

福山大学工学部紀要
第18号 1994年9月

計算後方交会法の精度の実験的検討

服部 進^{*1}・関 章良^{*}・岡本 厚^{**}・長谷川 博幸^{***}
Ye MYINT^{***}・Ute MEIER^{***}

Experimental Study on the Precision of Computational Resection

Susumu HATTORI, Akiyoshi SEKI, Atsushi OKAMOTO,
Hiroyuki HASEGAWA, Ye MYINT and Ute MEIER

ABSTRACT

This paper discusses the precision of computational resection on the experimental basis. Computational resection was recently developed by the authors for the CAD-based plane table surveying system, which is a on-line ground survey system linking a total station to a PC directly. Computational resection is used for free-stationing. Its precision is governed by mechanical precision of a total station, configuration of sight points and many other factors. Nominal values of the mechanical precision is usually given by manufacturers. This paper shows the experimental test result on the precision of a total station. A 2-D network of control points is made and an instrument point set on one of them is determined by computational resection. Then the predetermined coordinates and those calculated by resection are compared. The result shows the quality of the total station is excellent enough for free-stationing by computational resection.

Key Words : computational resection, CAD-based plane table surveying system, free network adjustment, precision

1. はじめに

著者らは最近トータルステーションをパソコンで制御し、CADを使って現地でオンライン図化ができる地上測量システム(CG-平板測量システム)を発表した^{1,2)}。このシステムの特徴の一つは計算による後方交会法を持っていることである。後方交会法はトータルステーションを任意の位置に設置して、既知の点を視準し未知の機械点を求めるために用いる(free stationing)。これによつて2次の基準点測量(通常はトラバースを組む)を行う必要がなくなり、細部測量の能率が大きく向上する。

計算による後方交会法の精度をあらかじめ知つておくことは重要であるが、トータルステーションの機械精度、

正準および求心の精度、視準精度、視準点の位置精度、調整計算の精度が相互に影響するので、すべてを理論的に推定するのは困難である。しかもトータルステーションの機械精度は通常メーカから与えられた値を用いているが、これは必ずしも実際の使用条件下で検証されたものではない。この論文は計算後方交会の精度(とくに機械精度を含めた総合的な精度)を実験的に調べた結果を報告するものである⁴⁾。

著者らの計算による後方交会法(以後計算後方交会)は最小2乗法に基づく3次元同時調整法である。この点で伝統的な平板測量での図解法(以後図解後方交会)やポケット計算機ないしデータコレクターでの3点問題の

¹*情報処理工学科 ²**京都大学 ³***(株)パスク

み計算で解く解法（以後3点後方交会）が2次元解法であるのに対しかなり複雑である。しかし実験では誤差の原因を分析し易いため、平面精度のみを論じた。これまでのトータルステーションでは鉛直角は精密な観測値が得られなかった。しかし最新のトータルステーションでは2軸の鉛直軸補正機構がつくようになったため、水平角と同じ精度が得られるはずである。鉛直角の測定精度とその影響については別の機会に報告する。

2. 実験概要とフリーネットワーク調整

平坦な運動場に図1に示すように直径約50mの円に内接するように6点、円の中心に1点の計7点の基準点をコンクリート釘で設置した。高精度トータルステーション Zeiss EltaIIを用いて、図1に示す内角 $\alpha\beta\gamma$ を単測法で水平角、天頂角を計測した。さらに同時に斜距離を計測し天頂角を使って水平距離に換算した。表1にElta IIの公称機械精度を示し、表2に全測定値を示す。

絶対基準点は無いので、各基準点の座標の最確値をフリーネットワークで調整して求めた^{5,6)}。観測式は方向角に関するものと、水平距離に関するものからできている。角度と水平距離に関する条件式は図2を参照して次のよ

うになる。

$$\theta = \tan^{-1} \frac{(Y_j - X_k)}{(X_j - X_k)} - \tan^{-1} \frac{(Y_i - Y_k)}{(X_i - X_k)} \quad (1)$$

$$S_{ij} = \sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2} \quad (2)$$

ここで θ は3点 $T_i (X_i, Y_i)$, $T_j (X_j, Y_j)$, $T_k (X_k, Y_k)$ で挟まれる角度。 S_{ij} は T_i , T_j 間の水平距離である（付録 調整計算プログラム 参照）。

