

破壊エネルギー基準によるコンクリートの有限要素解析

寺井雅和*

Finite Element Analysis of Concrete Based on Fracture Energy Criterion

Masakazu TERAJI*

ABSTRACT

In FEM analysis of softening path, it is widely known that mesh size and shape of element noticeably cause mesh dependence problem. This paper shows that the mesh dependence can be avoided by mean of finite element with the fracture energy criterion. By FEM with the fracture energy criterion, various numerical simulations of uni-axial compressive concrete's members demonstrate. The result of this analysis is in agreement with the experimental value, and no mesh dependence is confirmed by this method.

キーワード：コンクリート，有限要素法，破壊エネルギー，圧縮破壊，圧縮軟化

Keywords: Concrete, Finite Element Method, Fracture Energy, Compression Failure, Compression Softening

1. はじめに

コンクリートの供試体に圧縮力を加えていくと図-1のような応答が得られる。荷重の初期段階で材料内に一樣に分布していたクラックは、ピーク近傍では密度の高い領域が形成され、最終的には幾つかの破壊面が形成される。その後、供試体はこの破壊面を挟んだブロックに分かれて剛体的に運動し、ひずみは破壊面に集中する。このような現象は一般に‘局所化’と呼ばれ、コンクリートの他、砂、地盤、岩石など多くの材料に共通して観察される現象である[1]。

ピーク時に局所化が起こるとこれ以降の変形は局所帯の内部でしか起こらず、局所帯の外側では除荷によって弾性変形しか生じない。このため有限要素法で構造物の解析を行う場合、ある要素がひずみ軟化域に入ると、ひずみ一定の拘束により当該要素より小さい領域への局所化は起こり得ないので、局所化は分割した要素の大きさに留まり、要素の大きさが変わると局所化の度合いもそれに依って変わってしまうことが起こる[2]。これは、要素の大きさが解析結果に著しく影響を与える“要素寸法

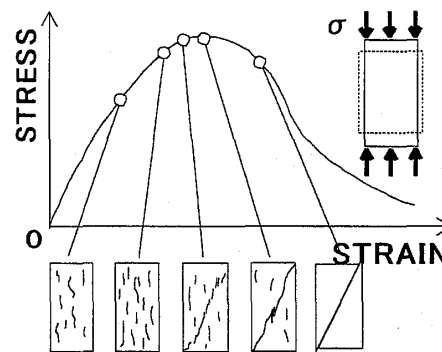


図-1 圧縮破壊

依存性”として既に知られている問題である。

本研究は、この要素寸法依存性の問題を圧縮破壊エネルギーの導入により回避する手法を試みた。はじめに、シリンダ供試体の圧縮試験データをもとに、圧縮破壊エネルギーを算定する。次に、この圧縮破壊エネルギーを用いて、コンクリート要素の寸法に依存して変化する材料構成則モデルを定式化する。そして、一軸圧縮をうけるコンクリート部材を対象として、二次元有限要素解析を行い、

