

# 任意の応答スペクトル特性を持つ地震加速度波形の 作成について

鎌田 輝男\*

Synthesizing of Earthquake Acceleration Wave Forms  
with Arbitrary Response Spectrum Characteristics

Teruo KAMADA

## ABSTRACT

Dynamic analysis of structure is of much importance for anti-seismic design of a building. The greatest problem in the analysis is how to choose reasonable earthquake load, which is often represented by ground acceleration wave form function in time. In this report, the method of synthesizing earthquake acceleration having arbitrary spectral characteristics in the type of response spectrum. Amplitude parameters which synthesize a wave form are determined in the sense of non linear least square method using Levenberg-Marquardt Method.

キーワード： 設計用地震動, 模擬地震動, 応答スペクトラム,  
レーベンベルグ・マルカート法

Keywords: Design Earthquake, Model Earthquake, Response Spectrum,  
Levenberg-Marquardt Method

## 1. はじめに

構造物の耐震設計において、動的解析は極めて重要な位置を占めるが、動的解析を行うには、必然的に、地震加速度波形を想定する必要がある。動的解析のための地震加速度波形は、建設地点で将来予想される地震として、周辺地域の地震活動状況や建設地域の地盤特性などを考慮して、適切に想定されるべきものであるが、ややもすると、過去に記録された地震加速度波形を便宜的に利用しただけという例が見られる。将来発生するであろう地震動が、たとえ、震源地域や地震規模が同じようなものであっても、過去に得られたものと同一であることは、全く考えられないことであり、ある特定の地震波形を動的解析のための地震動とするとは合理的であるとはいえない。

そこで、地震動の振幅特性や周波数特性を設定あるいは想定し、そのような特性を持つ地震波形を人為的に作成しようとするのがこれまでも試みられている。このようにして作成された地震動は、「模擬地震動」あるいは「設計用地震動」とも呼ばれ、古くは雑音発生器のランダム信号を利用してアナログ的に作成されることもあったが、現在は、いわゆるコンピュータを利用して、ランダムな初期位相を持つ多数の正弦波形を重ね合わせ、地震動の振幅の時間変動を規定する包絡線関数を乗じて、合成波形を得ようとする方法が一般的である。重ね合わせる各正弦波の振幅は、全体として合成された地震動が、予め定められた目標とする地震動の特性に合致するように決定する。目標とする地震動の特性は、一般に、ある減衰比に対する応答スペ

\* 建築学科

クトラムを考え、この応答スペクトラムに合致するように合成波の各振幅を定める。

このようにして合成された地震波形に対して得られる応答スペクトラムは、各正弦波の振幅の組み合わせによって変化する。すなわち、振幅  $a_i$  の関数であると考えるので、これを振幅  $a_i$  に関する最小自乗法の問題として扱うことができる。しかし、応答スペクトラムは、減衰を持つ1自由度系の最大応答値を表すもので、最大応答値を振幅  $a_i$  の関数として明示的に表すことは不可能であるので、予め仮定された初期振幅  $a_i$  の微小変化に対する応答スペクトラムの変化率を求め、目標値と実現値の誤差を小さくするような修正値

$\Delta a_i$  についての連立方程式を立て、 $a_i + \Delta a_i$  を新たな  $a_i$  とするということによって逐次近似法をとることになる。このように、非線形最小自乗問題は、一般には面倒であるが、Levenberg-Marquardt法を用いることによって、やや、計算時間を要するが、容易に解けることがわかった。そこで、任意の応答スペクトル特性を有する地震波形の合成法について考察した。

2. 地震波の合成法

2.1 応答スペクトラム

減衰比をパラメータとして、周期の関数として表される1自由度系の応答の最大値をグラフ化したものを応答スペクトラムといい、耐震工学においては、構造物の地震応答特性や地震動の特性を表す指標として、重要視されている。すなわち、図-1に示すように、周期を  $T$  (角振動数  $\omega_n = 2\pi/T$ )、減衰比を  $h$  とする1自由度系に地動加速度  $\ddot{y}(t)$  が作用するとき、1自由度系の支点に対する相対変位  $x$  は、次式で表される。

$$x(t) = -\frac{1}{\omega_d} \int_0^t \ddot{y}(\tau) e^{-h\omega_n(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau \quad \dots (1)$$

