

コンクリート構造部材の寸法効果に関する有限要素解析

寺井雅和*

The Finite Element Analysis about Size Effect of Concrete members

Masakazu TERAI*

ABSTRACT

This paper presents a numerical analysis of the size effect on the shear strength of RC beams, and some problems are discussed in this study. The numerical model is verified using two-dimension nonlinear finite element analysis, which is applied to the simulation of RC members in flexure and shear failure. Three RC beams which the size differs are analyzed using this FEM. The consideration shows that, in order to evaluate an analysis result appropriately, it is necessary to judge synthetically as compared with various index values, such as strain of reinforcement, strain of concrete, destructive mode, a crack situation and so on.

キーワード：寸法効果，鉄筋コンクリート梁，有限要素法，破壊エネルギー

Keywords : Size Effect, Reinforced Concrete Beam, Finite Element Method, Fracture Energy

1. はじめに

コンクリート構造物の非線形解析技術の進歩はめざましく、現在ではせん断破壊挙動やポストピーク挙動などが解析的に評価可能になりつつあるとともに、設計における照査技術としても用いられるようになってきた。しかし多くの場合、解を得るまでに至った経緯はブラックボックス的に扱われ、解の信頼性や安定性の問題、さらには、解析パラメータの解析解に及ぼす感度などに関して十分に議論されていない現状にある。また各種解析手法に対し、それぞれの手法の長所・短所あるいは問題点などについても現状では共通的な評価がなされているとは言い難い。非線形解析が一般的なツールとして扱われるためには、構成則等の検討とともに解析におけるブラックボックス的部分を少なくし、解析技術そのものについて十分な検討がなされる必要がある。このような認識の下に、土木学会コンクリート委員会の「コンクリート構造物の非線形解析技術研究(322)小委員会」(以下、

322委員会)では、コンクリート構造物の非線形解析を対象に、各種解析手法ならびに解析技術に関する幅広い調査研究を行っている。筆者はこの委員会のメンバーであり、この活動の一環として、これまでいくつかの解析を行ってきた。

本研究は、これらの解析のうち、鉄筋コンクリート梁の寸法効果を対象とした有限要素法による解析結果をまとめ、解析をする上で問題となった点や解析結果の評価方法などについて検討する。

2. 解析評価用実験

清水建設技術研究所で行われた、等分布荷重を受けるせん断補強筋のない鉄筋コンクリート梁の実験を対象とする¹⁾。この実験では、有効高さ $d=10\sim 300\text{cm}$ でのせん断強度の寸法効果について明らかにされており、寸法効果を対象とする解析手法を評価するうえで有用なデータである。

表1に試験体の諸元を示す。試験体の有効高さ(d)を

*建築学科

表1 解析対象試験体の緒元

N 試験体	試験体寸法						コンクリート				鉄筋		鉄筋比		破壊時作用せん断応力			破壊モード	加力方向
	有効高さ d(cm)	載荷スパン l(cm)	載荷スパン比 l/d	試験体長さ L(cm)	試験体高さ H(cm)	試験体幅 b(cm)	粗骨材最大寸法 Gmax(mm)	試験時材令(日)	圧縮強度 f _c (MPa)	引張強度 f _t (MPa)	径 D	降伏点 Sy(MPa)	軸方向		破壊荷重 qu(MPa)	支点から1.5d位置までの評価			
													支点~1.5d 位置pr1(%)	中央pr2(%)		τ _u (MPa)	τ _{uc} (MPa)		
1	10	120	12	140	12	15.8	10	48	20.6	1.85	D3 D6	(320) 440	0.4	0.8	0.186	(0.837)	(0.875)	曲げ破壊	上
5	100	1200	12	1400	120	50	25	41	21.9	2.23	D10 D10	(370) 370	0.4	0.8	0.088	0.397	0.407	斜引張破壊	上
7	300	3600	12	4200	314	150	25	35	24.3	2.19	D25	360	0.4	0.4	0.07	0.314	0.311	斜引張破壊	下

