福山大学工学部紀要
第28巻 2004年12月

テンセグリティ構造の応用に関する研究
(三本マストタイプの形状決定法について)

角田　静治*　横井　友幸**

Seiji KAKUDA* Tomoyuki YOKOI**

A Study on Roof Application of Tensegrity
(Form Finding Method of Three struts tensegrity Triplex)

ABSTRACT

Polyhedoral tensegrity is consist of triplex tensegurity and/or poly-plex tensegrity. Triplex ie simplex is most basic among poly-plex. On this paper graphical solution of triplex form finding is discussed and clarified.

キーワード：テンセグリティ，三本マスト，図解法，形状解析
Keyword: Tensegrity,Triplex,Graphical Solution,Form Finding

1. 序

科学技術の発展に伴い高強度材料ができ，また施工技術の向上により高強度の接合部の製作が可能になり，近年テンション構造を利用した建物が目立つようになった．テンセグリティ的な構造形式もその一つである．筆者らは多面体から純粋なテンセグリティを作成する方法について先に一つの方法を述べたが，そのような方法によって種々のテンセグリティ形状を製作すると，随所に三本マスト状テンセグリティ，更に四本，五本マスト状テンセグリティなどのマスト状テンセグリティ要素が現われてくる（写真1-1，1-2参照）．マスト状テンセグリティとは，テンセグリティの中で最も単純な部類であり，三本マストであるなら三本の圧縮材を支柱として三角形の上面，下面を持つ柱状を，四本マストであるなら四本の圧縮材を支柱として四角形の上面，下面を持つ柱状を成す．柱状であることから二本以下の圧縮材では形状を成すことが出来ず,その為最少の要素で構成される形状は三本マストである．また，四本マスト以降は三本マストの拡張と捉える事

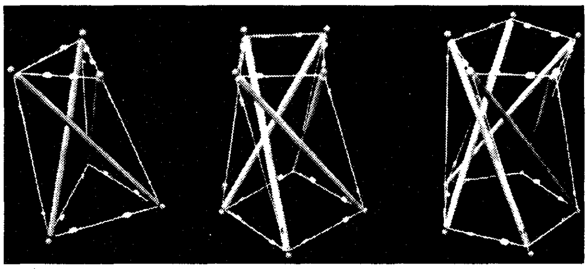

写真1-1　三本（左），四本（中），五本（右）マスト状テンセグリティ

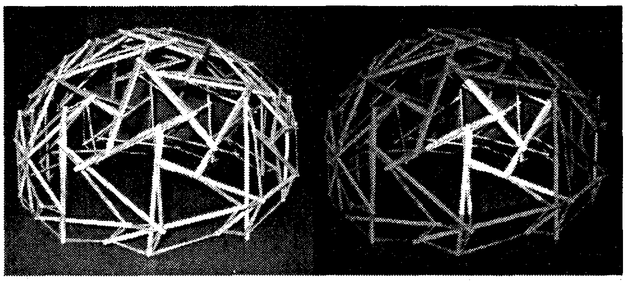

写真1-2　ジオテシックドーム中の五本マスト状テンセグリティ要素

*福山大学大学院工学研究科建築学専攻　　**建築学科

が出来るので三本マストはマスト状テンセグリティ形状における基本形状と言える．この事から三本マスト状テンセグリティ形状を解析し法則性を明らかにすることは複雑なテンセグリティ形状を解析しようとする時の重要な手掛かりとなると考えられる．そこで，研究では三本マスト状テンセグリティの性状（部材位置関係と初期張力の関係等）を幾何学的に明らかにし関係性の理解が直感的に進みやすい図解法によって三本マスト状テンセグリティ形状を作成する方法を示す．

2. 三本マストの形状とその力学的特性

三本マスト状テンセグリティのマスト即ち圧縮材をここではAa，Bb，Ccと表す．この時，引張材は上面においてab，bc，ca，下面においてAB，BC，CA，上下面連結部分においてaC，bA，cBとなる（図2-1参照）．三本マスト状テンセグリティが成り立っている時 C 点における力関係は図2-2の関係にあり釣合っている．また，この関係は他の頂点においても同様である．上面の各頂点に生ずる上面三角形の辺である引張材の合力は，上面三角形内において一点に集まる（図2-3参照）．

