

# 直流機の整流帯における磁束分布の解析

安藤 詔生\*

Numerical Analysis of Magnetic Flux in Commutating Zone of DC Machine.

Tuguo ANDO

## ABSTRACT

The speed-torque characteristic and the commutation characteristic are mainly depend on the magnetic flux in armature airgap. In this paper, the numerical solution method to analyse the magnetic flux is proposed. Next, The magnetic fluxes in small-sized DC machine with armature wave-winding are derived from the proposed method. The magnetic fluxes in commutating zones, which are disturbed by commutating current of armature coil, are investigated. The results may be used to improve the both characteristics of DC machine.

キーワード：直流機、整流、電機子反作用、磁束分布、有限要素法

Keywords：DC Machine, Commutation, Armature reaction, Magnetic flux, FEM.

## 1. まえがき

直流機は、優れた速度—トルク特性を有しているので産業用機器として広く使用されている。しかし、その使用に際しては、ブラシと整流子による電機子コイル電流の機械的整流を良好に保ち、整流火花の発生を抑制することが必要とされる。整流を良好に保つには、整流中のコイルに誘導されるリアクタンス電圧や電機子反作用磁束による速度起電力を、補極磁束による整流起電力によって打ち消すことが必要である。

本論文では、まず、整流現象に関する整流帯における磁束分布を解析するため、磁界の2次元数値解析法について説明を加える。つぎに、理想的な整流とされる直線整流が行われていると仮定して、磁界解析を行う。この場合には、界磁電流による磁束分布、電機子反作用による磁束分

布、補極電流による磁束分布に分けた解析も行い、界磁および整流帯での磁束分布の偏りの要因を調べる。さらに、整流が悪化して、不足整流あるいは過整流になった場合に、磁束分布がどのような影響を受けるかを解析によって調べる。特に、整流電圧の誘導に関する整流帯での磁束分布の変化について検討を加え、将来の整流特性の改善に役立てたい。

## 2. 基礎方程式と数値解析法

### 2.1 基礎方程式

直流機の特性は、次の基本式で表される。

$$\begin{aligned} E &= L_a di_a / dt + R_a i_a + K_m \phi n \quad \dots(1) \\ T &= K_m \phi i_a \end{aligned}$$

ただし、

\*電子・電気工学科

$E, i_a$  : 電機子回路供給電圧、電機子回路電流  
 $L_a, R_a$  : 電機子回路のインダクタンス、抵抗  
 $K_m, \phi$  : 起電力やトルクの係数、界磁磁束  
 $n, T$  : 回転速度、発生トルク

電圧  $E$  や磁束  $\phi$  を変化させることによって、速度  $n$  やトルク  $T$  を精度良く制御することができる。また、ブラシ1とブラシ3によって短絡され、 $-i_a/2$  から  $i_a/2$  に変化する電機子コイル  $j$  の整流回路については、次式が与えられる [1]。

$$e_j = \sum_m L_{j,m} di_m / dt + ri_j + R_b (I_{b1} - I_{b3}) + v_{sj} - v_{sj+y} \quad \dots(2)$$

ただし、

$e_j, i_j$  : 整流中コイル  $j$  の整流電圧、電流

$\sum_m L_{j,m} di_m / dt$  : リアクタンス電圧

$r, R_b$  : 電機子コイル及びブラシの抵抗

$I_{b1}, I_{b3}$  : ブラシ電流、 $y$  : 合成ピッチ

$v_{sj}, v_{sj+y}$  : ブラシと整流子片間の接触電圧

なお、整流起電力は、次式より求められる。

$$e_j = K_c (B_j + B_{j'}) n - \theta_c < \theta_j, \theta_{j'} < \theta_c \quad \dots(3)$$

$$\theta_c = (\beta + u + K/P - y_b - 2/P)\pi / K$$

ただし、

$B_j, B_{j'}$  : コイルと鎖交する整流帯磁束密度

$\theta_j, \theta_{j'}$  : コイル辺と補極中心との角度

$\pm \theta_c$  : 整流帯 (角度表示)、 $K$  : 整流子片数

$\beta$  : ブラシ幅 (整流子片数に換算)、 $P$  : 極数

$u, y_b$  : スロット内コイル辺数、バックピッチ

$K_c$  : 整流電圧の係数

整流電圧によってリアクタンス電圧を打ち消すことができると、整流は理想的とされる直線整流となる。整流電圧が不足すると、整流電流の変化に遅れが生じ、不足整流となる。過大であると、電流変化が促進され、過整流となる