10cm, 100cm, 300cm の三体とする。最大骨材寸法は d=10cm の場合 10mm, d=100, 300cm の場合 25mm となっている。試験体の断面寸法および支点付近の配筋を図1に示す。有効高さ d=300cm の試験体は鉄筋比を 0.4% と一定としたが、残りの2体の試験体では曲げ破壊が先行すると予想されたため、支点から 1.5d~中央部を曲げ補強した。補強量は 1.5d から 0.25d ピッチで 3d まで 0.05% ずつ大きくし、3d~中央部までは 0.8% と一定とした。

試験体は単純支持し、ゴムバックに水圧をかけたパスカルの原理により等分布荷重を与えた。試験体の自重は加力方向が上からの場合は、自重をロードセルにより測定し等分布荷重に換算し作用荷重として加算した。加力方向が下からの場合は試験体が水を入れたゴムバック上に浮いた状態を作用荷重ゼロとした。

3. 解析手法の概要

解析には、千葉大学の張らによって開発された二次元非線形有限要素プログラム²⁾を改良して使用した。以下に平面応力状態の解析モデルの概要を示す。コンクリート：コンクリートは要素内剛性の評価を内部積分点で行う8節点平面応力要素で表現する。2軸応力下の構成則には、Darwinらの等価一軸ひずみに基づく直交異方性モデルを用い、破壊条件はKupferらの研究に基づく。圧縮応力-ひずみ関係の上昇域はSaenzの式を用いた。なお、破壊エネルギーの概念を、文献3)にしたがって組み込んであるので、圧縮領域軟化域の勾配H、引張領域の軟化域ではηが、“要素寸法”および“破壊エネルギー”をパラメータに変化する(図2)。鉄筋：すべての鉄筋は、二節点線材要素で表現する。応力-ひずみ関係として、バイリニア型のモデルを使用する。付着：鉄筋とコンクリートとの付着はバイリニア型のボンドリンク要素で表現した。ただし、このたびの解析では鉄筋とコンクリートは完全付着を想定し、ボンドリンクの材料特性には極めて高い数値を設定している。ひびわれ：コンクリート要素のひびわれは、分布ひびわれモデルで表現する。

