

微視破壊要素に基づくコンクリート構成モデルの開発

寺井雅和*

Development of the Constitutive Model for Concrete Based on Micro Fracture Element

Masakazu TERAI*

ABSTRACT

The purpose of this paper is to propose a new constitutive model for concrete. As the load-carrying mechanism of concrete, a number of micro-crack model are assumed to be distributed with various orientations, sizes and densities in the concrete, and effect of crack growth at the microscopic level is modeled utilizing theories of Linear Elastic Fracture Mechanics (LEFM). Some numerical computations for fracture process of concrete prisms under uniaxial and biaxial tension or compression load are well simulated, using Finite Element Method (FEM) with the proposed constitutive model. The calculation results agree with the experimental ones.

キーワード：コンクリート，構成モデル，破壊力学，Griffithの式，微視クラック

Keywords : Concrete, Constitutive Model, Fracture Mechanics, Griffith's Formula, Micro Crack

1. はじめに

近年，日本でも新素材・新工法などの開発に対応するため，構造設計規準の性能規定化が進められている。それに伴いコンピュータを用いた数値解析手法の必要性・重要性が増してきた。さらに，コンクリート構造物における終局耐力以降の破壊挙動を解析的に研究しようという試みが，「コンクリートの破壊力学」という一分野の確立とともに注目されてきている。構造物の弾性状態から終局破壊に至る全過程をコンピュータにより忠実に追跡出来ることによって，任意の性能レベルの設計が可能となるため，その手法の確立は強く求められるところである。

脆性材料を主体とするコンクリート構造物の破壊性状の解析には，古くはコンクリートの応力-ひずみ関係における非線形性を取り込んだ断面解析法が用いられていた。その後，計算機能力及び有限要素法などの数値解析技術が発達したが，コンクリートの構成則には，コンクリート供試体の破壊時に観測される平均応力-平均ひずみ関係を用いた現象学モデルを用いるのが一般的であ

った。しかし，コンクリートは引張強度が著しく小さい脆性材料であり，各種の大きさや形状を有する不均質な骨材とこれを取り巻くモルタルマトリックスとの界面などに発生する微細なクラックの進展が原因となって，複雑な非線形挙動を示す。このために，コンクリートの破壊挙動を解析的に再現するためには，これらのクラックの挙動を考慮に入れ，圧縮場やせん断場においても適用できる力学モデルを構築することが必要となる。

筆者らは，コンクリートのような脆性材料の破壊挙動を表現できる数値解析手法を開発することを目的として，微視クラックの発生・成長過程を直接モデル化し，非均質な内部構造をより適確に表すことのできるコンクリート構成則モデルを開発してきた^[1-2]。このモデルでは，コンクリートの内部構造を具体的に表現するため，コンクリート内部に発生する様々なクラックを円形平板でモデル化し，これを一つの構造単位とした力学モデルを仮定した。そしてこのクラックが様々な寸法，密度，方向を持ったコンクリートモデルを定義し，応力-ひずみの関係を導いた。しかし，これらのモデルでは微視クラックの力学挙動の概念が不明瞭なために数式表現が煩雑になり，

*建築学科

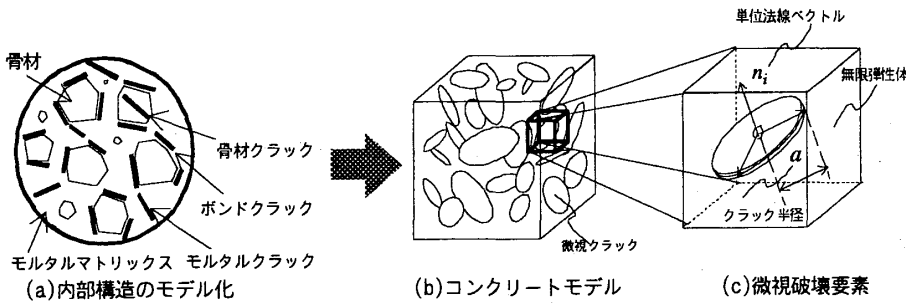


図1 コンクリートのモデル化

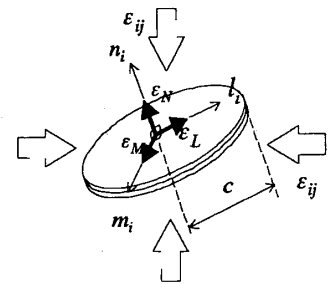


図2 クラック面上の微視ひずみ

かつ一軸応力場以外の広範な応力状態に対する解析には十分な精度で適応することは出来なかった。

本研究^[3]では、先に開発したモデルの問題点を改良し、多軸応力を受ける拘束効果を良好に表現でき、かつ破壊強度後の軟化域の挙動を適切に表現できる構成則モデルを開発する。特に、微視クラックの力学挙動は破壊力学のエネルギー論に基づく概念から定式化を試みた。

なお、本文中で用いる数式表現において、特に断りがない限り下添字が二回同じ項に現れる場合に総和規約を適用する。

2. コンクリートのモデル化

2.1 コンクリートモデル

コンクリート、岩石、地盤などの脆性材料では非均質な内部構造のために巨視的にはまだ低い応力レベルから微視的な破壊、すなわち“クラック”が発生している。中でも、コンクリートは骨材とモルタルマトリックスから構成される複合材料であり、この骨材とモルタル間の弱い内部境界面にはたくさんのボンドクラックが集中する(図1(a))。このクラックは、応力レベルの増加とともに成長し、非弾性挙動の源となっている。したがって、微視クラックから成長するひびわれの進展予測をすることは、材料の力学特性を把握する上で非常に重要な要因の一つとなる。

このようなクラックを構造要素の一つとしてモデル化し、これがあるボリューム内のいたるところに様々な寸法、密度、方向を持って分散して生じている構造を、本研究ではコンクリートモデルとして仮定した(図1(b))。実現象におけるコンクリート内のクラックは、ボンドクラック・モルタルクラック・骨材クラックと大別され、これらの発生メカニズムや挙動・性状は異なっている。しかし、これらの特性を定量的に把握することは現段階では難しく、三種類のひびわれを個別にモデル化することはかえって問題を難しくすることになると考え、本研究では簡単のためにクラックはすべて単一のモデルとして表現することにした。