(図3参照)。不足整流あるいは過整流となり、ブラシと整流子片間の電圧  $v_{yj}$  が 2~4(V) 以上になると、整流火花が発生すると云われている。

つぎに、直流機 の速度・トルク特性や整流特性に密接に関係する磁界についての基本方程式は、変位電流や渦電流の誘導が無視できるので、次式のように簡単になる。

$$\text{rot } H = J, \text{div } B = 0, B = \mu H \quad \dots(4)$$

ただし、

$H, J$  : 磁界の強さ、巻線の電流密度

$B, \mu$  : 磁束密度、透磁率

上式は、 $B = \text{rot } A, \text{div } A = 0$  を満たす関数 (ベクトルポテンシャル)  $A$  を導入することによって  $A$  と  $J$  との関係式に変換できる。

$$\text{rot}(\text{rot } A / \mu) = J \quad \dots(5)$$

## 2. 2 磁界の2次元数値解析法

直流機 の軸方向 ( $z$  方向とする) が十分に長く、軸方向についての磁界の変化が無視できるものと仮定すると、ベクトルポテンシャルと電流密度の  $z$  方向成分  $A(x, y)$  と  $J(x, y)$  および磁界の  $x, y$  方向成分についての以下の式が導かれる。

$$\oint_c (\text{rot } A / \mu) \cdot dl = \int_S J dx dy \quad \dots(6)$$

$$B_x = \frac{\partial A}{\partial y}, B_y = -\frac{\partial A}{\partial x} \quad \dots(7)$$

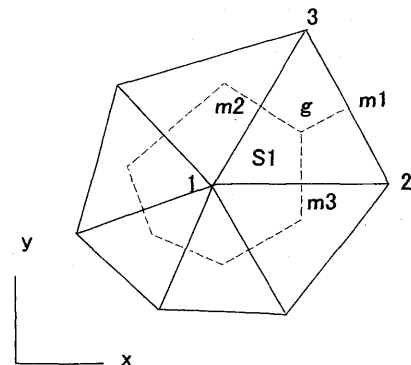


図1 節点を囲む三角形要素と周回積分

Fig. 1 Triangular elements and integral path around node.

数値解析では、解析領域を後の図2に示すように多数の微小三角形要素に分割して、各三角形要素の頂点(節点と称す)上のAの値を求める。Aの値を求めるために、まず、各三角形要素内のベクトルポテンシャルが一次近似式

$$A = a + bx + cy \quad \dots(8)$$

で表されるものとする。つぎに、図1に示すような節点周りの積分領域について、(6)式のアンペアの周回積分を行い、節点方程式を導出する。なお、三角形要素の形状による磁界分布の偏りを少なくするため、外心を通る積分路を考える。図1の節点1, 2, 3よりなる三角形要素については、以下の式が求められる[2]。

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} a_1, a_2, a_3 \\ b_1, b_2, b_3 \\ c_1, c_2, c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix}$$

$$\int_{m_3 g m_2} \frac{rot A}{\mu} \cdot dl = \frac{1}{2\mu D} \left\{ (b_1^2 + c_1^2) A_1 + (b_1 b_2 + c_1 c_2) A_2 + (b_1 b_3 + c_1 c_3) A_3 \right\}$$

$$\int_{m_3 g m_2} J dx dy = JS_1 \quad \dots(9)$$

ただし、

$$a_1 = x_2 y_3 - x_3 y_2, \quad b_1 = y_2 - y_1,$$

$$c_1 = x_3 - x_2, \quad \dots, \quad D = a_1 + a_2 + a_3$$

$m_1, m_2, m_3, g, S_1$  : 線分の中心、外心、面積

$J, \mu$  : 三角形要素における電流密度、透磁率

$A_1, A_2, A_3$  : 節点上のベクトルポテンシャル値

$x_i, y_i (i=1, 2, 3)$  : 節点*i*の座標値

(6)、(7)、(9)式を利用することにより、境界条件を含んだ全ての節点に対する節点方程式が導出できる。節点方程式を数値的に解くことにより、全節点上のベクトルポテンシャルの値が求められる。数値解を利用して、 $A(x, y) =$ 一定の等ベクトルポテンシャル線を描くと、