4. 有限要素法による解析結果

4.1 解析結果の評価方法

本解析で対象としたのは、表1と図1に示す3体のRC梁である。この梁の解析をするにあたって、以下の評価事項について検討することとした。

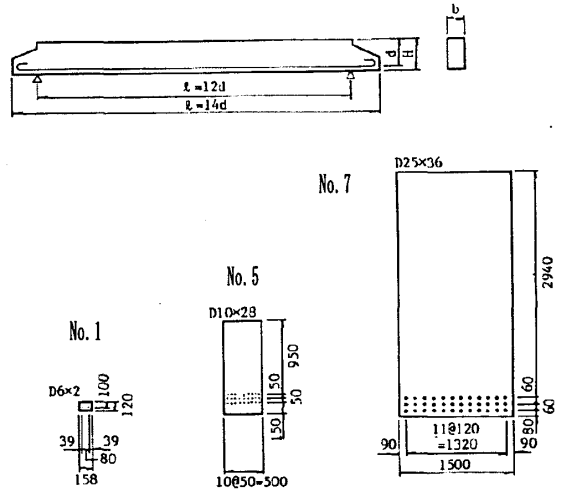


図1 試験体の断面寸法および支点付近の配筋

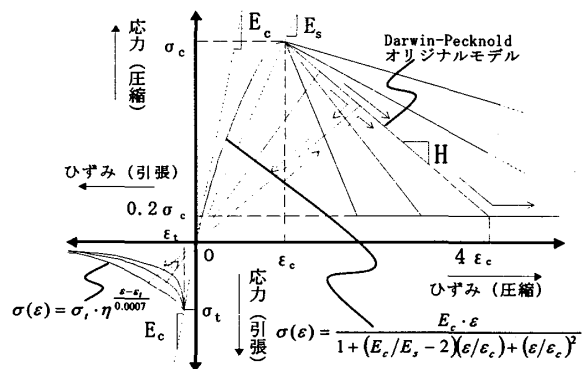


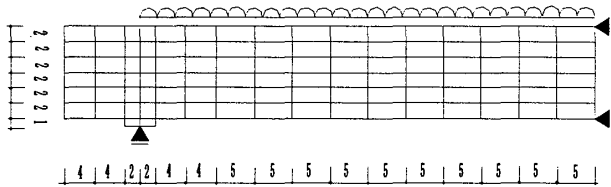
図2 コンクリートの応力-ひずみ関係

- ①荷重-変形関係
- ②ひずみの推移
- ③収束指標の評価
- ④計測時間
- ⑤破壊モード
- ⑥ひび割れの進展 (損傷度評価)
- ⑦圧縮強度や破壊エネルギーが及ぼす影響
- ⑧要素メッシュによる比較

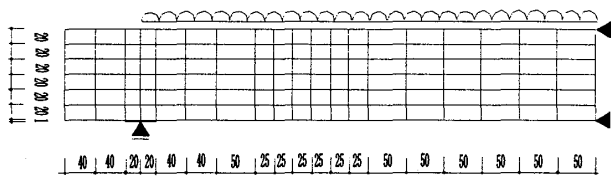
これらの項目は、先に説明した 322 委員会のワーキンググループ内の議論から出てきた評価指標の一部である。いくつかの解析コードを用いて、共通の実験供試体を解析し、その結果を比較・評価するために重要と考えられ

表 3 解析に用いた材料諸元

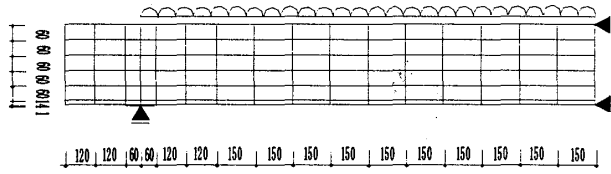
	コンクリート			鉄筋	
	fc(MPa)	ft(MPa)	Ec(GPa)	Es(GPa)	fs(MPa)
No.1	20.6	1.85	19.6	200	440
No.5	21.9	2.23	24.5	200	370
No.7	24.3	2.19	23.5	200	360



(a)解析モデル No.1



(b)解析モデル No.3



(c)解析モデル No.7

単位 (mm)

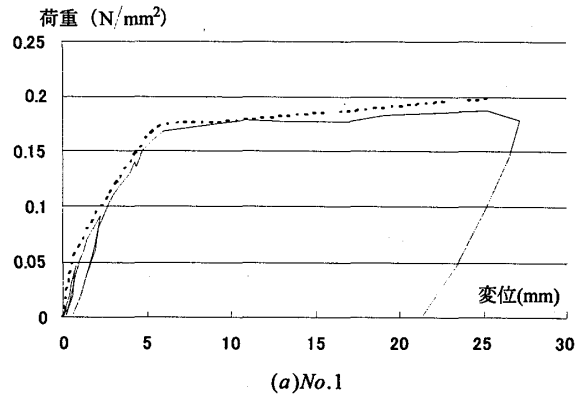
図 3 要素分割メッシュ図

る項目として挙げられている。本論では、筆者が使用する解析コードについて、①から④の項目について本章 4 節以降で検討する。

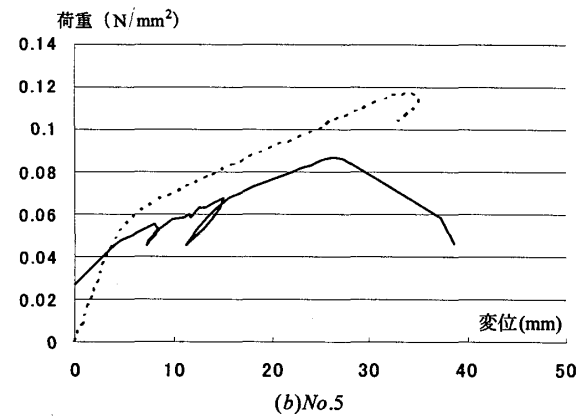
4. 2 解析モデルおよび解析条件

上記の指標の中で、①、②の項目については、試験体 No. 1, 5, 7 をモデル化した要素分割モデル (解析モデル) によりそれぞれ検討する。③、④の項目については、試験体 No. 1 を対象として検討する。なお、解析対象はハーフスパンとした。図 3 に要素分割図を示す。荷重は、実験を模擬して図に示すように、試験体上面に等分布荷重を与えた。解析に用いた材料特性値は、表 3 に示す値を使い、その他の諸値はプログラムの仕様として設定した。