絶対基準点はないから、観測方程式には回転、平行移動に相当する3つのランク落ちがある。地上座標の近似値ベクトルを

$$\tilde{x} = (X_0 \ X_1 \ Y_1 \ X_2 \ Y_2 \dots \ X_6 \ Y_6)^T \quad (3)$$

その補正量のベクトルを

$$x = (\Delta X_0 \ \Delta Y_0 \ \Delta X_1 \ \Delta Y_1 \ \Delta X_2 \ \Delta Y_2 \dots \ \Delta X_6 \ \Delta Y_6)^T \quad (4)$$

で表す。角度と距離の観測方程式は行列形式で次のようにある。

$$V = A x - \epsilon \quad (5)$$

ここでAは $m \times n$ デザイン行列、mは観測数(=37)、n(=14)は未知量の数、 ϵ は残存量ベクトル (discrepancy)

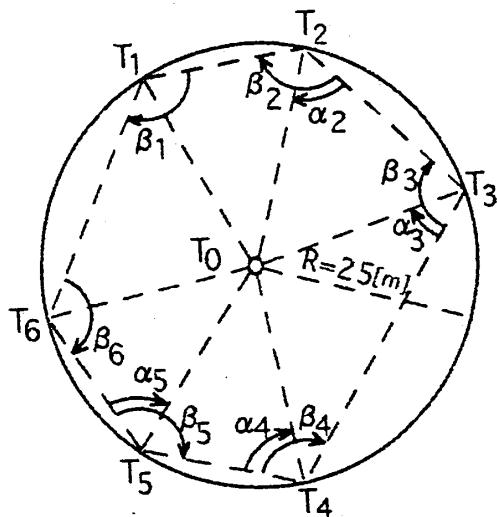
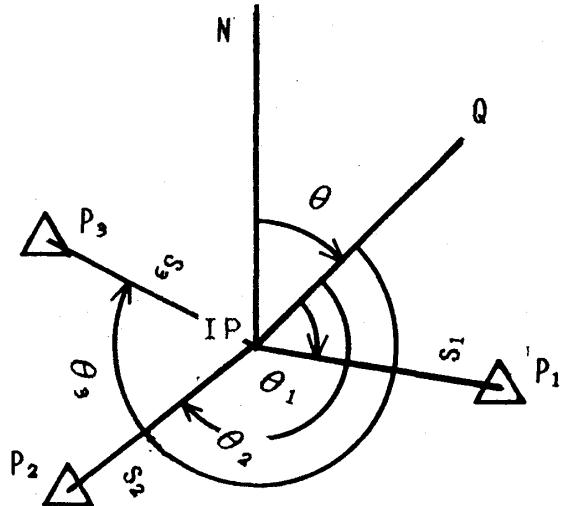


図1 基準点配置の平面図



角度と距離の観測

表1 Zeiss Elta-II, Topcon GTS3-10の公称機械精度

	Elta II	GTS3-10
precision in distance measurements	2mm+2ppm	5mm+5ppm
precision in angle measurements	0.6sec	5sec
type of vertical axis compensator (effective tilt range)	dual axes (2min)	single axis (3min)

表2 水平角観測値

I.Point	Target	Horizontal [° ′ ″]	Distance [m]	Vertical [° ′ ″]
T1	T2	0.00 00	20.211	93.49 32
	T6	118.42 50	30.468	92.40 30
T2	T3	0.00 00	23.783	93.07 05
	T0	61.34 21	25.022	92.45 17
	T1	127.38 02	20.212	93.49 35
T3	T4	0.00 00	32.029	92.24 22
	T0	50.09 56	25.010	92.51 57
	T2	111.48 47	23.790	93.22 03
T4	T5	0.00 00	23.746	93.09 37
	T0	61.36 39	25.004	92.51 34
	T3	111.46 06	32.033	92.23 48
T5	T6	0.00 00	18.740	94.10 46
	T0	67.58 39	24.995	92.55 29
	T4	129.39 01	23.750	93.18 01
T6	T1	0.00 00	30.469	92.40 36
	T5	120.25 22	18.743	94.05 03
T0	T6	0.00 00	25.052	93.18 30
	T1	75.09 30	25.026	93.26 00
	T2	122.49 10	25.065	93.25 50
	T3	179.35 30	25.046	93.18 20
	T4	259.16 40	25.049	93.18 30
	T5	315.59 20	25.033	93.14 40

vector) である。残存量は (近似値) - (観測値) で定義される。(近似値) は地上座標の近似値まで計算した角度(または距離) の値である。

3つのランク落ちは、Aに直交する次の3式を内的制約にいれることで取り除ける。

$$Bx = 0 \quad (A^T B = 0) \quad (6)$$

$$B = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ Y_0 - X_0 & Y_1 - X_1 & Y_2 - X_2 & Y_3 - X_3 & & & & \\ & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & \\ & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & \\ & Y_4 - X_4 & Y_5 - X_5 & Y_6 - X_6 & & & & \end{vmatrix} \quad (7)$$