2.2 微視クラックモデル

コンクリートでは、ひびわれが進展すると他の介在物

にぶつかり、それ以上の成長は妨げられる。分岐したひびわれが生じた後も荷重を更に増加させると、介在物にぶつかったひびわれはこれを貫通するか、あるいは脇へ逸れる。このような挙動は介在物の幾何学的並び方ももちろんのこと、介在物と内部境界面との相対強度によって決まる^[4]。実際のクラックはこのような複雑な進展をすることが実験により観察されているが、これを定性的・定量的に規定することは非常に複雑であり、またその形状を特定するのは困難である。そこで、局所的には起伏を有し3次元的に複雑な形状をしているクラックも、巨視的には平面と見なせると考え、本モデルでは、図1(c)のような円形クラックを仮定する。そして、応力レベルの増加に伴うクラックの成長は面内方向に一致し、かつ等方に進展すると仮定した。

このような破壊の生じる領域を、無限弾性体を仮定した“微視破壊要素”としてモデル化する。微視破壊要素は図1(c)に示すように、無限弾性体の中に一枚の微視クラックモデルが含まれ、その向きは個々のクラック面に与えられた単位法線ベクトルで定義する。そして、この微視クラック要素の集合体として形成されたものが、コンクリートとしての巨視的な耐荷機構を生成すると考える。

3. 構成関係の定式化

3.1 微視ひずみの定義

ここでは、コンクリート内部に多数存在して様々な方向を持つクラック面に作用する微視ひずみを定義する。微視クラック面のモデル化およびその定式化には、力学モデルとしてコンクリート材料にも応用されているBazantらによるマイクロプレーンモデル^[5]を参考とした。無限遠で作用する巨視的ひずみテンソル ϵ_{ij} を、運動学的条件によりクラック面の垂直方向およびせん断方向に分解する(図2)。

クラック面に対する単位法線ベクトルを n とするとき、垂直ひずみ ϵ_N は次式で表される。

$$\epsilon_N = N_{ij} \epsilon_{ij} ; N_{ij} = n_i n_j \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 n_i : 微視クラック面上の単位法線ベクトル n の

成分

次に、微視クラック面上で互いに直交する単位ベクトル m, l を図 2 のように考え、この m と l の方向にあるせん断ひずみ $\varepsilon_M, \varepsilon_L$ を考える。この単位ベクトル m, l の方向は一枚のクラック面上で無数に存在するが、 m 方向を x_1, x_2, x_3 軸と垂直になるような値として算出する。ここで、 x_1, x_2, x_3 軸はコンクリート材料内に任意に設定されるデカルト直交座標 x_i である。

例えば、 x_3 軸と垂直なベクトル m を考えると、
 $m_1 = n_2(n_1^2 + n_2^2)^{-1/2}, m_2 = -n_1(n_1^2 + n_2^2)^{-1/2}, m_3 = 0 \dots (2)$

となる。しかし、 $n_1 = n_2 = 0$ のときは $m_1 = 1, m_2 = m_3 = 0$ となる。同様に、 x_1, x_2 軸に垂直なベクトル m を考える場合も、上式において添字を $123 \rightarrow 231 \rightarrow 312$ と変化させれば良い。 m 方向が決まれば、 l 方向は $l = m \times n$ として得られる。

単位法線ベクトル n_i を持つ微視クラック面上における m, l 方向のせん断ひずみ $\varepsilon_M, \varepsilon_L$ は次式で表される。

$$\varepsilon_M = M_{ij} \varepsilon_{ij}; M_{ij} = (m_i n_j + m_j n_i) / 2 \dots \dots \dots (3a, b)$$

$$\varepsilon_L = L_{ij} \varepsilon_{ij}; L_{ij} = (l_i n_j + l_j n_i) / 2 \dots \dots \dots (4a, b)$$

ここに、 m_i, l_i : 微視クラック面上で互いに直交する単位ベクトル m, l の成分

3. 2 コンクリートの構成関係

本研究で提案するコンクリート中に含まれる微視クラックの数は膨大であり、それぞれを個別に取り扱うことは出来ないものとする。そこで、マイクロメカニクス⁶⁾の考え方に基づいて、このようなクラックを含むコンクリートを等価な連続体に置き換え、連続体の問題として構成式を記述する。

マイクロプレーンモデル⁵⁾に習ってコンクリート中に仮定した微視クラックモデルのひずみに対応する応答応力を重ね合わせることによって、コンクリートの巨視応答応力を求める。対象としている材料ボリューム内に含まれる微視クラック面の構成関係と巨視的ひずみに対して仮想仕事の原理を適用する。 μ 番目のクラックに作用している応答応力の垂直、せん断成分を $d\sigma_N^\mu, d\sigma_M^\mu, d\sigma_L^\mu$ とするとき、力が釣り合った状態で、仮想ひずみ増分テンソル $\delta\varepsilon_{ij}$ を体積 V のコンクリートに対して作用させると、次式が成立する。

$$V d\sigma_{ij} \delta\varepsilon_{ij} = \sum_{\mu=1}^N \left\{ \frac{V}{N} (d\sigma_N^\mu \delta\varepsilon_N^\mu + d\sigma_M^\mu \delta\varepsilon_M^\mu + d\sigma_L^\mu \delta\varepsilon_L^\mu) \right\} \dots (5)$$

ここに、

$\delta\varepsilon_N, \delta\varepsilon_M, \delta\varepsilon_L$: 微視クラック上の各ひずみの変分
 N : 体積 V のコンクリート内部に含まれるクラック総数

式(1), (3), (4)によると、次の巨視ひずみ増分と微視ひず

み増分の関係が成り立つ。

$$\delta\varepsilon_N = N_{ij} \delta\varepsilon_{ij}, \delta\varepsilon_M = M_{ij} \delta\varepsilon_{ij}, \delta\varepsilon_L = L_{ij} \delta\varepsilon_{ij} \dots (6)$$