$$dA = \frac{\partial A}{\partial x} dx + \frac{\partial A}{\partial y} dy = -B_y dx + B_x dy = 0$$

$$dy/dx = B_y / B_x$$

より、磁束分布を表すための磁束線が得られる。また、要素内の磁束密度は、

$$B_x = (c_1 A_1 + c_2 A_2 + c_3 A_3) / D$$

$$B_y = -(b_1 A_1 + b_2 A_2 + b_3 A_3) / D$$

の計算により求められる。解析には、Fortran及びMatlabの数値解析用のソフトを使用する。

表1 直流機の仕様

Table 1 Specification of DC machine.

定格	出力：3kW、電圧：220V、電流：Ia=16A 回転速度：N=1800rpm、単重波巻
電機子	スロット数：25、整流子片数：K=75 スロット内コイル辺数：2u=6 鉄心の外径、長さ：170、90mm コイルピッチ：yb=16、y=37 ブラシ数：4、ブラシ幅： $\beta=2.75$
界磁	極数：P=4、1極当たりの巻数：1000 界磁電流：If=1.3A、他励磁
補極	1極当たりの巻数：70 補極励磁電流：Ia=16A
その他	電機子、界磁、補極鉄心の比透磁率：514 継鉄の比透磁率：65 電機子コイル数：75、整流コイル数：13

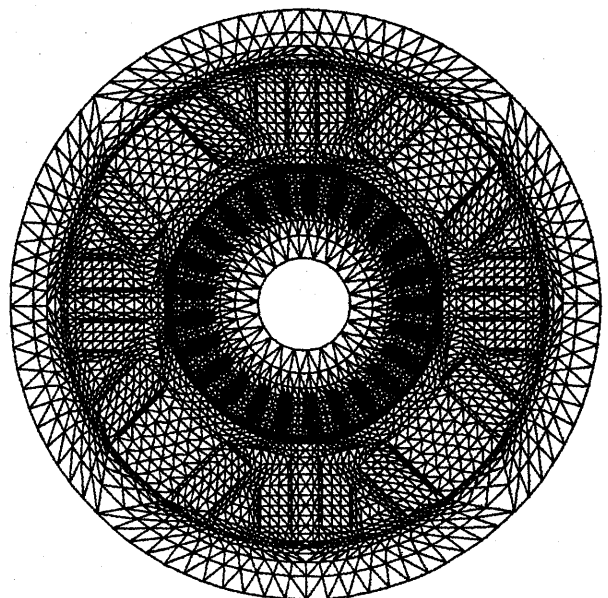


図2 三角形要素分割

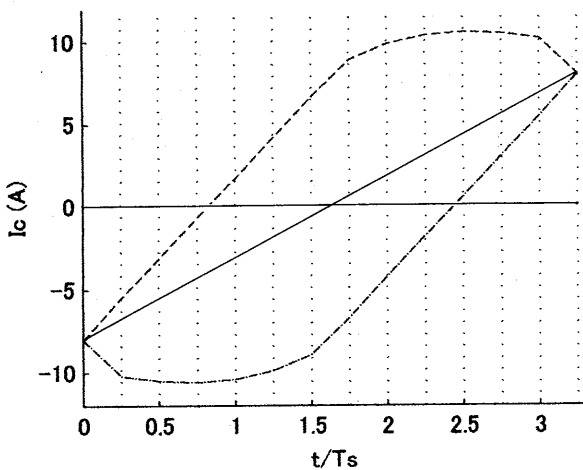
Fig.2 Triangular meshes.