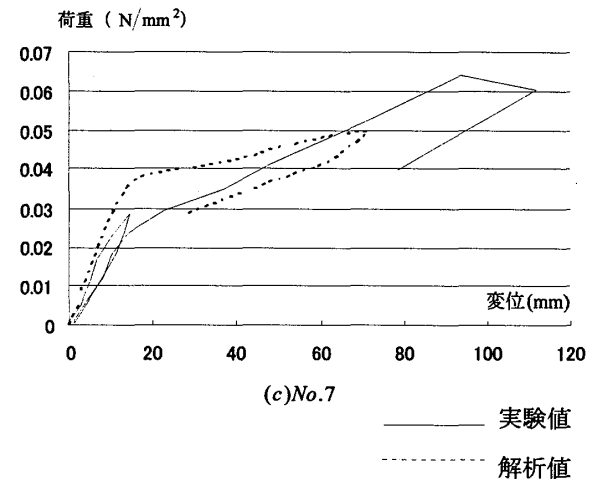
今回の解析では、鉄筋とコンクリートは完全付着とした。すなわち、通常コンクリートの中に埋設した鉄筋に応力が加わると、周りにあるコンクリートが損傷を受け、鉄筋が材軸方向に抜け出す (すべり出す) という現象が起こる。そして、この鉄筋の抜け出し現象は、鉄筋の断面積やコンクリート強度に影響して、変化することが過去の実験から経験的に分かっている⁴⁾。本解析手法の中ではこの現象を表現できるようなルーチンが用意されて



(a)No.1



(b)No.5



(c)No.7

—— 実験値
 - - - 解析値

図 4 試験体上部載荷圧力—試験体中央鉛直変位

いるが、簡単な比較のためにこのたびは完全付着とした。

4. 3 解析結果 (荷重-ひずみ関係)

図 4 に、試験体 No. 1, 5, 7 の上部載荷圧力と試験体中央点鉛直変位との関係を、実験値 (実線)、解析応答値 (破線) で示す。

No. 1 : 解析値と実験値は良い対応を示している。

No. 2 : 自重による初期応力を考慮していないので、初

期の剛性は大きく異なっているが、ひび割れ発生後の推移は実験値と良い対応を示している。ただし、最大耐力値およびそのときの変形はやや大きめになった。

No. 7: 初期剛性は、実験値と良い対応を示しているが、曲げひび割れ発生後の剛性推移は、かなり小さめである。また、変形量70mm程度で解が収束しなくなった。

4. 4 ひずみと損傷度の関係

図5(b-1~b-3)に試験体No. 1, 5, 7の部材長中央位置での鉄筋ひずみの推移を、図5(a-1~a-3)に支点より1.5dの位置(dは断面の有効高さ)での鉄筋ひずみの推移をそれぞれ示す。ただし、試験体No. 1および図5(a)に関する実験データは未計測である。No. 1は、実験で曲げ破壊をした試験体であるが、曲げ耐力を示す点から、試験体中央位置の鉄筋ひずみが急激に増加している現象が解析でも再現できている。一方、No. 5は実験ではせん断破壊をした試験体であるが、鉄筋のひずみ増大はNo. 1に比べると小さくなっていることが分かる(図-5(a-2))。試験体中央位置の鉄筋ひずみの解析結果は、実験データの推移と良い対応を示していることがわかる(図-5(b-2))。No. 7もせん断破壊をした試験体であるが、試験体中央部の鉄