*建築学科

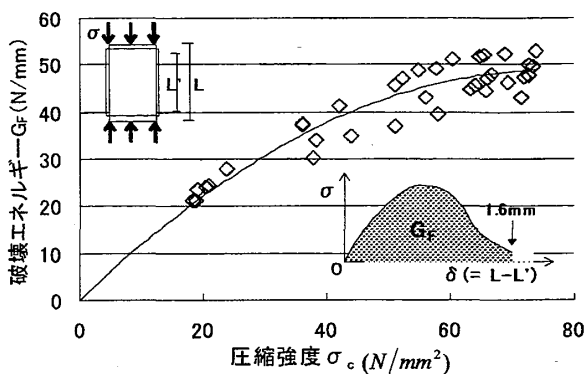


図-2 圧縮強度と破壊エネルギーの関係

圧縮破壊エネルギー基準を用いた本解析手法の適用性を検討した。

2. 圧縮破壊エネルギーの算定

破壊エネルギーは物体を完全に破断するのに要したエネルギーを破断投影面積で除して、主ひび割れが単位投影面積積分を進展するのに必要な平均的なエネルギーとして評価される。しかし、圧縮破壊の場合、複雑な破壊面を形成するため破壊領域を特定するのが難しいので、圧縮破壊エネルギーの定義は必ずしも明らかになっていない。また、破壊面の形成(破壊モード)が載荷板と供試体端面との摩擦の影響や供試体の形状等の外的要因に大きく依存するため、実験で得られる圧縮破壊エネルギーは研究者によってばらつきが大きい。

本研究では、筆者らが行ったコンクリート供試体(φ100×200mm)の圧縮破壊試験で得られたデータ[3]をもとに、圧縮破壊エネルギーの概略値を算出して用いることにする。圧縮破壊エネルギー(G_F : N/mm)は、供試体部材軸方向の荷重-変形曲線と横軸で囲まれる面積(ただし変形は1.6mm, 圧縮ひずみ8000μまでとする), すなわち外力が供試体に対して行った仕事を、部材断面積で除した値として算定した(図-2中のハッチ部分)。

図-2に圧縮強度の変化に対する圧縮破壊エネルギーを示す。この図によると明らかな右上がりの相関関係が見られる。また、既往の研究では100N/mm²程度の超高強度になると単位面積あたりに必要なエネルギーは減少し脆性的な破壊をするので G_F はむしろ低下することが知られている[4]。そこで、図-2の G_F - σ_c 関係について原点を通る二次曲線で回帰を行うと次の関係が得られた。

$$G_F = -0.0083\sigma_c^2 + 1.28\sigma_c \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 σ_c はコンクリート圧縮強度(N/mm²)を表わす。

3. 構成則の定式化

3.1 構成則

本解析で用いたコンクリート要素は4つの内部積分点

で応力を評価する8節点4角形要素を用い、解析結果の検証を簡単にするため以下に示すシンプルな構成則でモデル化した。なお、本文中では圧縮を負、引張を正として表記する。

3.2 引張破壊の定式化

引張の場合、ひびわれが発生するまでは初期剛性で弾性挙動するものとし、ひびわれの発生後は引張軟化曲線に文献[5]と同じ2パラメータの指数関数を用いる。

$${}_i\sigma(\varepsilon) = E_0 \cdot \varepsilon (0 < \varepsilon < \varepsilon_{cr}) \dots \dots \dots (2)$$

$${}_i\sigma(\varepsilon) = \sigma_t \cdot \eta^{\frac{\varepsilon - \varepsilon_{cr}}{\varepsilon_f}} (\varepsilon_{cr} \leq \varepsilon) \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 E_0 :弾性係数 σ_t :引張強度 η, ε_f :軟化曲線の形状を特定するパラメータ ($\varepsilon_f = 0.0007$ とした) ε_{cr} :引張強度時のひずみ。

破壊の局所化を分布ひびわれモデルを用いてFEM解析する場合、要素寸法依存性という問題が起こることが知られている。これは、分布ひびわれモデルでは、軟化領域に入った要素で消費される全エネルギーはこの要素の消費ひずみエネルギーに要素体積を乗じたものに相当するため起こる問題である。これを最も簡単に克服するために、軟化要素の消費するひずみエネルギーと実際の破壊領域で消費されるエネルギーが等価になるように調整する手法が等価エネルギーの考え方である。

分布ひびわれを用いた有限要素1個で消費されるエネルギーを Q_{ele} 、局所化した1本のひびわれ界面で消費されるエネルギーを Q_{exp} とすると、それぞれ次のように表わすことができる。

$${}_iQ_{ele} = \int_V {}_i\sigma(\varepsilon) dV = A \cdot l_e \cdot \int_{\varepsilon_{cr}}^{\infty} {}_i\sigma(\varepsilon) d\varepsilon \dots \dots \dots (4)$$

$${}_iQ_{exp} = \int_A \sigma_{exp}(\omega) dA = A \cdot {}_iG_f \dots \dots \dots (5)$$