ここで、 $\omega_d = \sqrt{1-h^2} \omega_n$  であり、減衰がある場合の1自由度系の角振動数を表す。(1)の絶対値の最大値を考慮して、

$$S_v = \left| -\int_0^t \ddot{y}(\tau) e^{-h\omega_n(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau \right|_{\text{Max}} \quad \dots (2)$$

とすれば、 $S_v$  は速度の次元を持ち、擬似的に自然振動数  $\omega_n$ 、減衰比  $h$  の1自由度系の最大速度応答を与えるものである。そこで、これを疑似最大速度応答 (Pseudo Maximum Velocity) と呼び、減衰比  $h$  をパラメータとして、周期  $T$  に対するグラフを描いたものを応答スペクトラムと呼んでいる。さらに、1自由度系の変位と加速度の最大値についても、近似的に次式が成

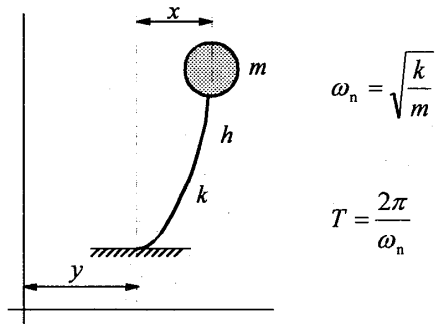


図-1 周期  $T$ 、減衰比  $h$  の1自由度系

立する。

$$S_D = \frac{1}{\omega_n} S_v \quad \dots (3)$$

$$S_A = \omega_n S_v \quad \dots (4)$$

速度応答スペクトラムと同様に、変位および加速度の最大応答値を周期に対して描いたものを、それぞれ、変位応答スペクトラムおよび加速度応答スペクトラムと呼んでいるが、単に、応答スペクトラムと言う場合は、疑似速度応答スペクトラムをさす場合が多い。

2.2 設計応答スペクトラム

合成された地震波の目標とする設計応答スペクトル特性は、建設地域の地震活動度や建設地点の地盤特性や建物の重要度など多くの要因を考慮して想定されるものであるが、ここでは、その具体例として、建設省の技術指針を紹介する[1]。

平成4年に作成された建設省の「設計用入力地震動作成手法技術指針」では、「設計用入力地震動は、当該敷地周辺の地震活動度、工学的基盤における地震動特性、やや長周期地震動の特性、表層地盤の増幅特性を考慮して定める」とし、建物の耐用年数中1度以上受ける可能性が大きいレベル1の地震動と、過去に受けたことのある地震動のうち最強と考えられるもの、および将来において受けることが考えられる最強の地震動としてレベル2の地震動の二つの地震動レベルを考え、地表面における設計用応答スペクトルとして、減衰比5%の加速度応答スペクトルあるいは疑似応答スペクトルを用い、その周期範囲は、0.2～10秒を考慮するものとしている。

水平動に対する設計用応答スペクトル  ${}_H S(T)$  は、次式によって算出するとしている。

$${}_H S(T) = \zeta \cdot {}_H B(T) \cdot {}_H L(T) \cdot {}_H G(T) \quad \dots (5)$$

ここに、

$\zeta$ : 地震活動度係数

${}_H B(T)$ : 水平基準応答スペクトル

${}_H L(T)$ : 水平動やや長周期補正係数

${}_H G(T)$ : 水平動増幅特性係数

これは、レベルに応じた基準応答スペクトルを設定し、これに、地域性や地盤特性を顧慮した補正を行い、設計地点の地盤表面における地震動の応答スペクトル特性を規定しようとするものである。設計地震動の作成に關すれば、どのような応答スペクトル特性でもよいので、ここでは、レベル1の水平基準応答スペクトル特性のみに着目し、それを図-2に示す。

2.3 合成波の振幅および位相

一般に、地震加速度波形  $\ddot{y}(t)$  の合成法として、(6)に示すように、ランダムな初期位相  $\phi_i$  を持つ  $N_1$  個の正弦波の重ね合わせに対して、振幅包絡線関数  $e(t)$  を乗じて求める。

$$\ddot{y}(t) = e(t) \sum_{i=1}^{N_1} a_i \sin(\omega_i t + \phi_i) \quad \dots \dots (6)$$