### 3. 解析結果

解析に用いる4極の波巻直流機の仕様を表1に示す。図2は、直流機断面の三角形要素分割図であり、要素数9070、節点数4590となっている。直流機は定格運転状態であり、界磁巻線には $I_f = 1.3(A)$ 、補極巻線には $I_a = 16(A)$ の電流が加えられる。電機子スロット中の電機子コイルには、 $I_a/2 = 8(A)$ の電流が与えられる。ただし、補極部のスロット内にある整流中のコイル電流は、整流状態を考慮して配分する。図3には、整流コイルの電流変化、即ち整流曲線を示す。実線は直線整流、一点鎖線は不足整流、破線は過整流の状態を示している。図において、 $T_s = 0.44(ms)$ は電機子が整流子片1個相当の回転に要する時間である。

図4には、直線整流が行われている場合の節点方程式を解くことによって求めた等ベクトルポテンシャル線、即ち磁束線の分布を示す。図において、線間のポテンシャル値の差は、 $\Delta A = 3(mWb/m)$ である。磁束分布は電機子のスロットやティースの影響を受けている。また、補極磁束や電機子反作用磁束により、補極空隙部分即ち整流帯における磁束分布に偏りが生じることがわかる。

図5は、図4の場合について、電機子周辺空隙における磁束密度の半径方向成分の分布を示したものである。磁束密度分布には、25個のスロットの影響が表されている。角度 $\theta = 0, 90, 180, 270(\text{degree})$ で示される補極空隙部の



3 整流曲図線

Fig.3 Commutation curves.

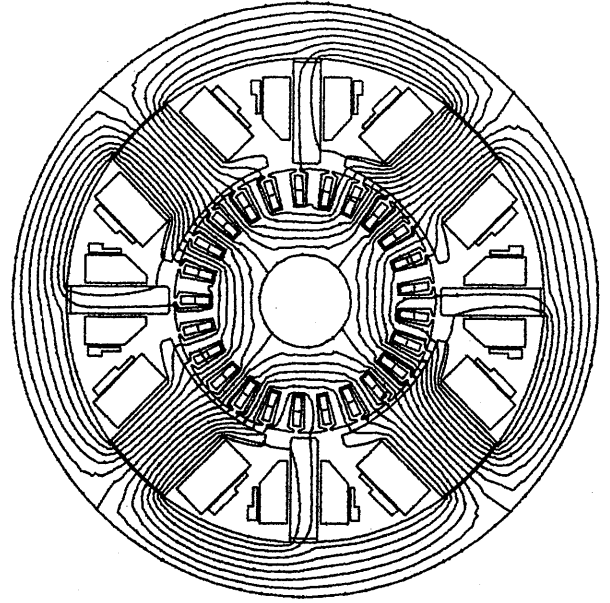


図4 磁束線

Fig.4 Magnetic flux lines.

磁束密度は、(3)式の整流電圧に関係する。界磁部分の磁束密度は、速度トルク特性をきめる(1)式の磁束 $\phi$ に関係する。図5の磁束密度は、図6に示した界磁電流による磁束密度 $B_f$  (破線)、電機子コイル電流による電機子反作用の $B_a$  (実線)、補極励磁電流による $B_p$  (一点鎖線)に分けられる。図6の $B_p$ は十分に大きいので、整流帯における $B_a$ が打ち消されるだけでなく、リアクタンス電圧を補償する整流電圧を誘導するための磁束も作成されることがわかる。

ただし、補極が狭いことにより、 $\pm\theta_c$ の整流帯における電機子反作用磁束の補償が不十分であることが示されている。良好な整流を保つ運転には、かなりの制約が生じるものと考えられる。

つぎに、整流が悪化して、不足整流あるいは過整流の状態になった場合の磁束分布の変化を調べる。磁界の数値解析では、図3の整流曲線を利用して整流中の電機子コイルに電流を配分する。

図7は、整流状態による電機子空隙の磁束密度分布の変化を求めたものである。ただし、 $B$  (実線)は直線整流、 $B_u$  (一点鎖線)は不足整流、 $B_o$  (破線)は過整流の場合の磁束密度である。 $B_u$ より、過度の不足整流時には、

直流機 の速度—トルク特性に関わる主磁束  $\phi$  の減少が生じることがわかる。逆の過整流時には、主磁束  $\phi$  が増すことが示されている。図8には、4極の補極空隙部即ち整流帯における磁束密度分布を示す。磁束密度が、電機子のスロットやティースの影響を受けていることがわかる。図において、補極中心より角度で  $\pm\theta_c = 14.4(\text{degree})$  の範囲の磁束密度が、(2)、(3)式の整流電圧に関係する。不足整流時の整流帯の磁束密度  $B_u$  には、補極磁束  $B_i$  を減らす電機子反作用磁束の変化の遅れが現れている。過整流時の  $B_o$  には、反作用磁束の変化が促進された影響が表されている。