幾何学的には調整後の基準点の重心の位置が x, y 方向で調整前と不变、および重心回りの回転角も不变であることを意味する。

ラグランジェ乗数ベクトル λ を用いて、最小化すべき目

的関数は次のようにになる。

$$\Phi = \frac{1}{2} V^T Q_i^{-1} V = (Ax - \varepsilon)^T Q_i^{-1} (Ax - \varepsilon) + \lambda^T Bx \quad (8)$$

Q_i は観測の余因子行列(観測の重み 1 に正規化した分散共分散行列)。これより次の正規方程式を得る。

$$\begin{bmatrix} A^T Q_i^{-1} A & B^T \\ B & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^T Q_i^{-1} \varepsilon \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

実際には左辺の係数行列(Uとする)は条件が悪くこのままで逆行列が求められない。そこで次のように A と B が直交していることを利用して逆行列を計算する。

$$U^{-1} = (U^T U)^{-1} U^T =$$

$$\begin{bmatrix} N_{11} & (A^T Q_i^{-1} A A^T Q_i^{-1} A + B^T B)^{-1} B^T \\ (B B^T)^{-1} & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

ここで

$$N_{11} = (A^T Q_i^{-1} A A^T Q_i^{-1} A + B^T B)^{-1} A^T Q_i^{-1} A \quad (11)$$

表3 基準点座標の最確値と精度(標準偏差の推定量)

Point	X(m)	Y(m)
T0	989.9716 ± 0.0004	977.1620 ± 0.0004
T1	1000.0204 ± 0.0009	1000.0327 ± 0.0016
T2	979.8172 ± 0.0010	1000.0326 ± 0.0016
T3	965.2935 ± 0.0018	981.1958 ± 0.0006
T4	981.5818 ± 0.0008	953.6023 ± 0.0017
T5	1005.0530 ± 0.0011	957.2297 ± 0.0015
T6	1014.6610 ± 0.0017	973.3060 ± 0.0005

で最確値々とその分散共分散行列 Σ は次式で表される。

$$\hat{x} = N_{11}^{-1} A^T Q_i^{-1} \epsilon \quad (12)$$

$$\sigma_0^2 = (\epsilon - A\hat{x})^T (\epsilon - A\hat{x}) / (m-3) \quad (13)$$

$$\Sigma = \sigma_0^2 \cdot N_{11} \quad (14)$$

この結果表3に示すような基準点座標の最確値と精度が得られた。表3の精度はネットワークの内的精度である。各点の精度はおよそ1mmである。

3. 計算後方交会の平面精度

3.1 後方交会のための角度と距離の観測

次に中精度トータルステーション、トプコンGTS3-10を用いてT₀に機械を据え、T₁、T₂、を視準して水平角、天頂角、および斜距離を正反1対回観測した。斜距離は観測した天頂角を使って水平距離に換算した。全ての観測値を表4に示す。またGTS3-10の公称の性能を表1に示した。

3.2 後方交会法の実験的精度

T₁～T₆を視準したときの観測値の組からいくつかの代表的な視準点の配置形態と観測形態を選び出して計算後

方交会を行ない、機械点位置を求めた。表3の基準点座標の最確値を観測値と見なし、座標精度はどの点についてもx, y方向とも1mmとした。表5に計算した機械点座標の最確値とその標準偏差の値を示した。同時に同じ調整計算プログラムでシミュレーションを行なった。同じ視準点の配置形態で観測の重みを変えてx, yとθの標準偏差に対する影響を調べた。表5およびシミュレーションの結果から次のことが言える。