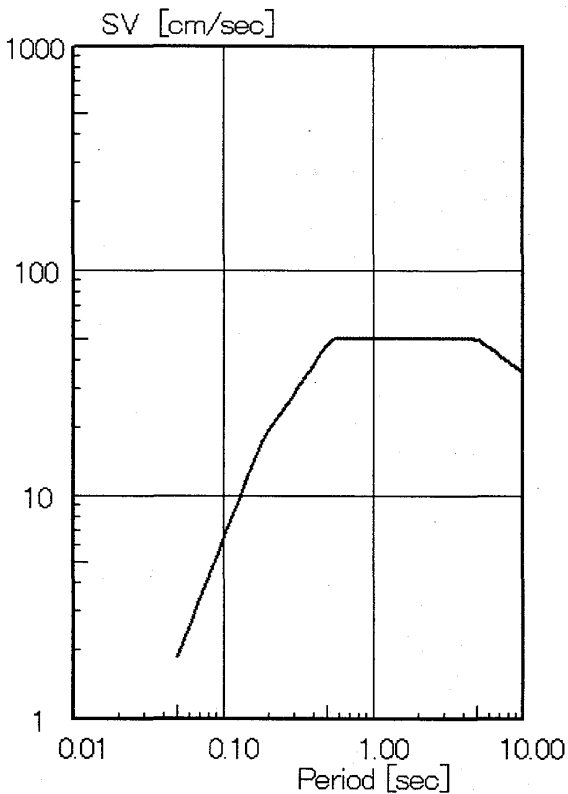


図-2 レベル1 基準応答スペクトル特性

ここに、正弦波振動数  $\omega_i$  は、地震動波形に含まれる振動数範囲から選ばれるが、一般には、目標とする地震波のスペクトル特性の範囲である。合成する波数  $N_1$  は、地震動のランダムな性質を表すのに十分であるように選ばれ、一般には、200波程度が適当と考えられている。

2.4 振幅包絡線関数

振幅包絡線関数  $e(t)$  は、地震が主要動に到るまでの振幅増大と、主要動以後の振幅減衰性状を表現するもので、想定する地震の規模に応じて設定されるものである。建設省の指針では、次式のように規定しており、これを図示したものが図-3である。

$$\left. \begin{aligned} e(t) &= \left(\frac{t}{T_1}\right)^2 & (0 \leq t \leq T_1) \\ e(t) &= 1 & (T_1 \leq t \leq T_2) \\ e(t) &= e^{-e_0 \left(\frac{t-T_2}{T_e-T_2}\right)} & (T_2 \leq t \leq T_e) \end{aligned} \right\} (7)$$

地震動のレベルに応じて、各パラメータは表-1のように与えられている。

表-1 振幅包絡線関数パラメータ

	レベル1	レベル2
$T_1$	5sec	5sec
$T_2$	25sec	35sec
$T_e$	60sec	120sec
$e_0$	0.1	0.1

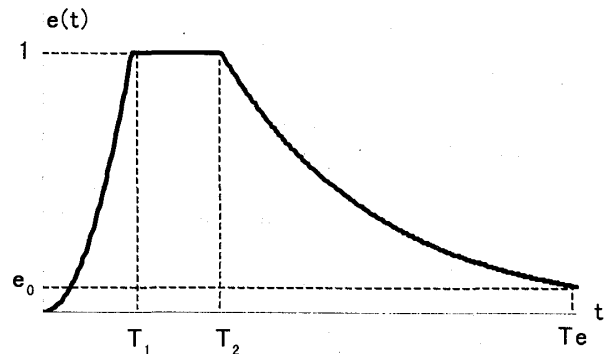


図-3 振幅包絡線関数

2.5 適合度の検定

作成された地震動波形が目標とする応答スペクトル特性を持っているかどうかは、その波形の応答スペクトル特性が目標とする応答スペクトル特性とどの程度合致しているかによって判定する。応答スペクトル特性は、合成波の振動周期とは異なる周期において検定するのがよいとされている。適合度の判定基準としては以下の3項目について検定し、全ての条件を満たすものとする。