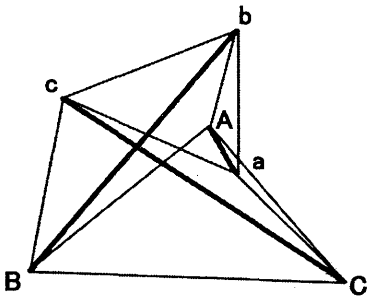

図2-1　三本マスト状テンセグリティ

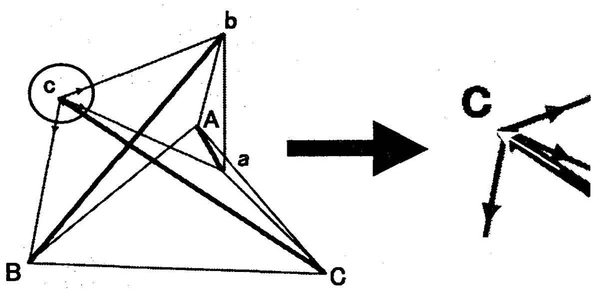

図2-2　c点における力関係

仮にこの点を合心Oと名付ける．三辺の張力が等しい場合，合心は上部三角形abcの内心に一致する．Oから上面の各頂点 a，b，c に引いた線分 Oa，Ob，Oc はそれぞれ下面三角形の辺 AC，BA，CB と同一平面内に位置し（図2-4参照），特に上面と下面が平行の関係にある場合それぞれの線分は平行の関係にある．

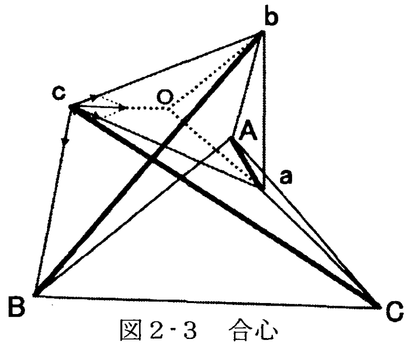

図2-3　合心

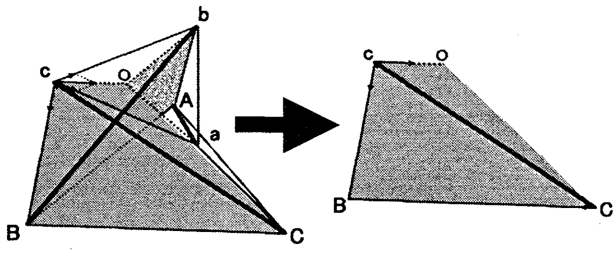

図2-4　Oc，CBの存在する平面

なぜならば各部材の引張力，圧縮力を T_{ij}，C_{ij}（I，j は節点記号を示す）として示すと，例えば，c点で T_{cb}，T_{ca}，T_{cB}，C_{cC} は釣合い，従って T_{cb} と T_{ca} の合力 T_{cO} と T_{cB}，C_{cC} の3力も釣合い状態にある．3力が釣合うためにはそれらは同一平面内になければならない．それゆえ cO と cB と cC は同一平面に在り，BC もそうなるのである．この関係は点 a，b で同様に成り立ち，Oa，Ob，Oc～ac，ba，cb の成す面の交線は三角錐 OABC を形成する．この OB（～OA）はそれぞれ面 OcBc と面 OBAb 上の力の関連性を持つ．即ち，B点では T_{Bc}，T_{BC}，T_{BA}，C_{Bb} が釣合っているので T_{Bc} と T_{BC} の合力は T_{BA}，C_{Bb} と同一平面内になければならずそのため OB 上に生じる．従って T_{BC} の大きさは T_{Bc} との合力が OB 上に在るように決定される．またC点でも同様に T_{Ca}，T_{CB}，T_{CA}，C_{Cc} が釣合うためには T_{CB} と C_{Cc} の合力は T_{Ca}，T_{CA} と同一平面内になければならずそのため OC 上に生じる．従って T_{CB} の大きさも C_{Cc} との合力が OC 上にあるように決定される．c点で T_{cO}，T_{cB}，C_{cC} が釣合う（閉三角形を成す）事と T_{BC} と T_{CB} の大きさが等しくなることは四辺形 OcBC の性質より証明できる．同じく点 a，b においても同じことが成り立って，下面の三角形辺材の張力が最終的に釣合うことが保証される．以上の事より三本マスト状テンセグリティの足となる下面三角形と上面の合心を決め，合心を通り下面三角形と同一平面内に位置する線分上に上面の頂点を決めるとその形がテンセグリティを成し、自己釣合い応力も決定される事がわかる。