ここに、 ${}_i\sigma(\varepsilon)$:材軸方向の応力-ひずみ曲線 $\sigma_{exp}(\omega)$:ひびわれ直交方向に作用する応力~開口変位関係 A :要素断面積 l_e :軟化要素長さ V :要素体積 ${}_iG_f$:面積あたりの引張破壊エネルギー

ここで、等価エネルギーの考え方から、

$${}_iQ_{ele} = {}_iQ_{exp} \dots \dots \dots (6)$$

とすると、(3)式の軟化曲線のパラメータ η は要素寸法 l_e を含む次式で表現される。

$$\eta = \exp \left\{ -\varepsilon_f \left(\frac{{}_iG_f}{l_e \cdot \sigma_t} - \frac{\sigma_t}{2E_0} \right)^{-1} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

3.3 圧縮破壊の定式化

上昇域はSaenzの式[5]を採用した。一方、軟化域には簡単のために負勾配 H の一直線軟化モデルを与え、応力

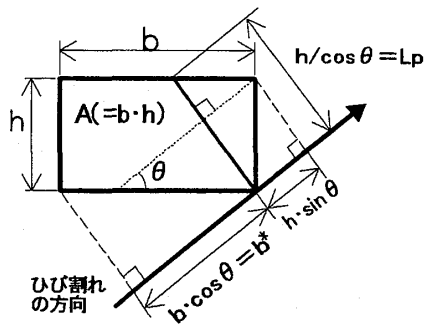


図-3 等価長さ

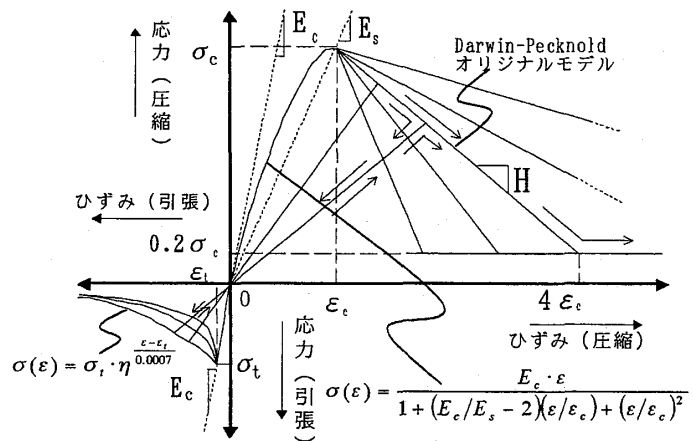


図-4 コンクリートの応力-ひずみ関係

が $0.2\sigma_c$ を超えた後は一定応力を保持するとした。

$$\sigma_c(\epsilon) = \frac{E_0 \cdot \epsilon}{1 + \left(\frac{E_0}{E_s} - 2\right) \frac{\epsilon}{\epsilon_c} + \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_c}\right)^2} \quad (0 > \epsilon > \epsilon_c) \quad \dots\dots (8)$$

$$\sigma_c(\epsilon) = H(\epsilon - \epsilon_c) + \sigma_c \quad (\sigma(\epsilon) < 0.2\sigma_c) \quad \dots\dots (9)$$

$$\sigma_c(\epsilon) = 0.2\sigma_c \quad (\sigma(\epsilon) \geq 0.2\sigma_c) \quad \dots\dots (10)$$

ここに、 E_0 : 弾性係数 ϵ_c : 圧縮強度時のひずみ E_s : 割線係数 (= σ_c/ϵ_c) σ_c : 圧縮強度 H : 軟化直線の負勾配 (< 0)