筋ひずみの解析結果は、実験結果に比べてかなり小さいことがわかる。図4(c)のように、上部載荷圧力と試験体中央点鉛直変位との関係では、変位20mm程度までは、実験データと良い対応を示しているが、鉄筋のひずみ方をみると実験データとは異なった推移を示しており、この解析では実現象を適切に評価していなかったことが判断できる。

図5(c-1~c-3)に上部載荷圧力と梁上部中央の主圧縮ひずみ関係を示す。ただし、試験体No. 1の実験データは未計測である。曲げ破壊したNo. 1では、破壊後コンクリート圧縮縁で圧縮ひずみが増大し、圧壊していく現象が解析で再現されている。No. 5の解析結果では、図4(b)の荷重-変形関係と同様に、初期の推移は実験結果とあっていないが、第二剛性の推移は実験と良い対応を示していることがわかる。No. 7では、解析結果が初期剛性を高め再現し、第二剛性は逆に低く再現している。No. 7の試験体のように寸法が大きく、鉄筋径が大きくなってくると、コンクリートと鉄筋との付着力は低下してくることが、一般に知られている。しかし先に述べたように、本解析では鉄筋とコンクリートの付着は完全付着と設定してい

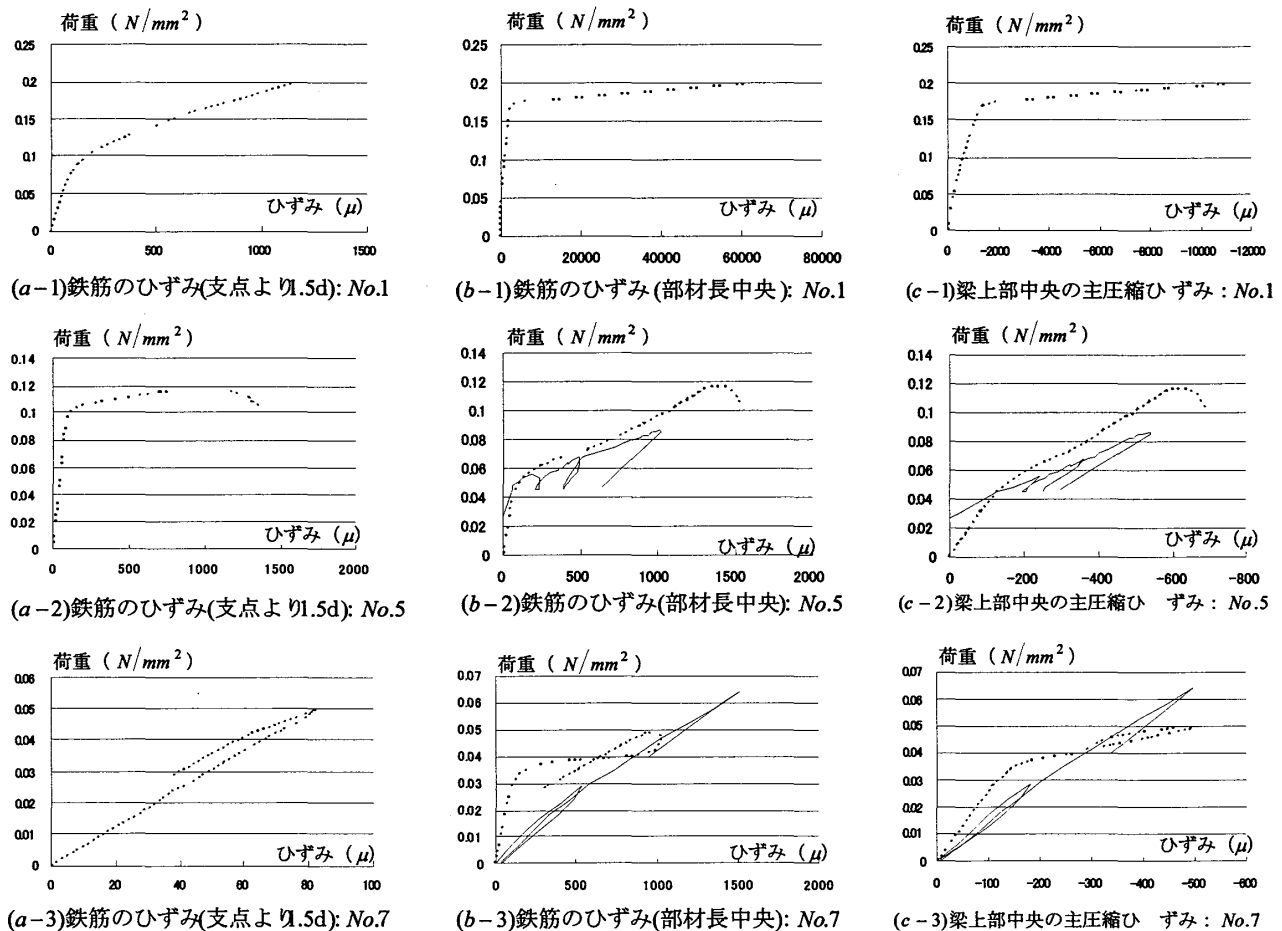
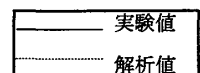