- (1) 機械点位置x, yの精度は視準点の精度でほとんど決定される。視準数は3点で十分であり、多くの点を視準してもあまり精度はよくならないが、点の配置(configuration)は非常に重要である。表にはないが、偏った視準点配置では精度が落ちる。
- (2) 測角基準方向θの精度はトータルステーションの視準精度でほぼ決定される。precisionはよくても機械的な偏りがあり、必ずしもaccuracyはよくない。表5の例では正しい値と計算値にはほぼ15～30秒の誤差がある。またθの精度は機械点位置と同様、視準点の配置に大きく影響される。

表4 トプコンGTS3-10による観測値一覧

Point	obs. mode	Target	Horizontal		Vertical	Distance	
			[°]	[']			
T0	r	T6	0.00	00	93.25	10	25.034
		T1	75.09	30	93.33	10	25.028
		T2	122.49	20	93.33	00	25.068
		T3	179.36	10	93.24	50	25.048
		T4	259.17	00	93.25	30	25.054
		T5	315.59	40	93.21	10	25.040
	l	T5	136.00	10	266.40	40	25.041
		T4	79.17	40	266.36	20	25.054
		T3	359.36	15	266.36	30	25.047
		T2	302.50	00	266.28	15	25.068
		T1	255.10	10	266.29	00	25.030
		T0	180.00	01	266.36	30	25.034

表5 いくつかの観測形態での後方交会の調整結果

- 機械点座標、測角基準方向の正しい値は次のようにある。
 $x=989.9716 \text{ m}, y=977.1620 \text{ m}, \theta=\tan^{-1}((Y_6-Y_0)/(x_6-x_0))=351^\circ 7'24''$
- 調整計算は3次元的に行なった。データは2次元であるから天頂角は90度に固定し、その精度を標準偏差で60秒と非常に落として調整計算した。
- 角、距離の観測精度はトプコンGTS3-10の公称精度である。
- σ_0 は重み1の観測の標準偏差の推定値である。
- faceの1, rは1, r-望遠鏡正反 1-望遠鏡正 の観測であることを意味する。
- 距離欄のy, nは y-距離+角度 n-角度のみで調整したこと意味する。
- 機械点座標と測角基準方向の標準偏差の値は表の σ_0 の値を使って計算した。これに対し()の中の数字は $\sigma_0=1$ として計算したもの(単位mm、秒)である。すなわち機械の公称精度で観測したときのパラメータの精度が得られる。また観測の冗長度が0のときでも精度が推定できる。

sight points	face	distance	σ_0	Instrument point coordinates and zero gradation direction			
				X(m)	Y(m)	Z(m)	θ
T1, T2, T3, T4, T5, T6	I, r	y	0.65	989.971±0.000 (0.6)	977.164±0.000 (0.6)	(0.6)	351° 06'54"±2.4' (3.7)
T1, T2, T3, T4, T5, T6	I, r	n	0.77	989.971±0.000 (0.6)	977.164±0.000 (0.6)	(0.6)	351° 06'54"±2.9' (3.7)
T1, T3, T5	I, r	y	0.35	989.970±0.001 (0.9)	977.163±0.001 (0.9)	(0.9)	351° 06'52"±1.8' (5.2)
T1, T3, T5	I	y	0.12	989.975±0.001 (0.9)	977.164±0.001 (0.9)	(0.9)	351° 07'05"±0.7' (5.2)
T1, T3, T5	I	n	0.0	989.970 (1.0)	977.164 (1.0)	(0.7)	351° 07'03" (5.6)
T1, T2	I	y	0.08	989.968±0.001 (9.3)	977.164±0.001 (1.8)	(0.8)	351° 06'45"±5.2" (69.3)
T1, T2	I	available for T2	0.0	989.966 (65939)	977.164 (232)	(0.8)	351° 06'34"±(∞)

- (3) 距離の観測値はパラメータの精度を向上させず、不要である。
- (4) 正反観測は通常の地形測量のための後方交会では必要ない。

ているので1分程度の鉛直軸の倒れについては水平角、鉛直角の精度は同じであることが保証されている。しかしこれについても実験的な確認が必要である。鉛直角の測定精度については別に報告する予定である。

4. おわりに

この論文では計算による後方交会の精度を主として実験によって確認した。後方交会で求められるパラメータは機械点位置の座標と測角基準方向角である。前者の精度には視準点の座標の精度が大きく支配し、後者の精度にはトータルステーションの測角精度が支配的であった。また視準点の配置形態はどちらにも大きく影響した。地形測量に限定すれば、良い配置形態であれば視準点は3点で十分であり、距離観測は必要なくまた正反観測をする必要もないと言える。