3.4 軟化勾配 H と等価長さ L_p

コンクリート構成則の圧縮軟化勾配 H は式(1)で算定された圧縮破壊エネルギー G_F に基づいて、等価長さ L_p に従い変化させる。すなわち、有限要素一個で消費される単位面積当たりの吸収エネルギーと、2章で算出された実際のコンクリートで吸収している破壊エネルギーが等しくなるように、コンクリートの応力-ひずみ関係を変化させる。この考えに従うと次式の関係が成り立つ。

$$L_p \cdot \int_0^{\infty} \sigma d\epsilon = G_F \quad \dots\dots (11)$$

ここで、 L_p (mm) は後述する等価長さを表す。式(11)左辺の積分計算を簡単にするため、最大耐力までの積分値 (g_{up})、および最大耐力後の積分値 (g_{down}) をそれぞれ三角形として次式により近似することにする。

$$\int_0^{\infty} \sigma d\epsilon = \int_0^{\epsilon_c} \sigma d\epsilon + \int_{\epsilon_c}^{\infty} \sigma d\epsilon = g_{up} + g_{down},$$

$$g_{up} = \sigma_c \epsilon_c / 2, \quad g_{down} = \sigma_c^2 / 2H \quad \dots\dots (12a, b, c)$$

ここで、式中の記号は図-4に従う。これらの近似関係から式(11)を展開し、軟化勾配 H で整理すると次式の関係が得られる。

$$H = \frac{\sigma_c^2}{(2G_F/L_p - \sigma_c \epsilon_c)} \quad \dots\dots (13)$$

破壊エネルギーを分布ひび割れモデルに導入するには、ひび割れ幅を、ひずみの方向、要素形状、要素寸法等が考慮された等価長さを介してひずみに変換する必要がある。

この等価長さ (L_p) の概念は幾つか考えられているが、本研究では山谷ら[7]の解析で有効とされた方法を用いる事にした。以下に、この概念を簡単に説明する。

はじめに、次式で関係づけられる平均幅 b^* を考える。

$$L_p = A/b^* \quad \dots\dots (14)$$

A は要素面積を表す。 b^* は有効長さを L_p としたときに要素面積が一定となるように定義した長さであり、結局、有効長さ L_p をどのように考えるかという問題は、どのような b^* の概念を導入するかという問題に帰着されることになる。図-3において、要素の θ 方向への投影長さは $b \cdot \cos\theta + h \cdot \sin\theta$ となる。ここで要素の平均幅 b^* を $b \cdot \cos\theta$, $h \cdot \sin\theta$ のうち大きい方とすれば、主ひずみ方向と要素との交点の長さの最大値が L_p となる。

本解析では破壊は軟化要素のみに集中し、軟化要素の周辺要素は弾性回復することになるので、以上の式に原点指向型の除荷・再載荷の直線モデルを加えた。以上の関係をまとめたのが、図-4である。

4. 有限要素法による数値解析例

4.1 解析モデルおよび解析条件

本解析で対象としたのは、断面積 $100\text{mm} \times 100\text{mm}$ 、高さ 200mm のプレーンコンクリート角柱の一軸圧縮部材である。解析モデルを図-5に示すが、各モデルは上下の対称性を考慮して $1/4$ モデルとした。要素分割は一辺を $50.0, 25.0, 12.5, 6.25\text{mm}$ とする正方形で分割し、厚さ方向は 100mm の等厚な平面ひずみ要素を用いている。また圧縮破壊の場合、部材端面拘束により破壊モードが異なってくるので、これを考慮できるように加力鋼板もモデル化し、鋼板とコンクリートは付着特性を考慮できるボンド要素で繋いだ。非線形求解法は、最大荷重点以降の軟化挙動を捉えるため変位制御の増分解析とし、ニュートン・ラフソン法で節点残差力が 1% 以内となるまで収斂演算を