これらの関係を式(5)の右辺に適用し、整理すると本研究で提案する構成式が次式のように得られる。

$$d\sigma_{ij} \approx \sum_{\mu=1}^N \omega_\mu ds_{ij}^\mu \dots \dots \dots (7)$$

$$ds_{ij}^\mu = d\sigma_N^\mu N_{ij}^\mu + d\sigma_M^\mu M_{ij}^\mu + d\sigma_L^\mu L_{ij}^\mu \dots \dots \dots (8)$$

ここに、 ω_μ : μ 番目のクラックに対する重み係数
 全体積内にクラックが N 枚あるとき次の関係がある。

$$\sum_{\mu=1}^N \omega_\mu = 1.0 \dots \dots \dots (9)$$

4. マイクロ構成関係

マイクロメカニクスは、近年“破壊力学”として注目され、1980年代から急速に研究が進められてきた。破壊力学はもともと、金属などの弾性体を対象に発展してきた力学であったが、コンクリートを始めとする材料の非線形な変形挙動にも応用が期待された⁶⁾。本研究では、微視クラック力学挙動の定式化を、破壊力学に基づく概念から試みた。

4. 1 マイクロ構成関係

本研究で考える微視破壊要素では、各成分は互いに独立であるとして、モード I と II それぞれの構成関係を定義する。なお、モード III 成分は補遺に示すように考慮しないことにする。

始めに、三次元円形クラックを考えると、その半径を a とすれば、平均応力増分 $d\sigma$ (モード II は $d\tau$) が作用しているクラックの開口変位増分 du_n およびせん断変形増分 du_s は次式のように求められる⁷⁾。なお、以下の式で右下添字 n は垂直成分を、 s はせん断成分をそれぞれ表すことにする。

$$du_n = \frac{8(1-\nu^2)}{\pi E} \sqrt{a^2 - r^2} \cdot d\sigma \dots \dots \dots (10)$$

$$du_s = \frac{8(1-\nu)}{\pi G(2-\nu)} \sqrt{a^2 - r^2} \cdot d\tau \dots \dots \dots (11)$$

ここに、 E : クラックの垂直初期剛性
 G : クラックのせん断初期剛性
 (= $E/2(1+\nu)$)

ν : ポアソン比
 r : 原点であるクラック中心からクラック面上の任意の点までの距離

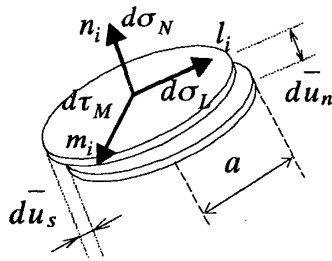


図3 微視クラックモデルの変形

したがって、クラックの相対変位増分の平均値 $\bar{d}u_n, \bar{d}u_s$ (図3)は、次のように求まる。

$$\begin{aligned} \bar{d}u_n &= \frac{1}{S^J} \int_{S^J} (du_n) dS \\ &= \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a \left\{ \frac{8(1-\nu^2)}{\pi E} \sqrt{a^2-r^2} \cdot d\sigma \right\} 2\pi r dr \\ &= \frac{16(1-\nu^2)a}{3\pi E} \cdot d\sigma \dots \dots \dots (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{d}u_s &= \frac{1}{S^J} \int_{S^J} (du_s) dS \\ &= \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a \left\{ \frac{8(1-\nu)}{\pi G(2-\nu)} \sqrt{a^2-r^2} \cdot d\tau \right\} 2\pi r dr \\ &= \frac{16(1-\nu)a}{3\pi G(2-\nu)} \cdot d\tau \dots \dots \dots (13) \end{aligned}$$

このマイクロ構成関係式を有限要素法などの解析ツールに組み込むには、クラックの開口変位増分 $\bar{d}u_n$ とせん断変形増分 $\bar{d}u_s$ を、微視破壊要素に作用するひずみとして定義する必要があるが、そのためには無限弾性体として仮定した微視破壊要素に対して、有限な体積(長さ)が与えられなければならない。

本モデルの場合、コンクリート内部における微視クラックモデルの位置は、規定していないので、ランダムな方向を持って分散しているとイメージできる(図4(a))。ここで、解析対象領域を図4(b)のように球体と等値であると仮定する。さらに、クラックの存在条件を同じであると仮定し、その法線軸方向を等値された球体コンクリートの半径方向に一致させる。このとき球体の半径 L_p は次式で定義づけられ、これを微視破壊要素の“等価長さ”と呼ぶ。

$$V = \frac{4}{3} \pi L_p^3 \dots \dots \dots (14)$$

ここに、 V : 解析対象とする体積
したがって、等価長さ L_p は次の式で算出できる。

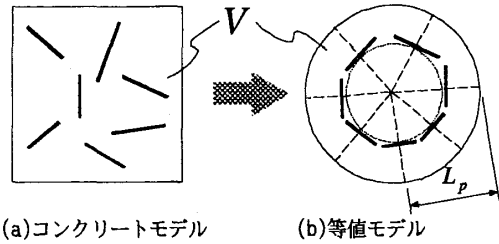


図4 等価長さの定義

$$L_p = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} \dots \dots \dots (15)$$

以上のことから、微視破壊要素に作用するひずみ増分 $d\varepsilon_N, d\varepsilon_M, d\varepsilon_L$ は、等価長さ L_p を用いて、次式のような関係で定義する。

$$d\varepsilon_N = \frac{\bar{d}u_n}{L_p}, \quad d\varepsilon_M = \frac{\bar{d}u_s}{L_p}, \quad d\varepsilon_L = \frac{\bar{d}u_s}{L_p} \quad (16a, b, c)$$