3. 図解法の原則

図解法を行う上で三本マスト状テンセグリティを成

すためには前節において述べた力学的特性を満たす形でなければならず，この事からいくつかの制約がある．ここではそれを図解法の原則として述べる．

① 頂点において力が釣合うためには，その頂点の三本の引張材の内部に圧縮材がなければならない．（図３-１の上図のｂ点においては圧縮材bBが引張材ba，bc，bAの内部に位置しておらず力が釣合わない．下図のｃ点においては圧縮材cCが引張材ca，cb，cBの内部に位置し釣合うことが出来る．）

② 下面三角形に対して上面三角形が平行な場合には下面の各辺と対応する上面の合力の延長線は同一平面内に在るため平行でなければならない．（図３-２の下面の辺 CA に対しては上面の合力の延長線Oaが同一平面内にあるため立，平面共に平行になっている．）

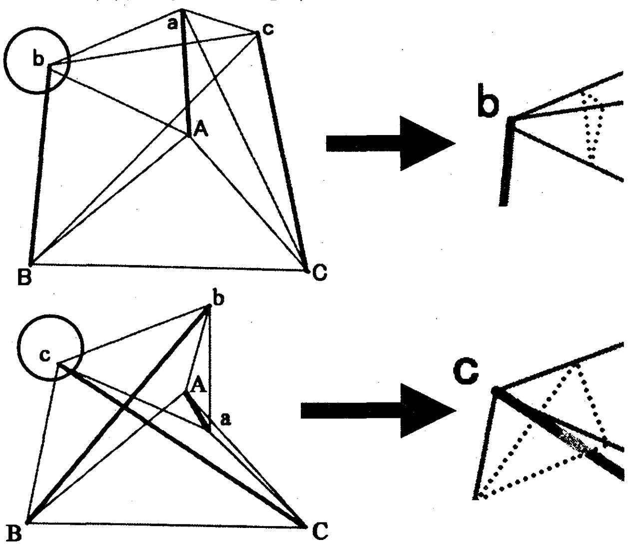

図３-１　三本の引張材の内部に圧縮材がない場合（上）とある場合（下）

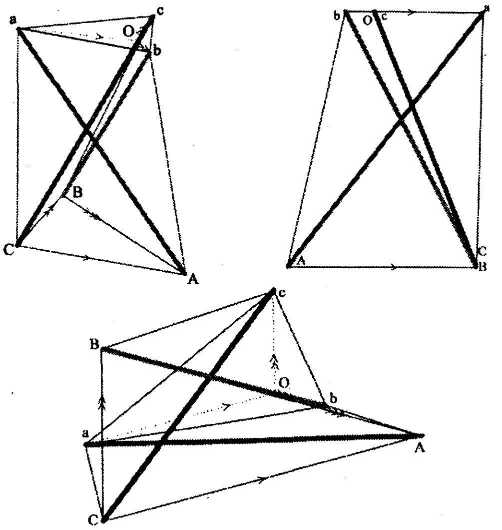

図３-２　平行な場合の下面三角形の辺と上部合力の関係

③ 下面三角形に対し上面三角形が平行でない場合には各下面三角形の各辺とそれに対応する上面の合力の延長線は同一平面内に在るため互いの延長線は、下面と上面の交線上において交点をとらなければならない．（図３-３の下面の辺 BC に対しては上面の合力の延長線 cO が同一平面内にあるため，BC の延長線と cO の延長線は上面と下面の交線上で交点を取る．）

