_z$  を、それぞれ、100%, 0% 及び 100% とした。これは、x 軸方向と z 軸方向には電流が流れるが y 軸方向の電流を遮断する非常に幅の狭い亀裂が存在している状態を表している。傷信号は従来法よりも若干小さくなっており、妥当な解と考えられる。

### 3. 実験モデルの解析

図 8 の実験モデルの計算結果と提案手法による結果を比較した。この実験モデルでは二つの導体板を近づけることで導体板間に空隙をつくり、これを亀裂とみなしている。コイルを x 軸に沿って動かし、幅の狭い亀裂の傷信号を検出し、傷位置等の推定が可能なことを確認する実験モデルである [6]。実験は他研究機関で実施されており、材料定数に不明確な表現があったため、導電率を  $3.5 \times 10^7 \text{ S/m}$  及び  $2.5 \times 10^7 \text{ S/m}$  として、それぞれの計算結果と実験値を比較した。

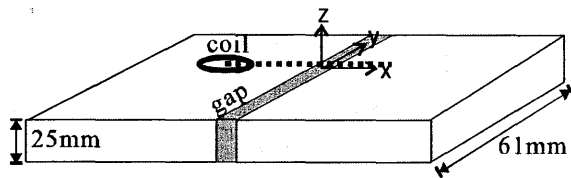


図 8 幅の狭い欠陥モデル  
Fig. 8 Narrow gap model.

励磁コイルは内径が 1.1mm で外形が 2.2mm のパンケーキ型であり、導体から 0.1mm 離れた位置にある。こ

のコイルが x 軸上を -3.5mm から 3.5mm まで動いて得られる傷信号を計算した。なお、周波数は 100kHz とした。図 9 に亀裂幅を 0.5mm とした結果と 0.05mm とした結果を示す。コイルが亀裂の中央(x=0mm)付近に位置するとき傷信号は最大値となっており、計算結果と実験値はほぼ同様な傾向を示している。ただし、ギャップが 0.05mm の実験結果は傷信号の最大値が傷中央付近から外れた位置にあることや対称性がないため、測定誤差を多く含んでいると考えられる。この点を考慮し、最大値で比較すれば、2つの計算結果は  $2.5 \times 10^7 \text{ S/m}$  の計算結果と実験値はよく一致していると考えられ、この導体板の導電率であると推定できる。

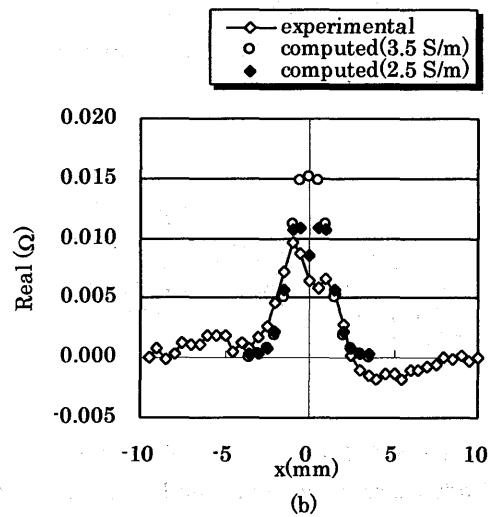
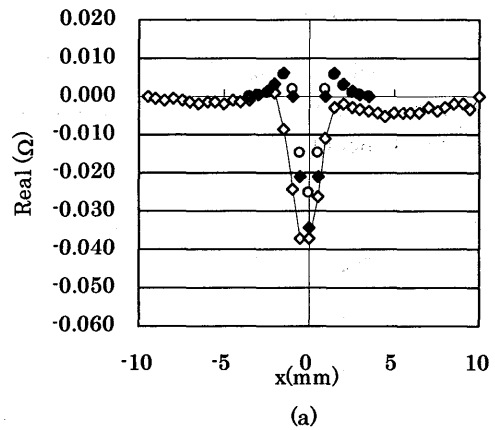


図 9 傷信号とコイル位置

Fig. 9 ECT signals and coil position, (a) gap:0.5mm, (b) gap:0.05mm.

次に傷信号について亀裂幅を変えた場合の実験値と計算値の比較を行った。計算値は従来の有限要素で求めたものと(3)式の亀裂近似要素を用いた結果を示している。従来の有限要素法の結果と実験値はほぼ一致していることが確認できる。実験の傷幅よりも狭い傷の傷信号を求めるため、亀裂パラメータ  $C_y$  のみを 0.1%, 0.5%, 1%, 5% として、それぞれの傷信号の最大値を求めたものを図 10 に示している。この計算値は、0.05mm の傷幅の傷信号と傷無しの場合の信号(実部と虚部が共に 0)の間を補間する妥当な結果となっていると考えられる。この計算においてに幅の狭い亀裂を近似するために有限要素の再分割は行わず、大きな有限要素を用いて亀裂パラメータのみを変えている。したがって、亀裂近似要素を用いれば、亀裂付近を多数の有限要素で分割することなく、妥当な傷信号が得られる可能性があることが確認できる。

いるといえる。実験では測定できていない範囲について提案手法で傷信号を求めた。これを三角のマークで示している。実験値の傷信号の軌跡と計算値の軌跡の連続性が確認でき、妥当な結果を得ていることがわかる。

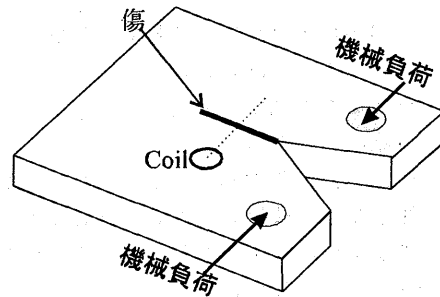


図 11 疲労亀裂モデル

Fig. 11 Fatigue crack model.