以上の関係により、微視破壊要素の垂直成分(添次 N) と二つのせん断成分(添次 M, L)に関する増分型のマイクロ構成関係を式(12), (13), (16)より、次式のように定義する。

$$d\sigma_N = \frac{3\pi \bar{E}_0 L_p}{16(1-\nu^2)a} d\varepsilon_N \dots \dots \dots (17a)$$

$$d\sigma_M = \frac{3\pi \bar{G}_0 (2-\nu) L_p}{16(1-\nu)a} d\varepsilon_M \dots \dots \dots (17b)$$

$$d\sigma_L = \frac{3\pi \bar{G}_0 (2-\nu) L_p}{16(1-\nu)a} d\varepsilon_L \dots \dots \dots (17c)$$

ここに、

$d\sigma_N, d\sigma_M, d\sigma_L$: 垂直(N)およびせん断(M, L)方向の増分応力成分

$d\varepsilon_N, d\varepsilon_M, d\varepsilon_L$: 垂直(N)およびせん断(M, L)方向の増分ひずみ成分

ν : ポアソン比

a : 微視クラックモデルの半径

\bar{E}_0, \bar{G}_0 は微視破壊要素の垂直初期剛性およびせん断初期剛性を表すが、これらの値については、本モデルが長谷川による一般化マイクロプレーンコンクリートモデル^[8]と同じ形式であることに注目し、次の値を用いた。

$$\bar{E}_0 = \frac{E_0}{1-2\nu}, \quad \bar{G}_0 = \frac{(1-4\nu)E_0}{(1-2\nu)(1+\nu)} \dots \dots \dots (18a, b)$$

ここに、 E_0 : 初期弾性係数

ν : ポアソン比

4. 2 クラック進展とエネルギー平衡

マイクロ構成関係は式(17)で定義するように、微視クラックモデルの半径 a に依存する関数で表される。すなわち、本研究で提案するコンクリートの構成式は、様々な形状、支持条件などの影響を受けて、どのようにクラック半径の進展を定義するのかとすることが最大の焦点となる。ただし、本研究で提案するクラックは大胆に簡略化されたものであるため、実際の力学挙動から a の値を定量化することは困難であり、また意味がない。そこで、先に仮定した微視破壊要素に対して、クラックの成長による破壊の進行をエネルギー変化の観点から考えてモデル化することにした(エネルギー論的クライテリオン)^[7]。

(1) エネルギー解放率

はじめに、本モデルで考えている微視破壊要素における、クラック進展破壊を具体的な計算で試みるために、Griffith の式を 3次元の場合に拡張して考えることにする。

図5に示すような、無限体(弾性係数 E , ポアソン比 ν , 単位面積当たりの表面エネルギー G_f)の内部に埋没した半径 a の円形の三次元クラックに、クラックに垂直な引張応力 σ のみを無限遠方で付加する場合を考える。平面ひずみ状態を仮定すると、クラックの存在により開放されている弾性ひずみエネルギー U は、クラック周囲の半径 a の球形領域内で応力が解放されていると考えれば、

$$U = \frac{(1-\nu^2)\sigma^2}{2E} \times \frac{4\pi a^3}{3} \dots \dots \dots (19)$$

となる。実際にクラック周辺の応力場を厳密に積分した結果では、この式は次のように与えられる。

$$U = \frac{8(1-\nu^2)a^3\sigma^2}{3E} \dots \dots \dots (20)$$

一方、このクラックのもつ全表面エネルギー W は

$$W = 2(\pi a^2)G_f \dots \dots \dots (21)$$

である。この式で、係数 2 はクラック上下面の開口に伴うエネルギー変化を表している。

今、この線形弾性体に対して、クラック成長におけるエネルギー平衡を考えると、クラックの進展開始の条件は

$$g \geq R \dots \dots \dots (22)$$

となる。ここで、 $g (= dU/dA)$ は単位クラック面積あたりの弾性エネルギーの変化量を表し、エネルギー解放率と呼ばれる。 $R (= dW/dA)$ は新生面を形成するのに必要な単位クラック面積あたりのエネルギー量で、クラック進展抵抗と呼ばれる。 A はクラック面積を表す。この式(22)は、エネルギー解放率 g がクラック進展抵抗 R に達すればクラック進展が開始するというを表しており、この意味において R を破壊じん性ともいい、クラック進展に対す

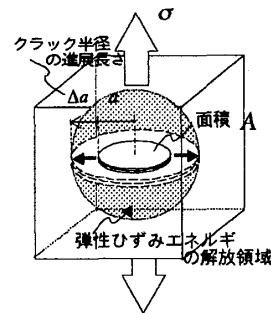


図5 引張負荷した微視破壊要素

る固体の抵抗の尺度を表している。

(2) 破壊じん性 R

コンクリートの場合、 R の増加はひびわれ先端前方のマイクロクラック発生領域やその後方にある骨材のブリッジ作用領域の存在に起因する。破壊じん性は本来、クラック面積に無関係な材料固有の物質定数であるが、微視的な構造の影響を考慮すれば、クラックの通過した面積が増すとそれに対応した破壊じん性値は大きくなる。この破壊に対する抵抗値を、クラック進展半径の関数として表したものを R 曲線といい、クラックの通過した領域でのクラック界面において伝達される応力に依存する。

R 曲線の具体的な形状は、横軸をクラック半径増分 Δa とすると、図6の実線のように降伏域をもち、それ以前はクラック成長とともに抵抗が強くなるという関係がある。その数式としての表現には、様々な形状が提案されているが、本研究で提案する微視破壊要素の R 曲線には、次式で仮定する。

$$R = (G_f - G_0)[1 - (e^{-\Delta a/c_f})^3] + G_0 \dots \dots \dots (23)$$

ここに、

G_f : 単位クラック面積当たりの表面エネルギー

G_0 : 単位クラック面積当たりの表面エネルギーの下限界値で、この値以下ではクラックは成長しない限界値

c_f : 材料定数

Δa : クラックの進展半径

(3) クラック半径の算出方法

巨視応答における破壊過程、すなわち軟化域の挙動を解析的に追跡するには、安定破壊過程のクラック成長を

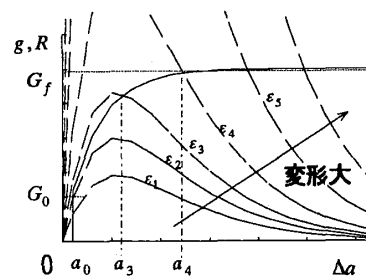


図6 $g-\Delta a$ 関係(破線)および $R-\Delta a$ 関係(実線)