2.5.1 平均誤差

評価周期  $T_i (i=1,2,\dots,N_2)$  における応答スペクトラムの適合度は次式で与えられる。

$$\varepsilon_i = \frac{S_{PSV}(T_i, 0.05)}{DS_{PSV}(T_i, 0.05)} \dots \dots \dots (8)$$

ここに、 $S_{PSV}(T_i, 0.05)$  および  $DS_{PSV}(T_i, 0.05)$  は、それぞれ、評価周期  $T_i$  における減衰比 0.05 の疑似応答スペクトラムを表している。各評価点における適合度の平均値を(9)で表し、(10)で求める平均誤差を 0.02 以下とする。

$$\varepsilon_{AVE} = \frac{\sum_{i=1}^{N_2} \varepsilon_i}{N_2} \dots \dots \dots (9)$$

$$|1 - \varepsilon_{AVE}| \leq 0.02 \dots \dots \dots (10)$$

(10)の平均誤差は、目標応答スペクトル特性に対する模擬地震動の応答スペクトル特性の比率の平均値が 0.98 ~ 1.02 の範囲にあることを要求するものである。

2.5.2 目標設計応答スペクトルからの変動係数（誤差の分散）

誤差の平均値を規定するだけでなく、極端に大きな偏差を防ぐために、誤差の分散に対して、次の制限を設ける。

$$v = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_2} (\varepsilon_i - 1)^2}{N_2}} \leq 0.05 \dots \dots \dots (11)$$

2.5.3 最小応答スペクトル比

作成された地震動が、構造物の耐震設計のための地震応答解析に使用することを考えて、応答スペクトル比の最小値に以下の制限を設ける。

$$\varepsilon_{\min} = \left( \frac{S_{PSV}(T_i, 0.05)}{DS_{PSV}(T_i, 0.05)} \right)_{\min} \geq 0.85 \dots \dots (12)$$

これは、全ての評価周期  $T_i$  において、模擬地震動の応答スペクトル特性は、目標値の 85% 以上であること

を規定するものである。

3. Levenberg-Marquardt 法

地震動波形の合成は、(6)式で表される合成波の振幅  $a_i$  を適合度を示す(10)~(12)式を満たすように定めることであるが、これは、目標スペクトル特性に対する最小自乗法の問題と考えることができる。すなわち、最小自乗法の意味で、振幅  $a_i$  を目標スペクトル特性に適合するように定め、これが、適合度を満たしているかどうかを検定すればよい。合成波形の成分は 200 程度を想定するので、パラメータ数はきわめて多い。やや強引であるが、振幅  $a_i$  についての非線形最小自乗法の問題として捉え、Levenberg-Marquardt 法を用いて解くことにする。

非線形最小自乗問題は、パラメータの初期値を仮定し、評価関数のパラメータに対する勾配（グラディエント）から、修正量に対する線形連立方程式を立てるが、初期値が適正でないと、連立方程式のランクが低下し、安定した修正量が求められず、解が発散することになる。一般に、パラメータに関する情報に乏しい場合、その初期値を適正に仮定することは困難である。Levenberg-Marquardt 法は、最小自乗法における逆 Hasse 法と最急降下法を巧みに組み合わせたもので、非線形最小自乗法の標準的解法とされるものであり、アルゴリズムそのものも多く公開されている。ここでは、文献[2]に示される FORTRAN プログラムを C プログラム用に変更して使用した。

4. 地震波形の合成

4.1 レベル1の設計地震動

地震波形の合成例として、図-2に示したレベル1に対する応答スペクトル特性を持つ地震動を作成する。設定したパラメータは表-2のとおりであるが、1/100秒間隔で、60秒間の継続時間を持つ6,000個の時系列

表-2 設定パラメータ

地震レベル	1
波形データサイズ	6,000
合成波数	$N_1$ 200
最短周期	0.05sec
最長周期	10sec
評価点数	$N_2$ 250
波形時間間隔	0.01sec
たち上がり時間	$T_1$ 5sec
減衰開始時間	$T_2$ 20sec
継続時間	$T_e$ 60sec
最終振幅レベル	$e$ 0.1