表-1 材料諸元

コンクリート	一軸圧縮強度: σ_c (N/mm ²)	18.4	38.4	64.0
	一軸圧縮強度時ひずみ: ϵ_c (μ)	1950	2350	2850
	一軸引張り強度: σ_t (N/mm ²)	1.84	3.84	6.40
	初期弾性剛性: E_c (GPa)	222	263	331
加力鋼板	初期弾性剛性: E_s (GPa)	2450		
	降伏時ひずみ: ϵ_s (μ)	3630		
材料の厚さ: t (鋼板, コンクリート共) (mm)		100		

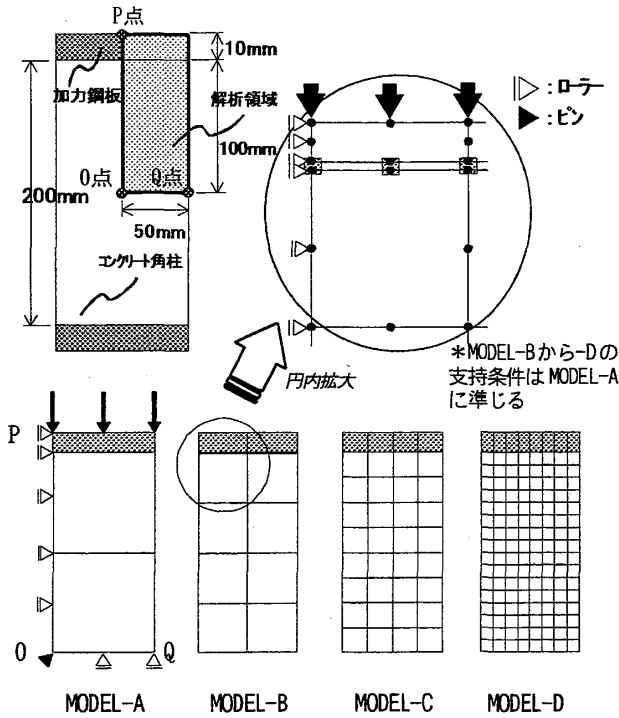


図-5 解析モデル

繰り返した。材料諸元は当研究室で行われた実験データ [3] をもとに表-1 に示す値を用いた。

4.2 圧縮強度の影響

はじめに、コンクリート圧縮部材の一般的な解析応答性状を見るために、MODEL-C に対して圧縮強度を 18.4, 38.4, 64.0 N/mm² と変化させた場合の解析を行った。また、端面付着による解析応答の違いを見るため、完全付着のものと摩擦係数(μ)が 0.25 相当のものを比較する。解析結果および実験結果を対比した応力-ひずみ関係を図-6 に示す。なお、この図の実験結果は筆者らが行った $\phi 100 \times 200$ mm 供試体の圧縮試験のものである。

端面摩擦の状態による解析応答の大きな違いは見られなかったが、この理由や詳細な現象については現在検討中である。耐力後の脆性的な軟化応答は実験値に比べると解析の方が高めているが、本解析の材料構成則モデルは一直線軟化勾配モデルを与えているので、解析応答としてはほぼ妥当な結果と考えられる。

4.3 要素寸法依存性の検証

ここでは、破壊エネルギー基準に基づく定式化により、

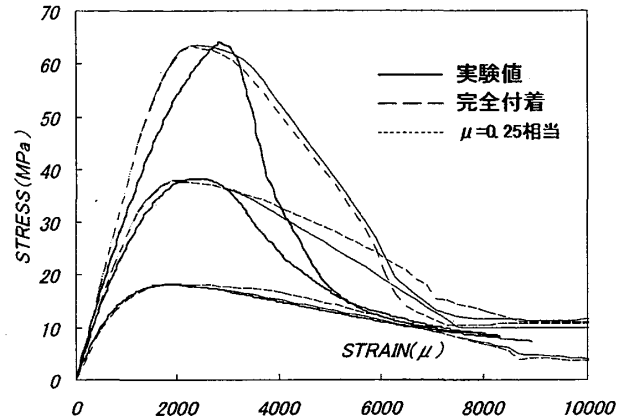


図-6 応力-ひずみ関係 (MODEL-C)