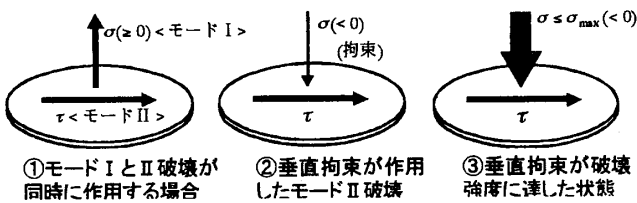


図7 クラックに作用する変位様式

見積もらなければならない。安定破壊とはクラックの伝播を制御しながら破壊を実現させた場合であるが、そのために本研究では、クラックの開口・せん断変形を変位(ひずみ)で制御する方法をとる。図6は変位(ひずみ)一定の下での $g-\Delta a$ 関係(破線)と $R-\Delta a$ 関係(実線)を表している^[9]。ただし、 a_0 はクラックの初期半径を表す。

例えば、図中に示すクラック半径 a_3 の変形時に関する g と R の関係を考えると、 ϵ_3 より小さな変形レベル ($\epsilon_1 \sim \epsilon_3$) では式(22)の関係を満たしていないので、このときクラック半径は進展しない。さらに変形が進み ϵ_4 になったときは式(22)を満たすので、このときのクラック半径は $g(\epsilon_4, \Delta a) = R(\Delta a)$ の関係を解き、 $\Delta a = a_4$ となる。

このように、任意の変形レベルにおける、微視破壊要素のエネルギーバランスからクラック半径を算出する。

(4)微視クラックの破壊モード

微視クラックの半径は、作用する応力様式に応じてその進展の程度が異なると考えられる。本研究では、このことについて図7に示すような三つの状態に分類して考える。

- ①モード I とモード II 破壊が同時に作用する状態
- ②垂直拘束が作用したモード II 破壊
- ③垂直拘束が破壊強度に達した状態

一般的なクラックの破壊は①で評価できる。②のようにクラック面に対して垂直拘束が作用する場合は、クラック面の抵抗が増すことになるので、 R 値を拘束の程度に応じて大きくすることを考える。③は②の特別な場合であるが、拘束のレベルがある限界値 (σ_{max}) を越えた場合には、圧壊を想定したものとして破壊が急速に進展することにした。

以下に、仮定した3つの応力状態を具体的に解説する。

●応力状態①

エネルギー開放率 g は先述したように、クラックの存在により解放されている弾性ひずみエネルギーをクラック面積 $A(=\pi a^2)$ で微分したものであるが、これを応力拡大係数 K で表すと、

$$g_I = g_I(\sigma, a) = \frac{(1-\nu^2)K_I^2}{E} \dots \dots \dots (24a)$$

$$g_{II} = g_{II}(\tau, a) = \frac{(1-\nu^2)K_{II}^2}{E} \dots \dots \dots (24b)$$

のように応力 σ とクラック半径 a をパラメータとして表すことができる。ただし、微視破壊要素で想定している三次元円形クラックの応力拡大係数は、解析解として次の値を用いる^[10]。

$$K_I = \frac{2}{\pi} \sigma \sqrt{\pi a}, \quad K_{II} = \frac{4 \cos \theta}{\pi(2-\nu)} \tau \sqrt{\pi a} \dots \dots (25a, b)$$

本研究の数値解析では、変位を既知として応答応力を計算するので、後述する微視クラック上の構成関係を用いて、上式(25)の応力 σ, τ をひずみで書き換え、式(24)に代入すると、次式が得られる。

$$g_I = g_I(\epsilon_n, a) = \frac{9\pi E_0 (L_p \epsilon_n)^2}{64(1-2\nu)^2(1-\nu^2)a} \dots \dots (26a)$$

$$g_{II} = g_{II}(\epsilon_s, a) = \frac{9\pi(1+2\nu)^2 E_0 (L_p \epsilon_s)^2}{16(1-\nu^2)a} \dots \dots (26b)$$

ここに、 L_p : 等価長さ(式(15))

式(26a, b)は ϵ に関する二次式だから、符号のチェックが必要である。つまり、式(26)で $\epsilon_n (\epsilon_s)$ を $-\epsilon_n (-\epsilon_s)$ で置き換えても成立するが、式(25)の K 値が負ということはありえないので、そのためのチェックが必要である。これは、クラックがモード I の場合は K 値が成立するが、圧縮力が加わってもクラックが破壊することはないためである。このとき ($\epsilon_{n,s} < 0$) は、次の②の応力状態に分類される。

●応力状態②

クラック面に対する垂直ひずみが圧縮方向に作用し、かつ応答応力が破壊強度以下のときは、拘束を受けるモード II 破壊と考える。拘束されたひびわれの先端は垂直ひずみ ϵ_N の大きさに依存して抵抗が大きくなると考えられるので、 R 曲線は図8のように G_f 値を変化させる。

このとき ϵ_N が大きい程、抵抗 R は大きくなるが、既往の研究でこのような現象をモデル化した例がなく、仮にあって本研究のクラックモデルは大胆に簡略されてい

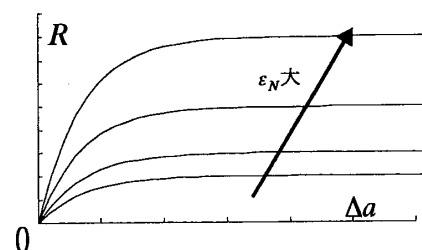


図8 拘束度合いの変化に応じた R 曲線

るので直接適用するのは困難と考えられる。そこで、本研究では R は単純に ϵ_N に比例して変化すると仮定した。すなわち、次のような式で表す。

$$R = (G_f \frac{\epsilon_N}{k_1} - G_0)[1 - (e^{-\Delta a/c_f})^3] + G_0 \dots \dots (27)$$