データとしての加速度波形を作成する。

合成波数を 200 に設定しているので、Levenberg-Marquardt 法による最小自乗近似は、適合度を満たすまで反復修正を繰り返す。一つの合成波形を求めるのに、パソコンの演算能力によるが、現状では、約 40 分ほどの計算時間を要する。実際に作成された地震波形とその波形に対して求められる応答スペクトラムを、2 例ほどについて図-4～図-7 に示す。各合成波形の設計応答スペクトル特性に対する適合度は表-3 に示すとおりで、いずれも、要求される適合度を満たしているが、特に、波形 2 の適合度は良好である。図-5 および図-7 の応答スペクトル特性で用いている減衰比は、 $h=0\%$ ,  $1\%$ ,

2%, 5%, 10% を与えたものであるが、5% の減衰比に相当するものが、設計用応答スペクトル特性に対応している。適合条件は、平均誤差が 2% 以内であることを要求しているが、Levenberg-Marquardt 法による最小自乗法の解の収束条件を 1/1000 程度に、十分小さくしておけば、自動的に、すべての適合条件を満たしており、容易に、合成波形を求めることができる。

表-3 合成波形の適合度

	合成波形 1	合成波形 2
平均誤差	0.015	0.000
変動係数	0.047	0.013
最小応答スペクトル比	0.928	0.954

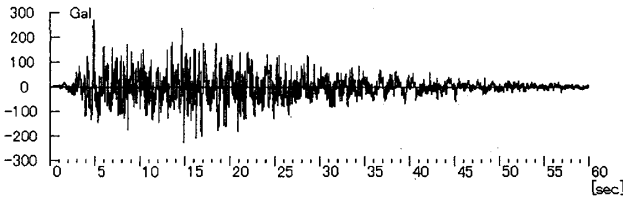


図-4 合成波形 1

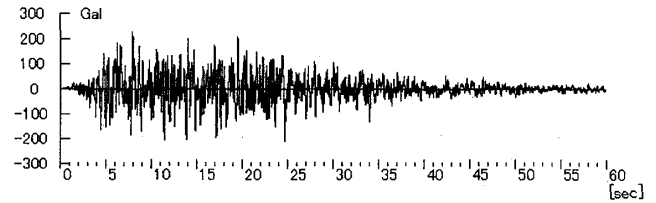


図-6 合成波形 2

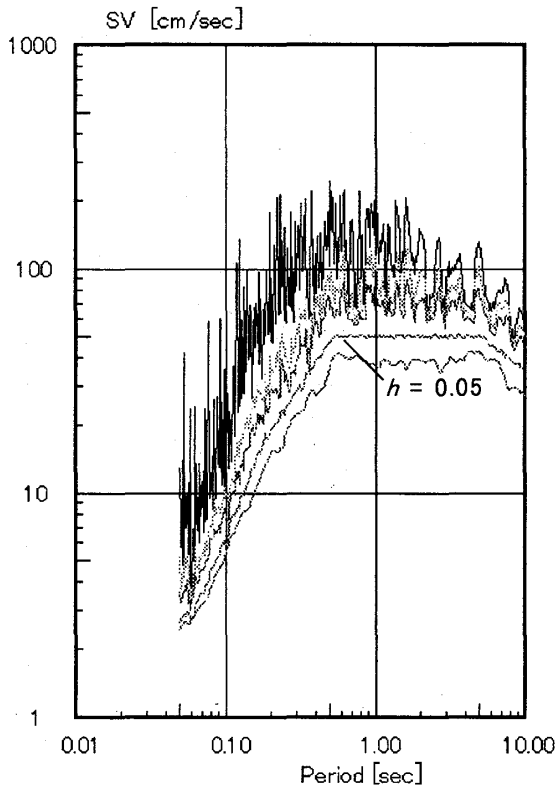


図-5 応答スペクトル特性 (合成波形 1)