図5 荷重とひずみの関係



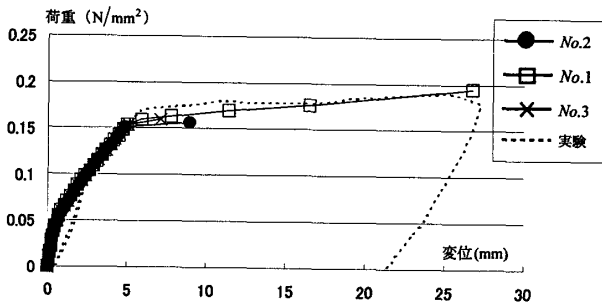


図6-1 収れん回数による解析結果の違い
(指標値 0.01%)

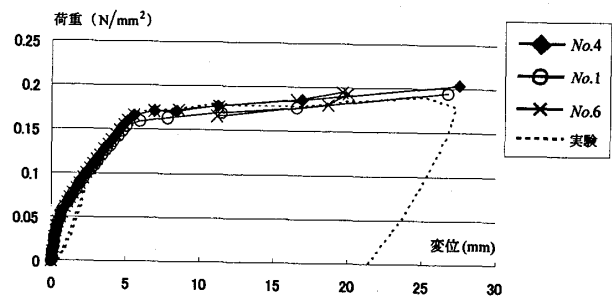


図6-2 収れん指標値による解析結果の違い
(収れん回数 10回)

表4 収れん計算の違いによる解析結果

解析モデル	パラメータ	計算総数	計算時間	STAGE	収れん	STOP
No.1	収れん10回, 指標値0.01%	315	24	36	6	発散
No.2	収れん50回, 指標値0.01%	1283	94	32	14	発散
No.3	収れん100回, 指標値0.01%	2362	173	30	43	発散
No.4	収れん10回, 指標値0.1%	333	25	38	8	発散
No.5	収れん50回, 指標値0.1%	1256	93	32	26	発散
No.6	収れん10回, 指標値1.0%	361	29	42	8	発散
No.7	収れん50回, 指標値1.0%	1438	113	37	8	発散

るため、初期剛性が高めに出現していると考えられる。

4.5 収束指標の評価

鉄筋コンクリート要素の変形が材料非線形のため、接線剛性法による増分解析の場合、構成則の応力-ひずみ関係を満足しないことにより残差応力が生じる。この残差応力による等価節点力（残差力）が部材および構造物のつりあい大きく影響を与える。つりあい条件を満足させるために、非線形有限要素法ではこの残差力の収れん計算をしなければならない。

この収れん計算では、方法、収れん誤差の容認基準、節点増分の大きさ、誤差の持ち越しの有無、などが解析結果に大きな影響を与えるとともに、解析結果が妥当であるかどうかの判断基準ともなっている。