ここに、 k_1 : 材料定数、その他の記号は式(23)に同じ。

●応力状態③

コンクリートは図9に示すように、荷重の初期段階で材料内に一様に分布していたクラックは、ピーク近傍では密度の高い領域が形成され、最終的には幾つかの破壊面が形成される。その後、供試体はこの破壊面を挟んだブロックに分かれて剛体的に運動し、ひずみは破壊面に集中する。このように圧縮破壊では‘局所化’と呼ばれる現象が起こることが知られている。しかし、本モデルでは巨視のコンクリート構成関係は、対象とする領域内に含まれるマイクロ構成関係を平均化したものとして導かれるため、このような局所化は起こり得ない。すなわち、本解析モデルでは、クラックの破壊は引張(モードI)およびせん断(モードII)のみを想定しているの、クラックの法線方向に圧縮される場合は破壊が起こらない。したがって、そのクラックにせん断成分が生じなければクラック半径の進展は起こらずに静水圧応答を続けてしまうので、巨視の軟化挙動も起こらなくなる。

そこで、垂直ひずみ ϵ_N が設定した限界値を超えたときには、圧壊現象を想定したものとしてクラック半径が見かけ上進展することにした。このときのクラックの増分量は、微視破壊要素に作用するひずみ値を考慮して次式で求める。

$$a_{new} = a_{old} + k_2 \cdot \frac{\epsilon_{II}}{\epsilon_I} \dots \dots (28)$$

ここに、

k_2 : 材料定数

a_{new}, a_{old} : 進展後および進展前のクラック半径

$\epsilon_I, \epsilon_{II}$: クラックの微視垂直ひずみ成分および微視せん断ひずみ成分

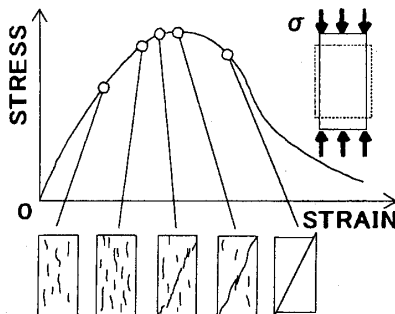


図9 ひずみ局所化とせん断帯の発生

5. モデルの検証

5.1 解析の概要

導かれた構成式(式(7))を、自作の三次元有限要素解析プログラムの材料構成則を評価する部分に組み込み数値シミュレーションを行う。解析対象は、200mm×200mm、厚さ50mmのプレーンコンクリート平板を想定しているが、メッシュ分割依存性などの有限要素法を用いた解析上の諸問題を回避するために、有限要素は20節点六面体アイソパラメトリック・ソリッド要素による単一メッシュでモデル化した。荷重条件を考慮して、負担割合に応じた荷重比率の荷重増分量を各節点に与えている。非線形解析に伴う収斂計算は修正ニュートンラフソン法で、収束誤差が一定値以内に収まるまで繰り返し演算を行った。

5.2 各種定数の決定

コンクリートの材料特性、および計算で用いた各種パラメータや定数を表1に示す。コンクリートとしての一般的な材料定数としては、初期弾性係数 E_0 とポアソン比 ν の2つである。この他に、微視破壊要素などでモデル化したように、クラックの破壊進展挙動を決める定数が必要である。本解析では圧縮強度が約36.0MPa(本論文では圧縮を負としている)となるようなコンクリートを想定して各値を設定しているが、圧縮強度を直接与えているわけではない。本研究では、微視クラックなど随所に簡略化されたモデルが提案されており、現実のコンクリート内部構造と、本モデルとの定量的な相関性については十分な検証がなされていないので、現時点では簡単な予備解析の結果から、表1に示す諸値を与えることにした。

また、本モデルでは、コンクリート内部非均質性をクラックの存在条件に関する初期設定値 N, a_0 として表現している。表1の値は、解析対象とする領域 ($V = 0.002m^3$) の中に、初期半径0.001mのクラックがランダムな方向を向いて800枚含まれている状態を想定している。

表1 材料諸元

E_0 : 初期弾性係数(GPa)	27.9
ν : ポアソン比(-)	0.18
G_f : 破壊じん性(N/m)	100
c_f : R曲線の形状に関する材料定数(m)	0.01
k_1 : クラック拘束効果による材料定数(μ)	-4.3
k_2 : クラック破壊に関する材料定数(m)	0.0024
L_p : 等価長さ(m)	0.04
a_0 : 初期クラック半径(m)	0.001
N : 解析領域に含まれるクラック総数(枚)	800