なお工業計測、施行管理などに後方交会を用いるには高い鉛直角の点を視準するが多くなるので、この時の鉛直角、水平角の測定精度が非常に重要になる。現在のトータルステーションには鉛直軸の補正機構が備わつ

付録 調整計算プログラム

free network調整の計算機プログラムを示す。簡単のため計測データを主プログラムの中に書き込んでいる。

```

C *****
C ADUSTMENT OF TRIANGULATION/TRILATERATION
C BY FREE NETWORK METHOD
C *****
COMMON /COM CON/ PI,PI2
COMMON /COM OBS/ X(7),Y(7),BETA(7,7),S(7,7)
COMMON /COM NOR/ A(50,14), EPS(50),B(3,14),EPSB(3),
*          WT(50)
COMMON /COM NP/ NP,M,N
COMMON /COM NOB/ NOBS
C
REAL *8 PI,PI2
REAL *8 X,Y,BETA,S
REAL *8 A,EPS,B,EPSB,WT
C
NP=7
C
M= NP*2
N= NP*2
C
NOBS=0
C
CALL CONST
CALL INITIAL
CALL OBSEQ
CALL NOREQ
CALL SOLVE
C
STOP
END
C
C
SUBROUTINE CONST
COMMON /COM CON/ PI,PI2
REAL *8 PI,PI2
PI = 3.1415926535897932
PI2 = PI*2.D0
RETURN
END
C
C
SUBROUTINE INITIAL
COMMON /COM OBS/ X(7),Y(7),BETA(7,7),S(7,7)
REAL *8 X,Y,BETA,S
COMMON /COM NP/ NP,M,N
REAL *8 SIND,XG,YG,SUM1,SUM2
C
DO 100 I=1,NP
    DO 100 J=1,NP
        BETA(I,J)=0.D0
        S(I,J)=0.D0
100 CONTINUE

```

```

C
C
beta(1,2)= 0.0000
s(1,2)= 20.211*sind(93.4932d0)
beta(1,6)= 118.4250
s(1,6)= 30.468*sind(92.4030d0)
C
beta(2,3)= 0.0000
s(2,3)= 23.783*sind(93.0705d0)
beta(2,7)= 61.3421
s(2,7)= 25.022*sind(92.4517d0)
beta(2,1)= 127.3802
s(2,1)= 20.212*sind(93.4935d0)
C
beta(3,4)= 0.0000
s(3,4)= 32.029*sind(92.2422d0)
beta(3,7)= 50.0956
s(3,7)= 25.010*sind(92.5157d0)
beta(3,2)= 111.4847
s(3,2)= 23.790*sind(93.2203d0)
C
beta(4,5)= 0.0000
s(4,5)= 23.746*sind(93.0937d0)
beta(4,7)= 61.3639
s(4,7)= 25.004*sind(92.5134d0)
beta(4,3)= 111.4606
s(4,3)= 32.033*sind(92.2348d0)
C
beta(5,6)= 0.0000
s(5,6)= 18.740*sind(94.1046d0)
beta(5,7)= 67.5839
s(5,7)= 24.995*sind(92.5529d0)
beta(5,4)= 129.3901
s(5,4)= 23.750*sind(93.1801d0)
C
beta(6,1)= 0.0000
s(6,1)= 30.469*sind(92.4036d0)
beta(6,5)= 120.2522
s(6,5)= 18.743*sind(94.0503d0)
C
beta(7,6)= 0.0000
s(7,6)= 25.052*sind(93.1830d0)
beta(7,1)= 75.0930
s(7,1)= 25.026*sind(93.2600d0)
beta(7,2)= 122.4910
s(7,2)= 25.065*sind(93.2550d0)
beta(7,3)= 179.3530
s(7,3)= 25.046*sind(93.1820d0)
beta(7,4)= 259.1640
s(7,4)= 25.049*SIND(93.1830D0)
beta(7,5)= 315.5920
s(7,5)= 25.033*sind(93.1440d0)
C
C