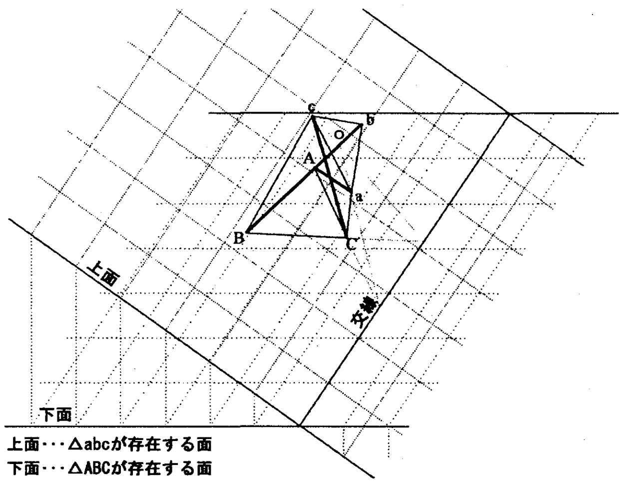

図３-３　各下面三角形の辺の延長線とそれに対応する上面合力の延長線の関係

4. 図解法

図解法は下面を決め、与えられた圧縮材の長さ，上下面の関係を基に任意の形の上面の位置，大きさを導くものである．本節では，その手順を説明する．

① 目標形状のパラメータとして以下の設定を行う．

A) 下面三角形の各頂角

B) 下面三角形の大きさ（外接円の半径）

C) 各圧縮材の長さ

D) 上下面の関係

・下面に対して上面が平行の場合

下面に対する上面の高さ

・下面に対して上面が平行でない場合

下面に対する上面の傾き

下面（または上面）の各頂点から上面（または下面）までの垂直距離

E) 上面三角形の頂角

② 上下面が平行でない場合，①-A，B の設定に従い下面三角形を描き，①-D で設定した下面に対する上面の傾きから上面が下面に対して①-D で設定した高さに位置するように下面と上面の交線を引く（図４-１においては左側に上面と下面の交線，右側に下面三角形が位置している）．上下面が平行な場合，①-A，B の設定に従い下面三角形を描く

(図４-２参照).

③ 図解法は三本マスト状テンセグリティの上面を導くことになる為上下面が平行でない場合，上面を主要面として考えなければならない．そこで，下面の三角形を上面に投影する必要がある．(図４-３参照)

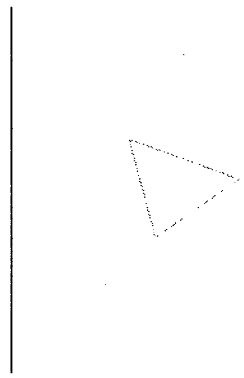

図４-１　下面三角形と交線

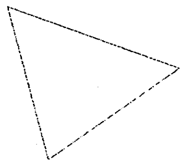

図４-２　下面三角形

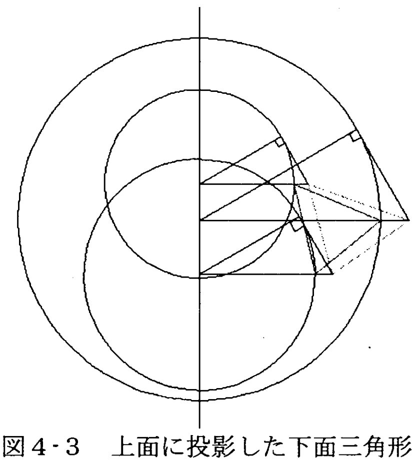

図４-３　上面に投影した下面三角形

④ 圧縮材が上面に接する時に描く円を下面三角形または投影した下面三角形の各頂点を中心に描く．なお，円の半径（又は直径）は各頂点の高さと圧縮材の長さから算出する．(図４-４，５参照)

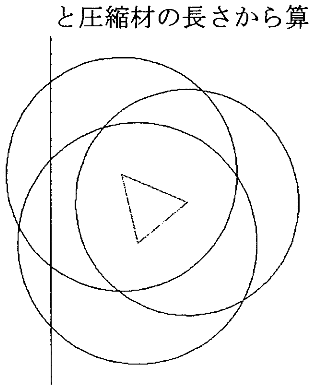

図４-４　圧縮材が上面に接する時に描く円（非平行）

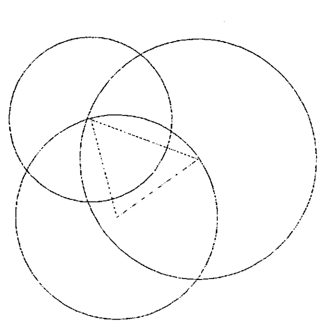

図４-５　圧縮材が上面に接する時に描く円（平行）

⑤ 上下面が平行でない場合，投影した下面三角形の各辺を下面と上面の交線に向かって延長し交点をとる．この交点は節３-③の各下面三角形の各辺とそれに対応する上面の合力の延長線の交点と同一のものである．(図４-６参照)