要素分割 (要素寸法) 依存性が解消されることを確認する。コンクリートの圧縮強度を 18.4 N/mm² とした MODEL-A から D の解析を、式 (13) により定式化を行った場合と定式化を行わない場合で実行した。加力鋼板と供試体との端面付着は $\mu = 0.25$ 相当としている。この解析応答を図-7 に示す。なお、定式化を行わない場合の軟化応答は Darwin-Pecknold のモデルに従い、要素寸法に関わらず軟化後の収束点を ($4\epsilon_c, 0.2\sigma_c$) としている (図-4)。この時の軟化勾配はおよそ $H = 2520$ (N/mm²) と算定される。また、定式化した場合の各モデルの軟化勾配は図-7 中に示す。

定式化をしていない場合は、いずれも耐力後に早期に荷重が低下する性状を示している。これは、要素寸法に依存しない応力-ひずみ関係を用いた場合、要素寸法が小さくなることで、圧縮応力下にある局所化する要素のエネルギー吸収能が小さくなるためである。一方、定式化を行ったモデルでは、要素寸法に関わらずほぼ同じ軟化応答を追うことができている。同じ対象を解析しているにもかかわらず部材応答の軟化勾配が各モデルでやや異なるのは、部材内で圧縮軟化をする領域 (要素の数) が異なることにより、変形状態に違いが出たと考えられる

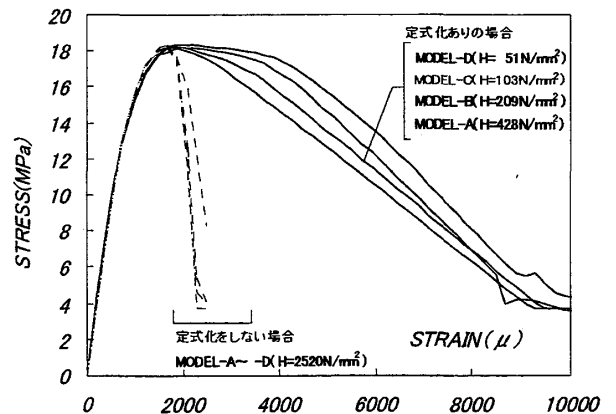


図-7 圧縮部材の解析応答

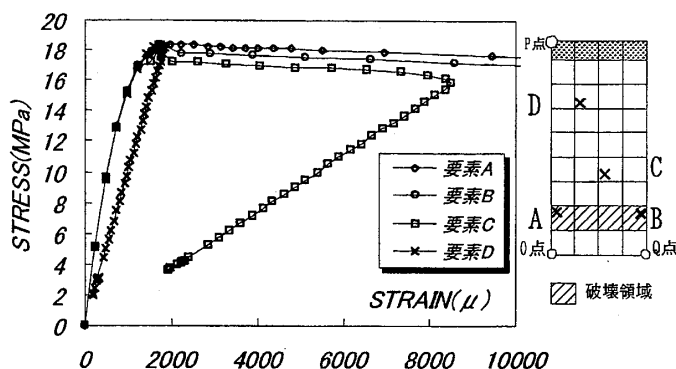


図-8 各要素の解析応答

が、この点については次節で検討する。

また、定式化を行った各モデルの解析応答では、耐力後一定の直線勾配になるまでに、しばらく緩やかな荷重低下をしている。この事に関してMODEL-Cの場合を例に、個々の要素の挙動を考えてみる。図-8は、同図中に示した要素の積分点位置での主圧縮軸方向の応力-ひずみ関係をプロットしたものである。破壊領域に位置する要素A, Bは式(13)より求められる $H = 103(N/mm^2)$ の勾配に沿って軟化しているのがわかる。そして、破壊領域から距離が離れている要素Dは耐力と同時にすぐに原点指向型の除荷を開始している。これに対して、破壊領域にやや近い位置にある要素Cでは、耐力直後しばらくの間は要素A, Bと同じように軟化状態にあり、その後除荷に向かっていく。これは、最大耐力に達した部材の破壊領域が局所化していく過程(応力再分配)が、解析演算上緩やかに進行している事を示している。