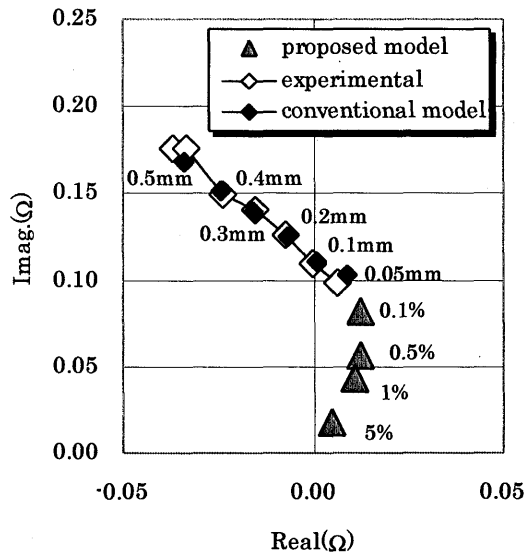


図 10 従来モデルと提案モデルによる計算結果

Fig. 10 Computational results of the proposed model and conventional model.

図 11 に機械的負荷を与えることで亀裂幅を変える実験装置の概要を示す[6]。導体板の両端に設けた穴に機械的な力を加えることで亀裂幅(負荷なしで  $5\mu\text{m} \sim 10\mu\text{m}$ )や接触状態を変えることができる。コイルが図中の点線上を移動して傷信号を検出する仕組みになっている。

図 12 に機械的負荷と傷信号の関係を四角のマークで示している。黒いものは無負荷の状態であり、亀裂が広がる方向の負荷では信号が大きくなり、逆の負荷では傷信号が小さくなっており、妥当な測定が行われて

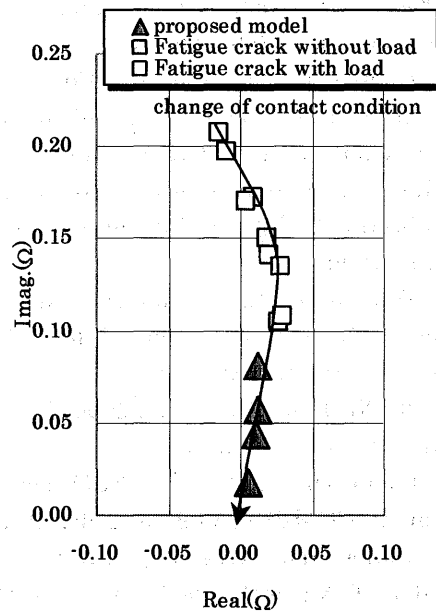


図 12 実験値と計算結果

Fig. 12 Experimental results and calculated results.

#### 4. むすび

渦電流解析手法の一つである有限要素法で亀裂を取り扱うための方法として方向性を持った導電率を有する有限要素モデルを用いる方法を提案した。提案した方法は有限要素の再分割をすることなく、亀裂パラメータを変えることで狭い亀裂によって生じる傷信号を求めるものである。提案法の妥当性を確認するために

計算を行い、以下のことを確認した。

- (1) 亀裂近似要素を用いた有限要素法で導体板に傷のある簡単な問題の解析を行い、従来法と同じ解法(ICCG法)が利用可能であり、良好な解が得られることを確認した。
- (2) 亀裂幅が可変の実験装置を利用した実験値と提案手法の計算値を比較し、亀裂幅が変わった場合でも有限要素の再分割なしに、亀裂パラメータの調整で妥当な傷信号を得ることが可能なことを示した。
- (3) 機械負荷で亀裂幅等を変えられる実験装置の測定結果と提案した亀裂要素を用いた有限要素解析の結果を比較して妥当な傷信号が得られることを確認した。

#### 参考文献

- [1] H. Fukutomi, et al.: "Identification of crack depths from eddy current testing signal," IEEE Transactions on Magnetics, Vol.34, No.5, pp.2893-2896, 1998.
- [2] M. Tanaka, H. Tsuboi et al.: "Computational results of the Benchmark Problem Step 5-3: Conductor with a Crack and a Support Plate," Electromagnetics Nondestructive Evaluation (IV), S.SS.Upda et al.(Eds.), IOSS Press, 2000.
- [3] M. Tanaka, K. Ikeda and H. Tsuboi: "Fast Simulation Method for Eddy Current Testing," IEEE Transactions on Magnetics, Vol.36, No.4, pp.1728-1731, 2000.
- [4] A.Kameari: "Solution of asymmetric conductor with a hole by FEM using edge element, COMPEL, VI.9, pp.230-232, 1990.
- [5] M.Tanaka and H.Tsuboi: "Finite Element Model of Natural Crack in Eddy Current Testing Problem," IEEE Transactions on Magnetics, Vol.37, No.5, pp.3125-3128, 2001.
- [6] M.Tanaka, H.Tsuboi, K.Ooshima and M.Hashimoto: "Finite Element Model for Crack with Narrow Gap in ECT Problem," Proceedings of ENDE 2001, Kobe, Japan, May 2001.