⑥ 頂点において力が釣合うためには節３-①を満たさねばならない．そのためには上面三角形の各頂点を対応する④の各円と下面三角形の辺の延長線との交点の間（下面三角形の辺側）の弧上にとらなければならない．(図４-７参照)

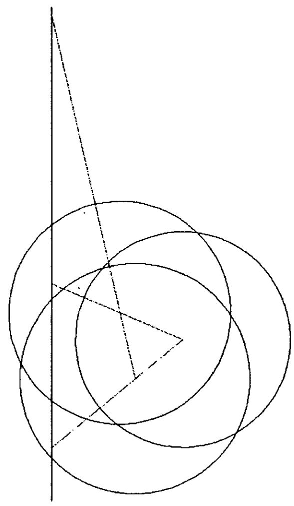

図４-６　下面三角形の各辺の延長線

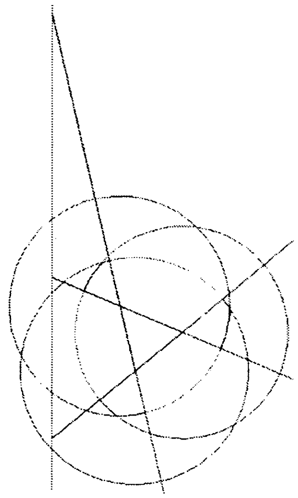

図４-７　交点の間の弧

⑦ 上下面が平行でない場合，⑤の交点から⑥の弧上に，設定した上面三角形の形（今回は仮に正三角形と設定）に近い形で（はじめから設定した三角形の形状にする事が難しいため）交点をとり，かつ，弧で囲まれた内部において一点で交わるよう線を引く．この線は最終的に形状が決定された時には上面の合力の延長線となり，また交点は合心となる（図４-８参照)．上下面が平行な場合，下面三角形の各辺と平行な線を弧上に設定した上面三角形の形に近い形で交点をとり，かつ，弧で囲まれた内部において一点で交わるように引く（図４-10 参照)．

⑧ ⑦を調整し設定した上面三角形の形に一致させる（図４-９，11 参照)．図４-８の場合には上下面の交線上の最も上部の交点からの合力の延長線を交線上の交点を中心にして，反時計回りに回転させ残りの二つの延長線を一点で交わるように調整することで正三角形に近づく事がわかる．図４-10 においては縦の合力の延長線と右下がりの合力の延長線を残りの延長線と一点で交わるように左側に移動することで正三角形に近づく事がわかる．