```

```

      WRITE(*,1000)
1000  FORMAT(' Observations')
      WRITE(*,1010)
1010  FORMAT(' Inst   Target   Horiz   Hor Distance')
C
      DO 121 I=1,NP
      DO 120 J=1,NP
        WRITE(*,1020) I,J,BETA(I,J),S(I,J)
120  CONTINUE
C
      PAUSE
121  CONTINUE
1020 FORMAT(' T',I1, '    T',I1, F20.4, F20.3)
C
C
      x(7)= 989.971
      y(7)= 977.166
      x(1)= 1000.000
      y(1)= 1000.000
      x(2)= 979.835
      y(2)= 1000.001
      x(3)= 965.334
      y(3)= 981.196
      x(4)= 981.602
      y(4)= 953.640
      x(5)= 1005.031
      y(5)= 957.262
      x(6)= 1014.621
      y(6)= 973.309
C
      WRITE(*,1030)
1030  FORMAT(' Approximated Coordinates X, Y')
C
      DO 130 I=1,NP
      WRITE(*,1040) I,X(I),I,Y(I)
130  CONTINUE
      PAUSE
C
      1040 FORMAT(' X(',I1,') =',F10.3,'; Y(',I1,') =',F10.3)
C
C GRAVITY CENTER
      SUM1=0.D0
      SUM2=0.D0
      DO 150 I=1,NP
        SUM1= SUM1+ X(I)
        SUM2= SUM2+ Y(I)
150  CONTINUE
      XG=SUM1/DBLE(FLOAT(NP))
      YG=SUM2/DBLE(FLOAT(NP))
C
      DO 155 I=1,NP
        X(I)= X(I)-XG
        Y(I)= Y(I)-YG
155  CONTINUE
C
      WRITE(*,1050) XG,YG
1050 FORMAT(' XG=',F12.5,'  YG=',F12.5/)
C
      DO 131 I=1,NP
      WRITE(*,1040) I,X(I),I,Y(I)
131  CONTINUE
      PAUSE
C
      RETURN
      END
C
C
      REAL *8 FUNCTION SIND(X)
      REAL *8 X,dmsrad, Y
      Y=DMSRAD(X)
      SIND= DSIN(Y)
      RETURN
      END
C
C
      SUBROUTINE OBSEQ
      COMMON /COM NOB/ NOBS
      COMMON /COM CON/ PI,PI2
      COMMON /COM OBS/ X(7),Y(7),BETA(7,7),S(7,7)
      COMMON /COM NOR/ A(50,14), EPS(50),B(3,14),EPSB(3),
      *           WT(50)
      COMMON /COM NP/ NP,M,N
C
      REAL *8 PI,PI2
      REAL *8 X,Y,BETA,S
      REAL *8 A,EPS,B,EPSB,WT
C
      CALL theta(1,2,6)
      CALL dist(1,2)
      CALL dist(1,6)
C
      CALL theta(2,3,7)
      CALL theta(2,3,1)
      CALL dist(2,3)
      CALL dist(2,7)
      CALL dist(2,1)
C
      CALL theta(3,4,7)
      CALL theta(3,4,2)
      CALL dist(3,4)
      CALL dist(3,7)
      CALL dist(3,2)
C
      CALL theta(4,5,7)
      CALL theta(4,5,3)
      CALL dist(4,5)
      CALL dist(4,7)
      CALL dist(4,3)
C
      CALL theta(5,6,7)
      CALL theta(5,6,4)
      CALL dist(5,6)
      CALL dist(5,7)
      CALL dist(5,4)
C
      CALL theta(6,1,5)
      CALL dist(6,1)