#### 4. まとめ

直流機を使用する場合、その優れた速度—トルクを活かすためにも、整流を良好に保ち、整流火花の発生を防ぐことが必要とされる。本論文では、まず、整流特性に密接な関係を有する磁束分布の解析法について説明を加えた。節点方程式の導出に際しては、細かな電機子スロット内の電流密度分布や磁界分布の偏りを抑制するために、アンペアの周回積分の法則を適用する積分路を、従来の三角形の重心を通る積分路から外心を通る積分路に変更した。

直線整流時については、磁束密度分布の偏りを調べるために、界磁電流による主磁束、電機子電流による電機子反

作用磁束、補極電流による磁束に分類した解析を行った。解析結果からは、表1に示した小形直流機の整流特性を改善するには、少し幅の広い補極の使用が有効であることが推察できる。

整流状態を変えた場合の解析結果からは、不足整流時には主磁束の減少、過整流時には主磁束の増加が生じ、整流状態が速度—トルク特性にも影響を与えることがわかった。また、整流帯における磁束密度の変化に、遅れや進みがもたらされることが確認できた。整流帯における磁束密度の解析結果は、今後の整流方程式による整流特性の解析に活かす予定である。

おわりに、本論文の作成にあたり、数値解析法の改良に助力をいただいた本学卒業生の臼井彰浩氏と大前雄平氏に感謝の意を表します。

#### 参考文献

- [1] 安藤 昭生：波巻直流機の整流特性の数値解析、福山大学工学部紀要、第12号、pp.15-21(1990)
- [2] シミュレーション技術研究会編：シミュレーション技術(Ⅲ)有限要素法、コロナ社、pp.71-81(1981)