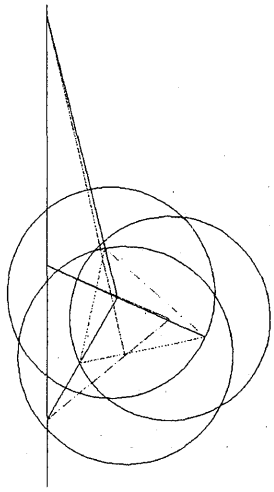

図4-8　合力の延長線（非平行）

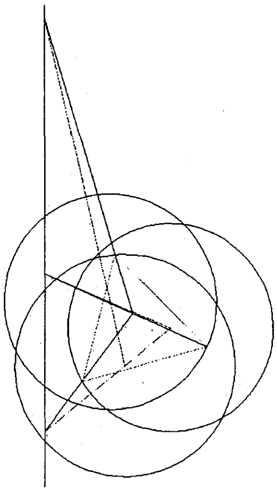

図4-9　上面三角形の決定（非平行）

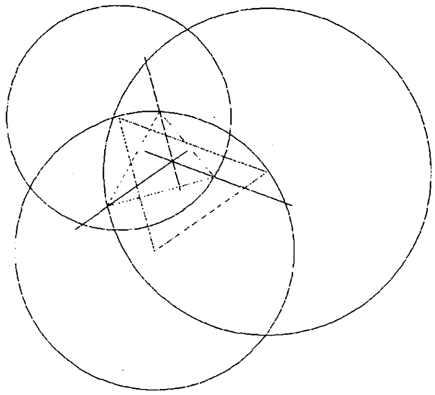

図4-10　合力の延長線（平行）

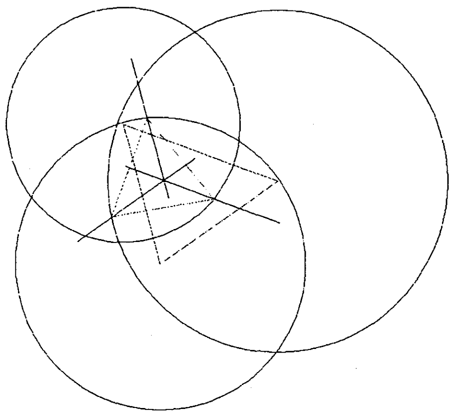

図4-11　上面三角形の決定（平行）

5. 三本マスト状テンセグリティの模型

図解法により導き出された上下面の関係を基に各引張材の長さを導き出し，その長さから実際に三本マスト状テンセグリティの模型を製作し図解法との比較を行い，形状を導けることを証明する．なお，前節において例として挙げられていた図解法は以下に示す三本マスト状テンセグリティの模型の図解法である．また，ここでは上面を成す三角形の各頂点を a，b，c とし，下面を成す三角形の各頂点を A，B，C とする．圧縮材は Aa，Bb，Cc である．

① 上下面が平行な場合の三本マスト状テンセグリティの模型との比較

三本マスト状テンセグリティの模型の形状は以下の設定とする．

- A) 下面三角形は半径 **60mm** の外接円を成し∠CAB＝**70°**，∠ABC＝∠BCA＝**55°** の二等辺三角形とする．
- B) 上部三角形の形状は正三角形とする．
- C) 圧縮材の長さは **Aa＝190mm**, **Bb＝170mm**，**Cc＝180mm** とする．
- D) 上部面の高さは **150mm** とする．

製作した三本マスト状テンセグリティの模型を写真5-1に示す．

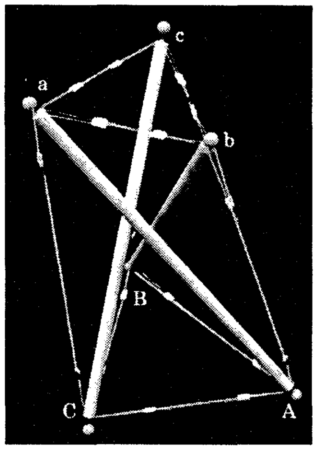

写真5-1　制作した上下面平行の三本マスト状テンセグリティの模型

三本マスト状テンセグリティの模型を上部より撮影したものと図解法との比較を写真5-2と図5-1により行う．

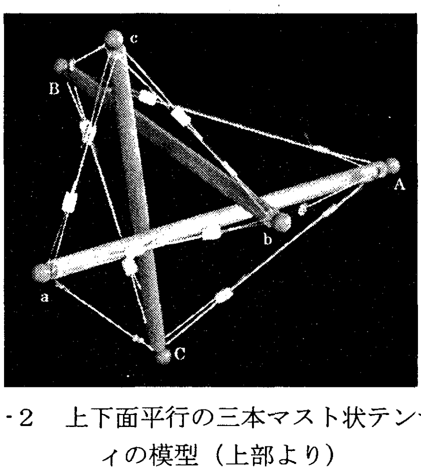

写真5-2　上下面平行の三本マスト状テンセグリティの模型（上部より）

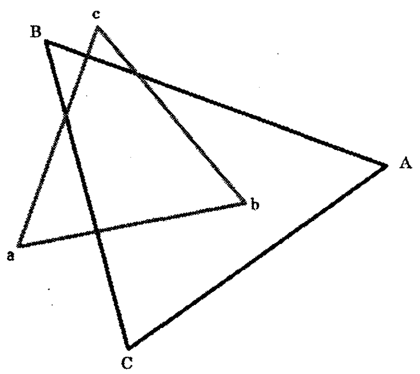

図5-1　上下面平行の三本マスト状テンセグリティの図解法（上部より）

② 上下面が平行な場合の三本マスト状テンセグリティの模型との比較

三本マスト状テンセグリティの模型の形状は以下の設定とする.