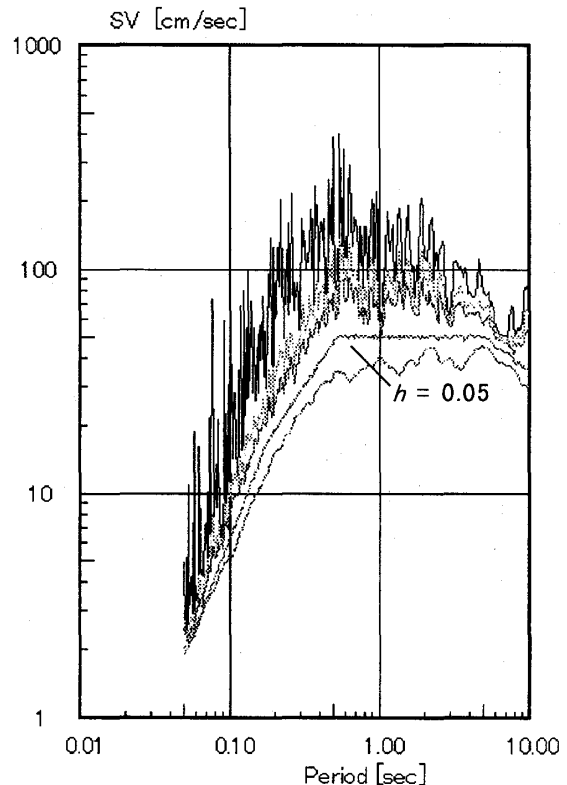


図-7 応答スペクトル特性 (合成波形 2)

4.2 任意の応答スペクトル特性を持つ地震波形の合成

Levenberg-Marquardt 法を用いることによって、200 個のパラメータを持つ非線形最小自乗問題を効果的に解くことができた。そこで、ある特定の地震波形に類似した応答スペクトル特性を有するような地震波形の合成を考えることも可能である。例えば、構造物の地震応答解析において、標準的な地震動として、しばしば用いられている El Centro 地震(1940)の地震波形に類似する地震波形を合成するといったことが考えられる。そこで、El Centro 地震の NS 成分に対する減衰比 5% の応答スペクトル特性を目標として、地震波形の合成を行った。

図-8 は、El Centro NS(1940)の加速度波形であり、図-9 はその応答スペクトル特性を表している。原波形の継続時間は 30 秒であり、最大加速度は 330Gal の値を持つが、これに対して表-4 に示すパラメータを設定

表-4 設定パラメータおよび適合度

目標応答スペクトル特性	El Centro NS (5%)
波形データサイズ	3,000
合成波数	$N_1$ 200
最短周期	0.05sec
最長周期	10sec
評価点数	$N_2$ 250
波形時間間隔	0.01sec
たち上がり時間	$T_1$ 5sec
減衰開始時間	$T_2$ 10sec
継続時間	$T_e$ 30sec
最終振幅レベル	$e$ 0.1
平均誤差	0.001
変動係数	0.022
最小応答スペクトル比	0.931