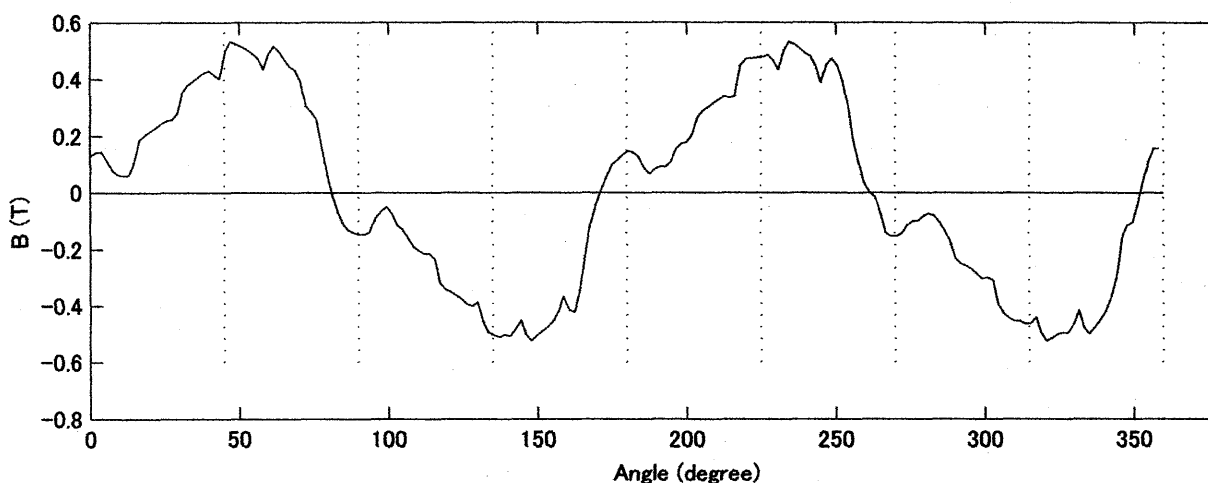


図5 直線整流時の磁束密度

Fig.5 Magnetic flux density in case of straight line commutation

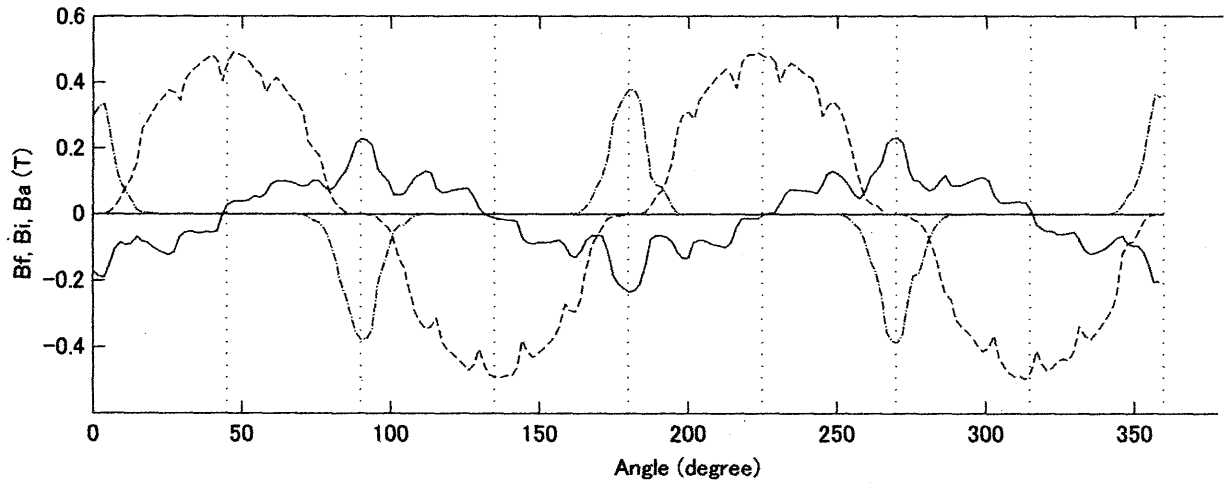


図6 界磁電流、補極電流、電機子巻線電流による磁束密度

Fig.6 Magnetic flux densities caused by field current, interpole current and armature coil current

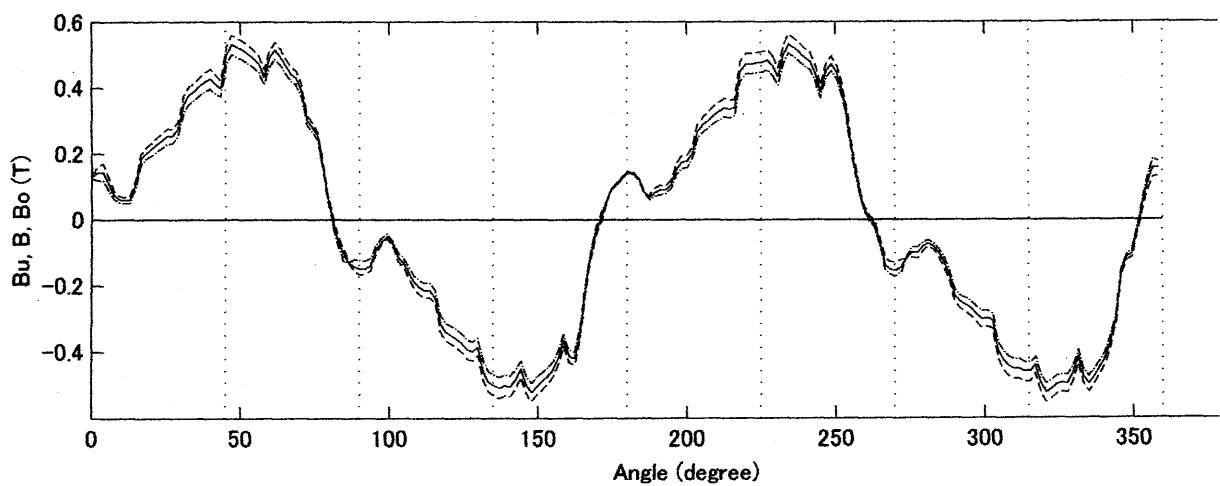


図7 不足整流、直線整流、過整流時の磁束密度

Fig.7 Magnetic flux densities in cases of undercommutation, straight line commutation and overcommutation.