A) 上面が下面に対して 30° の傾きに在るとする.

B) 下面三角形は半径 60mmの外接円を有し∠ACB=70°，∠BAC=∠ABC=55° の二等辺三角形とする.

C) 上部三角形の形状は正三角形とする.

D) 圧縮材の長さはAa=190mm, Bb=170mm, Cc=180mmとする.

E) 上面各頂点の下面からの高さは 50～150mmの範囲内に収まるものとする.

製作した三本マスト状テンセグリティの模型を写真5-3に示す.

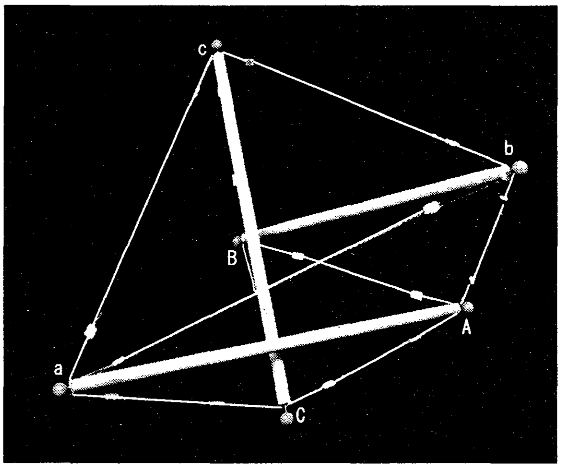

写真5-3　製作した上下面非平行の三本マスト状テンセグリティの模型

三本マスト状テンセグリティの模型を上部より撮影したものと図解法との比較を写真5-4，と図5-2により行う.

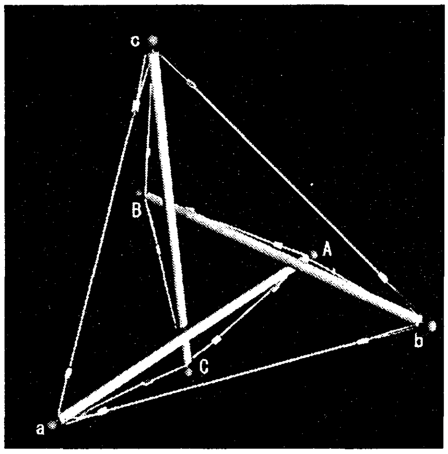

写真5-4　上下面非平行の三本マスト状テンセグリティの模型（上部より）

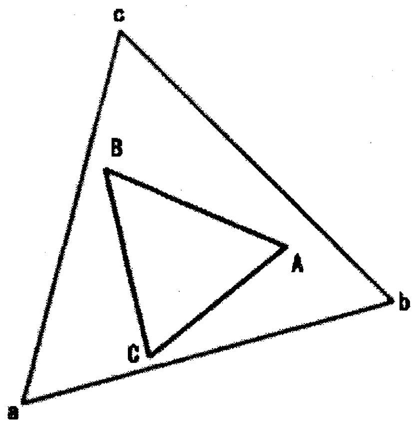

図5-2　上下面非平行の三本マスト状テンセグリティの図解法（上部より）

6. 結語

本稿では三本マスト状テンセグリティの種々の形状が図解法により，全くの任意形状ではテンセグリティを成さないが，テンセグリティの釣合いを満たす任意形状に近い形状をデザインすることができるようになったと言えるだろう。ところで、角錐形状や反柱形状等の多面体を元にしたテンセグリティは一本の圧縮材の一端から引張材が他端へ繋がるとき中間に二本の圧縮材が結合される関係にある。しかし，マスト状テンセグリティは一本の圧縮材の一端から他端へ繋がる引張材の途中には一本の圧縮材しか結合されていない。そこで三本マスト状テンセグリティの釣合いを保ちながら圧縮材の一端の引張材をはずし別の一端へ移動させ三本マストマスト状テンセグリティ同士を結合させる工夫が出来ると、全く新しいテンセグリティ形状が創造できるようになる。そのような形状の遷移法を見つけることが三本マスト状テンセグリティの図解法の目標である。