```

```

      CALL dist(6,5)
C
      CALL theta(7,6,1)
      CALL theta(7,6,2)
      CALL theta(7,6,3)
      CALL theta(7,6,4)
      CALL theta(7,6,5)
      CALL dist(7,6)
      CALL dist(7,1)
      CALL dist(7,2)
      CALL dist(7,3)
      CALL dist(7,4)
      CALL dist(7,5)
C
C DO 100 I=1,NP
      b(1,2*i-1) = 1.
      b(1,2*i ) = 0.
      b(2,2*i-1) = 0.
      b(2,2*i ) = 1.
      b(3,2*i-1) = -y(i)
      b(3,2*i ) = x(i)
  100 CONTINUE
C
      epsb(1)=0.
      epsb(2)=0.
      epsb(3)=0.
C
      WRITE(*,1000)
  1000 FORMAT('Observation Equation'/' v+ AX = eps'/' )
      WRITE(*,*) ' NUMBER OF OBS EQ.', NOBS
      DO 110 I=1,NOBS
      WRITE(*,1010) I
  1010 FORMAT(' ',I3)
      WRITE(*,1020) (A(I,J),J=1,N)
      WRITE(*,1021) EPS(I)
C
      PAUSE
  110 CONTINUE
  1020 FORMAT(' ',5E12.3)
  1021 FORMAT(' discrepancies', E12.3)
C
      WRITE(*,1030)
  1030 FORMAT(' V+ BX = Epsb')
      DO 120 I= 1,3
      WRITE(*,1022) I
  1022 FORMAT(' ',I3)
      WRITE(*,1020)( B(I,J),J=1,N)
      WRITE(*,1021) EPSB(I)
C
      PAUSE
  120 CONTINUE
C
C ORTHOGONALITY CHECK
C
      WRITE(*,*) ' ORTHOGONALITY'
      DO 125 I=1,NOBS
      DO 125 J=1,3
      SUM=0.D0
C
      DO 126 K=1,M
      SUM= SUM+ A(I,K)*B(J,K)
  126 CONTINUE
      WRITE(*,*) I,J,SUM
      PAUSE
  125 CONTINUE
C
      RETURN
      END
C
C SUBROUTINE NOREQ
COMMON /COM NOB/NOBS
COMMON /COM CON/ PI,PI2
COMMON /COM NOR/ A(50,14), EPS(50),B(3,14),EPSB(3),
*           WT(50)
COMMON /COM GI/ ANOR11(14,14),BTB(14,14),E(14)
COMMON /COM NP/ NP,M,N
C
      REAL *8 PI,PI2
      REAL *8 A,EPS,B,EPSB,WT,E
      REAL *8 SUM
      REAL *8 ANOR11,BTB
C
C=====
C      NOBS=37
C=====
C
      DO 110 I=1,M
      DO 110 K=1,N
      SUM=0.D0
      DO 120 J=1,NOBS
      SUM = SUM+A(J,I)*WT(J)*A(J,K)
  120 CONTINUE
C
      ANOR11(I,K) =SUM
  110 CONTINUE
C
      write(*,*) 'nobs',nobs,m
      DO 180 I=1,M
      SUM=0.D0
      DO 190 J=1,NOBS
  190  SUM = SUM +A(J,I)*WT(J)*EPS(J)
      E(I)=SUM
  180 CONTINUE
C
      DO 160 I=1,M
      DO 160 J=1,M
      SUM=0.D0
      DO 162 K=1,3
      SUM= SUM+ B(K,I)*B(K,J)
  162 CONTINUE
      BTB(I,J)=SUM
  160 CONTINUE
C
      WRITE(*,1000)
  1000 FORMAT(' Singular Normal Equation')
C