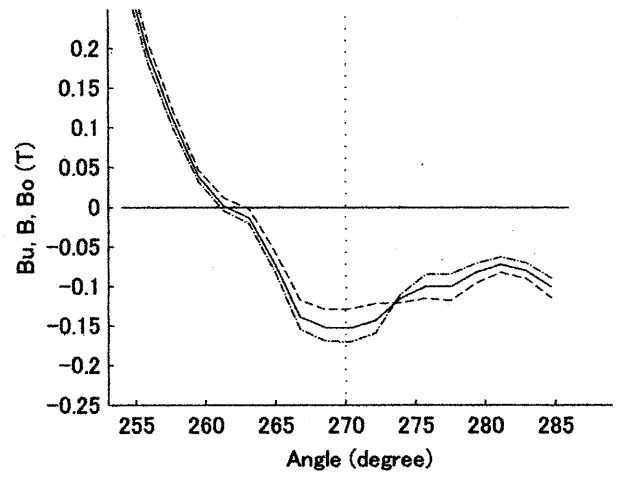
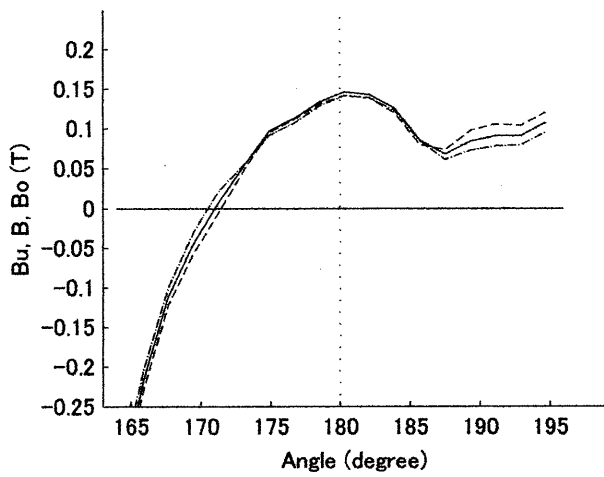
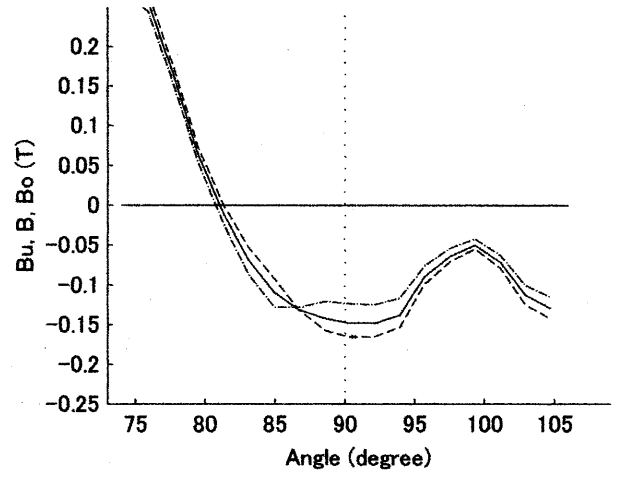
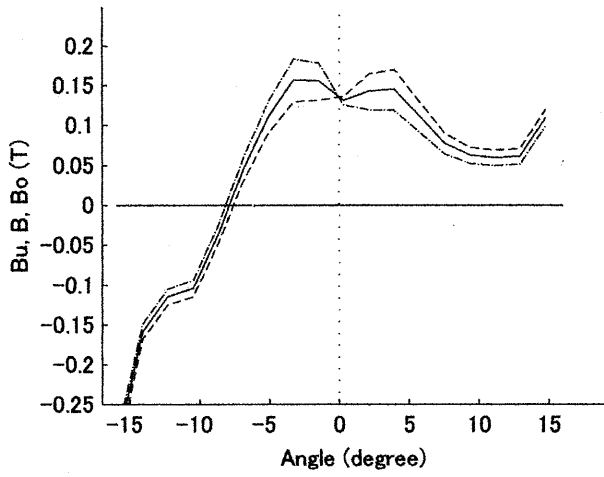


図8 整流帯における磁束密度

Fig.8 Magnetic flux densities in commutating zones.