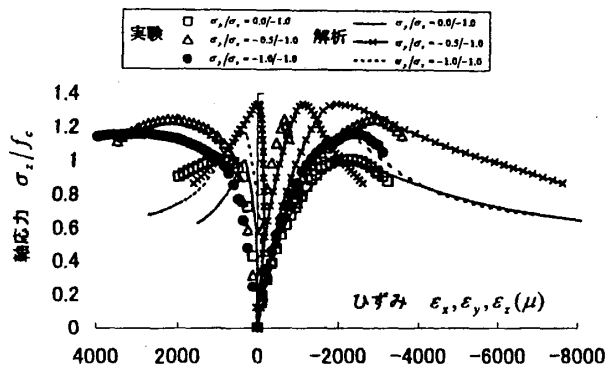


図 10 二軸圧縮-圧縮解析

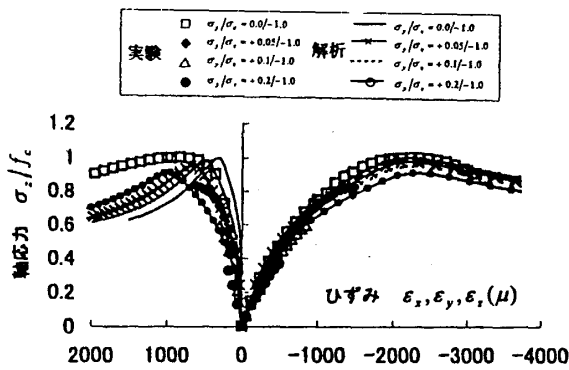


図 11 二軸圧縮-引張解析

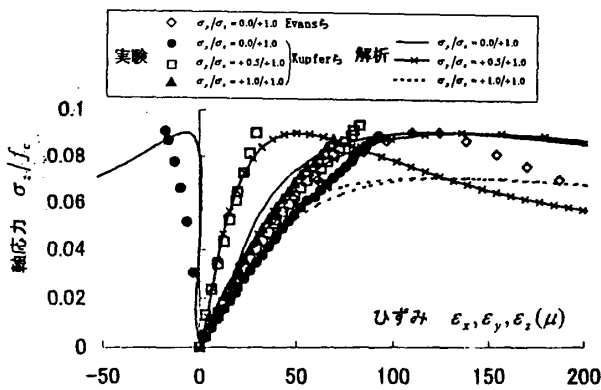


図 13 二軸引張-引張解析

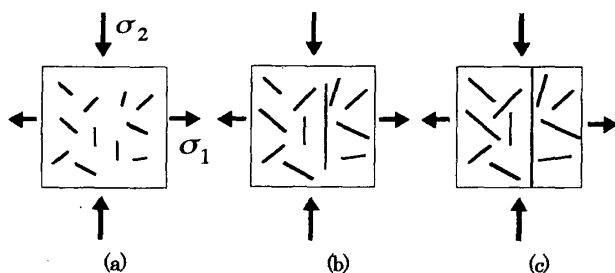
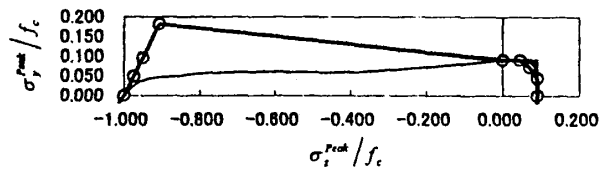
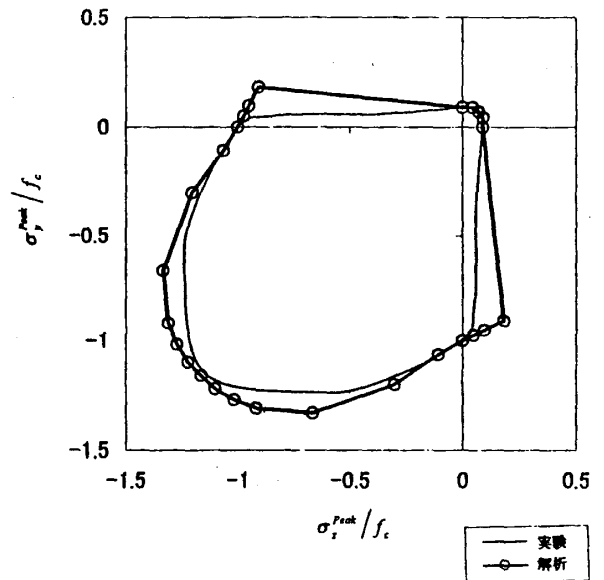


図 12 クラックの進展



(a) 圧縮-引張および引張-引張応力領域



(b) 全二軸応力領域

図 14 二軸強度包絡線

5.3 二軸応力解析

図 10 は二軸圧縮-圧縮解析(一軸圧縮を含む), 図 11 は二軸圧縮-引張解析, 図 13 は二軸引張-引張解析(一軸引張を含む)から得られた応力-ひずみ関係である。同図では Kupfer らの実験結果^[12]をプロットし, 解析結果と比較している。また, 図 13 には Evans らの^[13]の一軸引張実験結果も併せて示す。これらの図は縦軸を一軸圧縮強度(f_c)で無次元化しており, σ_z は一軸荷重軸方向を, σ_y は σ_z に直交する二軸荷重軸方向を表す。

●二軸圧縮-圧縮解析

図 10 から, 本提案モデルは圧縮-圧縮応力状態の構成関係をおおむね適切に評価していることがわかる。硬化領域の推移, 最大強度, さらに軟化領域についても良好である。しかし, 横方向変形は一軸圧縮の場合を除き, かなり過小に評価していることがわかる。これは, 有限要素のメッシュ分割を単一要素としてことで, 計算値が適切に得られなかったためであると考えられる。

●二軸圧縮-引張解析

図 11 の解析結果によると, 初期剛性の立ち上がりは実験値と良く対応しているが, 実験における最大強度を越えても荷重が落ちることなく, ほぼ一軸圧縮強度と同程度である。図 12 に示すような二軸圧縮-引張応力状態で

クラックを有するコンクリートでは、圧縮強度が縦方向のクラックの増加に伴って劣化していくということが実験的に示されている^[14]。本モデルの場合、仮に図12で(a)→(b)→(c)のようにクラック進展が起り、圧縮軸に平行方向のクラックが大きく進展しても、その他のクラック部分が健全であればこのコンクリートは破壊に至ることは無い。これは、本提案モデルでは個々の微視破壊要素の力学挙動を独立に評価し、巨視構成関係を導くときにこれらの要素を解析領域内で空間平均化しているためである。実現象におけるクラックによる圧縮強度の劣化を評価するためには、縦方向のひびわれが進展したとき、他のクラックの圧縮強度が低下するということをモデル化しなければならない。これはすなわち、クラック間の相互干渉であり、“変形の局所化”や“破壊領域の広がり”という本来の破壊挙動を適切にモデル化する上で重要と言われている現象の一つである^[15]。しかし、このクラック相互干渉の定量的な評価やそのモデル化は、三次元クラックの場合、非常に複雑であるため本提案モデルには考慮しなかった。

●二軸引張-引張解析

図13によると、初期剛性はやや過大に推移するものの、最大強度はほぼ実験値と適合しており、最大耐力後の軟化領域も表現できている。また、一軸引張解析における横ひずみは正值を保っており、合理的なポアソン効果による構成関係を表していると言える。