本解析手法の場合、増分ステップの各変位段階における不平衡力は、ステップごとに剛性マトリクスを書き換える修正 Newton-Raphson 法によって収れん計算を行い、再配分を繰り返した。具体的には、以下の方法で収れん計算を行っている。

要素の全対応力を要素内で積分し(式1)、全等価節点力を求め、この等価節点力と全外力{P}の差を残差力とする(式2)。

$$\{q_{eq}\} = A \cdot t [B]^T \{\sigma\} \quad (1)$$

$$\{q_{re}\} = \{P\} - \{q_{eq}\} \quad (2)$$

ここに、

{q_{eq}} : 全等価節点力

A : 要素の面積

t : 要素の板厚

[B]^T : ひずみ-変位関係マトリクスの転置マトリクス

{q_{re}} : 要素節点に作用する残差力

{σ} : 要素の全応力

この計算方法では、常に外荷重から残差力を求めているので、誤差が累積することがない。

通常の RC 構造物の非線形解析では、計算回数の効率を考慮して、収れん値は 0.1%程度とすることが多い⁵⁾が、3, 4 節で行った解析では、収れん値を 0.01%と厳しいものにしてしている。ただし、収れん計算回数を 10 回までと限定しているため、収れん条件を満たさなくても次の増分ステージに進むことにしている。

本節では、モデル No.1 を対象として、収れん回数を 10, 50, 100 回、収れん値を 1.0, 0.1, 0.01%とパラメトリックに変化させて計算した結果を比較し評価する。表 4 に示す組み合わせで、7 ケースの解析を行った。収れん回数および収れん値による解析結果の違いを図 6-1, 6-2 にそれぞれ示す。一般に収れん計算では、収れん回数が大きいほど、収れん指標が厳しいほど、残差力がなく誤差の少ない結果が得られる。本解析の例では、収れん回数 100 回、指標値 0.01%の No.3 で解析を行うと、理論的にはより厳密な解が得られるはずである。しかしながら、収れん回数が 10 回、指標値 1.0%と、最も条件の緩い No.6 のケースでも十分に実験結果に良い対応を示していることが、図 6 のグラフよりわかる。もちろん、図 6 のような荷重-変形関係のみで評価することは出来ないが、No.3 の計算時間が 173 分、No.6 の解析時間が 29 分という結果を比較すると(表 4)、少ない時間で適度な評価ができる No.6 の条件のほうが実用的であると言える。

4.6 計測時間

4.5 で行った 7 ケースの解析で、計算に要した総ステージ数（収れん計算回数の総計）と計算がストップするまでに要した時間を表 4 に示す。なお、計算は数値の発散などにより最終ステージ完了前にストップすることがある。

計測時間と計算に要した回数（全体剛性マトリクスを

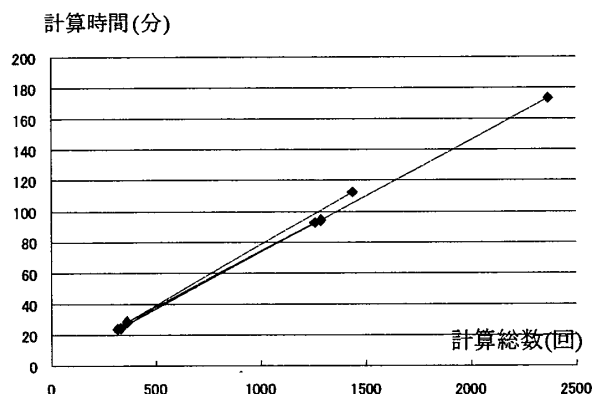


図7 計算総数と計算時間の関係

解く回数) の関係を図7に示す。この図より、有限要素法の解析では一般的に言えることであるが、計算回数が増えるとそれに比例して計算時間も増大していることが分かる。ただし、図6の結果をみると、計算回数を増やし、指標値の制限を厳しくしたからと言って、計算が十分に収れんするわけではない。このたび計算した7ケースの中では、収れん回数10回で指標値1.0%としたNo.6の解析応答が、変位10mm程度までの結果を比較すると実験値にもっとも良い対応を示していることがわかる。しかしながら、この解析モデルNo.6の結果が十分に実験結果をシミュレートできているかどうかは、応力-ひずみの関係だけではなく、本章3節、4節で検討している項目なども含めて評価しなければならないことは、先に述べたとおりである。