4.4 圧縮部材の変形状

最後に、圧縮部材の変形状について検証する。MODEL-AからDの最終変形図を図-9に示し、解析における破壊領域を推定する。この図から、要素寸法が小さくなるにしたがって破壊領域の高さが狭くなるとともに、この領域での水平方向への変形も大きくなっているのがわかる。このように、各モデルによって部材全体としての変形状が異なっているため、図-7のような軟化勾配の違いが見られたと考えられる。

圧縮破壊に対する破壊領域という定性的・定量的概念は多くの難しい問題を含んでいるため現段階では確立されておらず、FEMで部材の巨視応答を適切に評価するためには、この事が材料モデルとして解析プログラムの中に組み込まれている必要があると考えられる。すなわち、FEMで局所化を伴う破壊現象を解析するには、本研究で示したような要素寸法に依存した破壊エネルギー基準で‘個々の要素’の構成則を定式化するだけでなく、‘解析対象全体’の寸法・形状に依存する破壊領域の方向性と体積の定量化を行い、これを基にした破壊基準や材料

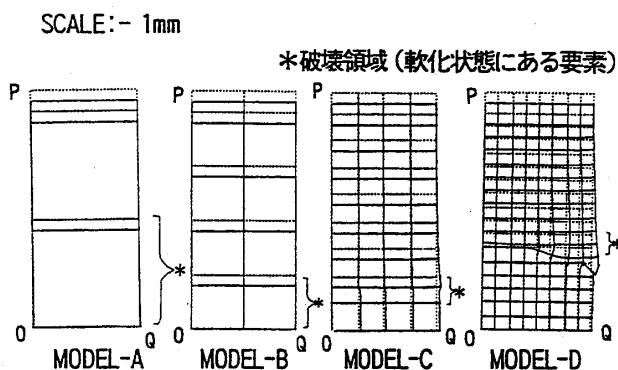


図-9 最終変形図

モデルも考慮に入れて、諸現象の評価をする必要があると考える。

5. まとめ

分布ひびわれ要素を用いた有限要素解析で生じる要素寸法依存性の問題を回避するために、圧縮破壊エネルギー基準の考え方によりコンクリートの構成則を定式化した。そして、これを組み込んだ解析プログラムにより、圧縮応力下にあるコンクリート供試体を対象とした解析を行い、要素寸法による非依存性を確認した。また、この手法を用いた圧縮破壊解析結果について、既往の実験結果との比較も行い、応力-ひずみ曲線については概ね実験結果を再現できた。

参考文献

- [1] 破壊力学の応用研究委員会報告書, 日本コンクリート工学協会, 1993
- [2] 田中忠次ほか共著: 地盤の三次元弾塑性有限要素解析, 丸善, 1996
- [3] 佐藤千鶴子: コンクリートの破壊過程における力学的特性に関する実験的研究, 平成6年度北海道大学修士論文
- [4] 日本建築学会: 高強度コンクリート技術の現状, 丸善, 1991
- [5] 吉川弘道ほか: 引張強度の空間的変動を考慮したコンクリートのFEM破壊シミュレーション, コンクリート工学論文集, 第7巻第2号, pp.103-117, 1996
- [6] Saenz, L.P.: discussion of Equation for the Stress-Strain Curve of Concrete, by P.Desayi and S.Krishnan, American Concrete Institute Journal, Vol.61, pp.1229-1235, 1964
- [7] 山谷敦, 中村光ほか: 破壊エネルギーを考慮した有限要素解析における要素形状の検討, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.19, No.2, pp.57-62, 1997