●二軸強度包絡線

図14は、先の解析応答の最大応力値から描いた二軸強度包絡線をKupferらの実験結果^[12]と比較したものである。この図は縦軸・横軸ともに一軸圧縮強度(f_c)で無次元化している。上述したように引張-引張領域では実験結果と大きくかけ離れているが、その他の領域に対しては非常に良好な精度で包絡線を再現している。また、一軸圧縮強度と一軸引張強度の比率も、実験で確認されているものに良く一致している。

6. まとめ

本研究では、内部にクラックなどの不連続面を含む材料の物理モデルを考え、マイクロメカニクスに基づく連続体としてのコンクリート構成モデルを開発した。コンクリートは、内部に円形の微視クラックモデルが様々な向きをもって分散していると仮定し、その微視クラックの力学挙動は破壊力学のエネルギー論に基づく概念から定式化を試みた。

提案した構成式を組み込んだ有限要素プログラムで二軸応力を受けるコンクリート部材の解析を行い、最大応力以降の軟化域までも含む破壊過程の再現性を確認した。数値演算の結果から、本提案モデルは一軸圧縮応力、一軸引張応力、二軸圧縮-圧縮、二軸引張-引張の各状態

について良好な多軸強度特性を予測できることが確認できた。

また、本モデルには材料の特性を定義付けるいくつかのパラメータがあるが、本論文の全ての解析では共通の値を用いている。したがって、本モデルは圧縮応力状態や引張応力状態にかかわらず同一のパラメータで数値解析できることが特徴であり、その意味でも複雑な応力状態に対して対応できる汎用性の高い構成モデルであることが確認された。

本研究におけるクラックの進展挙動は、平面ひずみ状態を仮定しているが、実際のコンクリートでは内部応力の不均一から、クラックの進展過程において必ずしもこの仮定が成り立つとは限らない。さらに、本モデルのクラックは円形を仮定しており、その進展方向も面内方向に限定している。これらの簡略化したモデル化によって、実際の破壊挙動がどの程度矛盾なく表現できるのか、今後詳細に検討する必要があると考えられる。

【補遺】

図15(a)に示すように、クラック面に平行なせん断応力を負荷した場合を考える^[11]。(b)に示すように、せん断応力の方向がクラック前縁での接線に垂直となるA, A'点では、クラックの変位様式はモードII、せん断応力の方向がクラック前縁での接線に平行となるB, B'点では、クラック面の変位様式はモードIIIであり、その他の箇所でのクラック面の変位様式はII, IIIの混合モードとなる。

このように、せん断応力を受けるクラックは、応力の方向によって異なるモードで成長することがわかる。さらに、この方向はクラックが成長し破壊の進展が進むにつれ変化するので、複雑な形状になると考えられる。しかし、このような複雑な挙動を厳密にモデル化することは不可能なので、本研究のモデルではモードIII成分は考えず、簡単にクラック半径は面内方向に等方に進展すると仮定している。

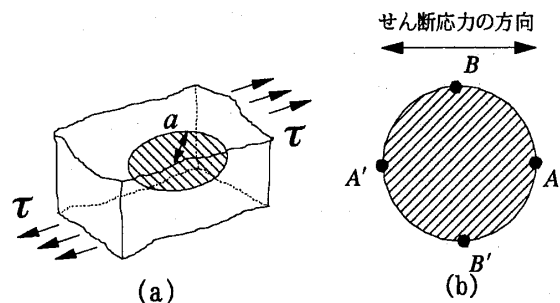


図15 クラック面に平行なせん断応力を負荷した円形クラック面の変位様式

【謝辞】

本論文は、筆者の北海道大学審査学位論文^[3]の一部を取りまとめたものです。貴重なご助言ならびにご指導を賜りました北海道大学大学院工学研究科 城 攻教授および後藤 康明助教授に深く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- [1] 寺井雅和, 城攻: マイクロメカニクスに基づいたコンクリート構成則モデルに関する研究, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.20, No.3, 61-66, (1998).
- [2] 寺井雅和, 後藤康明, 城攻: 微視クラックモデルを用いたコンクリートの構成モデル, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.21, No.3, 66-71, (1999).
- [3] 寺井雅和: 微視破壊要素に基づくコンクリート構成モデルの開発, 北海道大学学位論文 博士(工学), (1999).
- [4] 吉本彰著: コンクリートの変形と破壊, 学研社, (1990).
- [5] Bazant, Z.P., Xiang, Y. and Prat, P.C. : Microplane Model for Concrete, J. Engrg. Mech., ASCE, 245-254, (1996).
- [6] 破壊力学の応用研究委員会報告書, 日本コンクリート工学協会, (1993).
- [7] 星出敏彦著; 基礎強度学-破壊力学と信頼性解析への入門, 内田老鶴圃, (1998).
- [8] 長谷川俊昭: 一般化マイクロプレーンコンクリートモデルの再構築, 土木学会論文集, No.538/V-31, 129-147, (1996).
- [9] Bazant, Z.P. and Jaime Planas : FRACTURE AND SIZE EFFECT in Concrete and Other Quasibrittle Materials, CRC Press, (1998).
- [10] 岡村弘之著: 破壊力学と材料強度講座1; 線形破壊力学入門, 培風館, (1976).
- [11] 小林英男著: 破壊力学, 共立出版, (1993).
- [12] Kupfer, H., H.K.Hilsdorf, and H.Rusch : Behavior of Concrete under Biaxial Stresses, ACI Journal, Vol.66, No.8, 656-666, (1969).
- [13] Evans, R.H. and Marathe, M.S. , "Microcracking and Stress-Strain Curves of Concrete in Tension", Material and Structure(Paris), No.1, 61-64, (1968).
- [14] 鉄筋コンクリート構造の有限要素解析と設計法研究委員会: JCI コロキウム論文集, RC 構造せん断設計法に関する解析的研究, 日本コンクリート工学協会, (1989).
- [15] 前川宏一: 有限要素法による鉄筋コンクリート非線形解析の数値計算上の特徴, コンクリート工学協会 JCI-C16, 127-134, (1989).