5. 寸法効果

図8は、試験体No.5 ($d=100\text{cm}$) のせん断強度を基準としたせん断強度の比と有効高さとの関係をグラフに示したものである。実線は、実験値より得られたせん断強度の寸法依存性に関する式であり、次式で表されるように有効高さの4乗根に反比例している。

$$\tau_u / \tau_{100.25} = (d/100)^{-1/4} \quad (3)$$

ここに、

τ_u : 梁のせん断強度

$\tau_{100.25}$: $d=100\text{cm}, G_{\max}=25\text{mm}$ 試験体のせん断強度

d : 有効高さ (cm)

有効高さ $d=300\text{cm}$ のNo.7の解析では、この評価式より小さい応答が得られた。これは、これまでの評価通り、No.7の解析は実験結果を適切に再現しておらず、再考の余地が残されているためである。しかしながら、本手法を用いた解析でも概ね寸法効果の現象を再現することはできた。この理由として、文献3)で示すように、本解析手法ではコンクリート構成則の中に破壊エネルギーの概念を取り入れているため、試験体(要素)の寸法に応じた

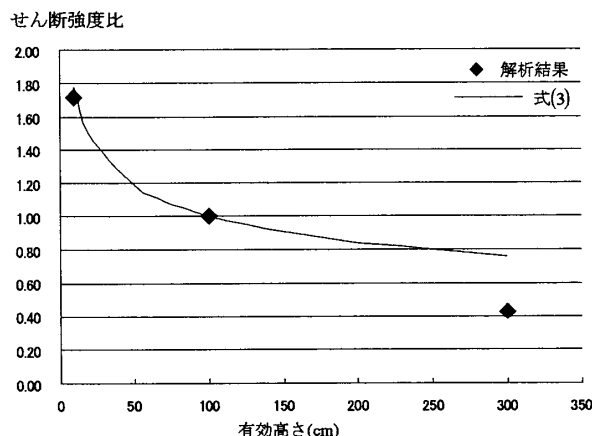


図8 せん断強度比と有効高さの関係

解析応答が得られたためと考えられる。

6. まとめ

本研究は、鉄筋コンクリート梁の実験3体を対象とし、2次元非線形有限要素解析を行い、このような解析を行う上で問題となった点や解析結果の評価方法などについて検討した。

一般に、解析結果の評価は応力-変形関係で実験結果との適応の良否を判断することが多い。しかし、本研究で評価しているように、鉄筋のひずみ、コンクリートのひずみ、破壊モード、ひび割れ状況など、様々な指標値と比較して、総合的に判断しないと、本当に実験で行われた結果が解析でも再現できているとは言えないことが改めて判った。

謝辞 本研究は、土木学会コンクリート委員会の「コンクリート構造物の非線形解析技術研究(322)小委員会(委員長、中村光)」で行われている調査研究をもとに実施された。貴重なご意見をいただき、ご議論いただいた委員各位には、ここに付記して深甚の謝意を表します。

参考文献

- [1] 井畔瑞人, 塩屋俊幸, 野尻陽一, 秋山暉: 等分布荷重下における大型鉄筋コンクリートはりのせん断強度に関する実験的研究, 土木学会論文集, No. 348/V-1 (報告), pp. 175-184, (1984)
- [2] 張愛暉: 鉄筋コンクリート部材のせん断挙動に関する非線形解析, 千葉大学学位申請論文, (1991.1)
- [3] 寺井雅和: 破壊エネルギー基準によるコンクリートの有限要素解析, 福山大学工学部紀要, 第24巻, pp. 69-73, (2000.10)
- [4] 破壊力学の応用研究委員会報告書, 日本コンクリート工学協会, (1993)
- [5] JCI コロキウム RC構造のせん断設計法に関する解析的研究論文集, 日本コンクリート工学協会, (1989.10)