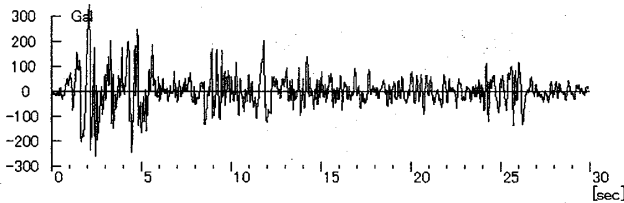


図-8 El Centro NS 地震波形

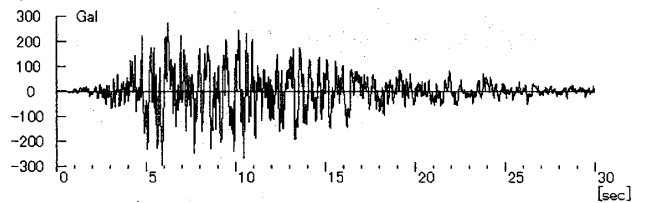


図-10 疑似 El Centro NS 地震波形

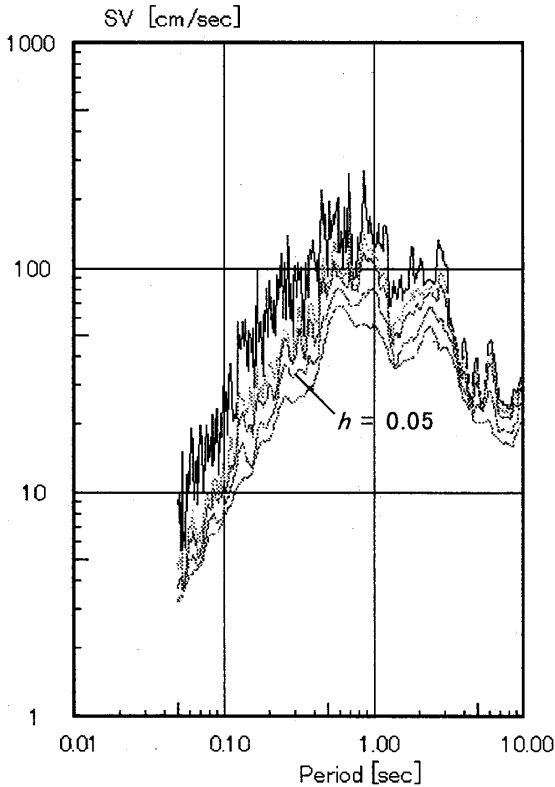


図-9 El Centro NS の応答スペクトル特性

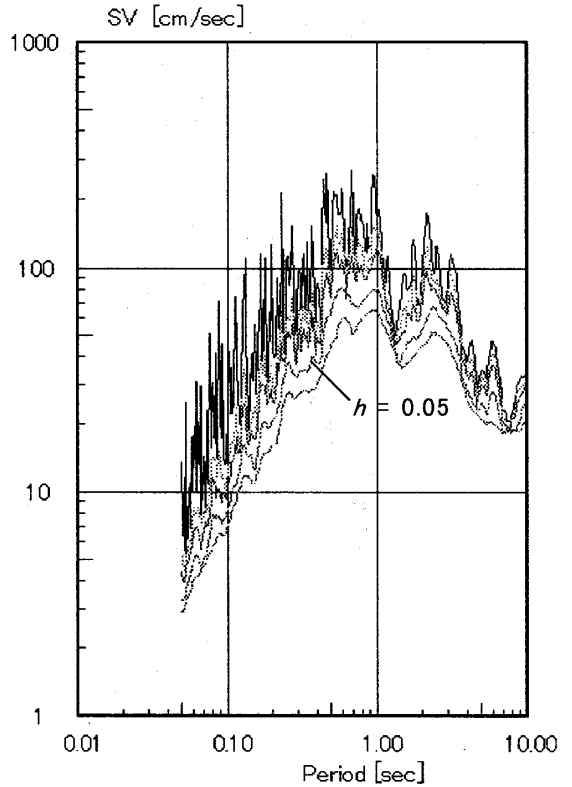


図-11 疑似 El Centro NS の応答スペクトル特性

して合成された波形の1例を図-10に示し、また、その応答スペクトル特性を図-11に示す。この疑似波形の目標スペクトル特性に対する適合度は表-4の下部に示すように、十分にその近似度を満たすものである。

しかしながら、時間関数としての波形に着目してみると、原波形の最大加速度値330Galに対して、疑似波形の最大加速度値は300Gal程度でほぼ同様であるが、形状はかなり異なっており、疑似波形の方は、振幅レベルの高い部分が時間的に長くなっていることが分かる。これは、振幅包絡線関数の立ち上がり時間や減衰開始時間の設定によるものであるが、同じ応答スペクトル特性を有する異なった地震波形を容易に得ることができた。

## 5. まとめ

構造物の耐震設計のための地震応答解析において使用される地震波形は、合理的な根拠を持つべきであるが、安全性の点からは、いくつかの具体的な加速度波形が必要とされる。その際、ここで扱ったように、合成波形の振幅を最小自乗法で決定するためのLevenberg-Marquardt法によれば、現状のパソコンの能力では、やや、計算時間を必要とするが、とにかく、十分な精度でもって、任意の応答スペクトル特性を与えるような地震加速度波形を容易に作成できることが示された。特に、目標とする応答スペクトル特性は、どのようなものであってもよく、実際に観測された地震波形の応答スペクトル特性を持つような擬似的あるいは相似的な地震波形を作成できることの意義は大きい。

## 参考文献

- [1]建設省建築研究所, 日本建築センター: 設計用入力地震動作成手法技術指針(案), 1992
- [2]大野豊, 磯田和夫: 数値計算ハンドブック, オーム社, 1990
- [3]William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, Brian P. Flannery (丹慶勝市, 奥村晴彦, 佐藤俊郎, 小林誠訳): Numerical Recipes in C, 技術評論社, 1993