```

```

DO 210 I=1,M
  WRITE(*,1100) I
1100  FORMAT(' ',I3)
C
  WRITE(*,1200) (ANOR11(I,J),J=1,N)
1200  FORMAT(' ',5E12.3)
  WRITE(*,1210) E(I)
210   CONTINUE
1210  FORMAT(' right side', E12.3)
C
  PAUSE
  RETURN
END

C
C
C
SUBROUTINE THETA(K,I,J)
C
COMMON /COM CON/ PI,PI2
COMMON /COM OBS/ X(7),Y(7),BETA(7,7),S(7,7)
COMMON /COM NOR/ A(50,14), EPS(50),B(3,14),EPSB(3),
*           WT(50)
COMMON /COM NP/ NP,M,N
COMMON /COM NOB/ NOBS
C
REAL *8 PI,PI2
REAL *8 X,Y,BETA,S
REAL *8 A,EPS,B,EPSB,WT
C
REAL *8 S2IK,S2JK,THETA JK,THETA IK
REAL *8 DMSRAD,WTANG
C */
C
C      x
C      | Ti
C      | / Tj
C      | / -_
C      | / -_
C      | / -_----- y
C      Tk
C
C */
C
NOBS= NOBS+1
DO 100 L=1,N
100  A(NOBS,L) = 0.D0
C
  s2ik=(x(i)-x(k))*(x(i)-x(k))+(y(i)-y(k))*(y(i)-y(k))
  s2jk=(x(j)-x(k))*(x(j)-x(k))+(y(j)-y(k))*(y(j)-y(k))
C
  a(noobs,2*i-1) = -(y(i)-y(k))/ s2ik
  a(noobs,2*i)   = (x(i)-x(k))/ s2ik
  a(noobs,2*j-1) = (y(j)-y(k))/ s2jk
  a(noobs,2*j)   = -(x(j)-x(k))/ s2jk +
  (y(i)-y(k))/ s2ik
  a(noobs,2*k)   = (x(j)-x(k))/ s2jk -
C
  (x(i)-x(k))/ s2ik
C
  thetajk = atan( (y(j)-y(k))/(x(j)-x(k)) )
  thetaik = atan( (y(i)-y(k))/(x(i)-x(k)) )
C
  if( x(j).lt. x(k)) theta jk = theta jk+PI
  if( x(i).lt. x(k)) theta ik = theta ik+PI
C
C/* -2pi <theta < 2pi */
C
  eps(nobs) = theta jk -theta ik -(dmsrad(beta(k,j))
*           -dmsrad(beta(k,i)) )
C
  if( dabs(eps(nobs) -2.d0*PI).lt. 5.*PI/180.d0) then
    eps(nobs) = eps(nobs)- 2.d0*PI
  else if( dabs(eps(nobs)+2.d0*PI) .lt. 5.*PI/180.) then
    eps(nobs)= eps(nobs) + 2.d0*PI
  endif
C
  wt(nobs) = wt ang(20)
  write(*,1000)nobs,k,i,j
1000  format('/ Eq.(',i2,') Ang('i1,i1,i1,',')
  write(*,1200)( a(nobs,l),l=1,N)
1200  format(' ',6e12.3)
C
  write(*,1210) eps(nobs)
  write(*,1230) wt(nobs)
1210  format(' eps',e12.3)
1230  format(' wt', e12.3/)
C
  return
end

C
C
subroutine DIST(i,j)
C
COMMON /COM CON/ PI,PI2
COMMON /COM OBS/ X(7),Y(7),BETA(7,7),S(7,7)
COMMON /COM NOR/ A(50,14), EPS(50),B(3,14),EPSB(3),
*           WT(50)
COMMON /COM NP/ NP,M,N
COMMON /COM NOB/ NOBS
C
REAL *8 PI,PI2
REAL *8 X,Y,BETA,S
REAL *8 A,EPS,B,EPSB,WT
C
real *8 sij, wt dis
C
nobs = nobs +1
do 100 l=1,N
  a(nobs,l) = 0.d0
100 continue
C
C
  write(*,1000) x(i),y(i),x(j),y(j)
C
1000 format(' x(i)= ',e12.3,' y(i)= ',e12.3)

```

```

*      ' x(j)= ',e12.3,' y(j)= ',e12.3)
C
C      sij = (x(i)-x(j))*(x(i)-x(j)) + (y(i)-y(j))*(y(i)-y(j))
C      sij = dsqrt(sij)
C
C      a(nobs,2*i-1) = -(x(i)-x(j))/sij
C      a(nobs,2*i ) = -(y(i)-y(j))/sij
C      a(nobs,2*j-1) = (x(i)-x(j))/sij
C      a(nobs,2*j ) = (y(i)-y(j))/sij
C
C      eps(nobs) = sij-s(i,j)
C      wt(nobs) = wt dis(sij)
C      write(*,1100)nobs,i,j
1100  format(' Eq.(',i2,') Dis(',i1,i1,',)')
C
C      write(*,1200) (a(nobs,l),l=1,N)
1200  format(' ',6e12.3)
C
C      write(*,1210) EPS(nobs)
C      write(*,1230) wt (nobs)
1210  format(' eps',e12.5)
1230  format(' wt ',e12.5/)
C
C      return
end
C
C
C      real *8 function DMS RAD(ANG)
COMMON /COM CON/ PI,PI2
      REAL *8 ANG,DEG,MIN,SEC,PI,PI2
      DEG= DINT(ANG)
      MIN= DINT( (ANG-DEG)*100.D0)
      SEC= DINT( ( ANG-DEG-MIN/100.D0)*10000.D0)
      DEG= DEG+ MIN/60.D0 + SEC/3600.D0
      DMS RAD = PI/180.D0* DEG
      RETURN
END
C
C      real*8 function RAD DMS(ANG)
COMMON /COM CON/ PI,PI2
      REAL *8 ANG, DEG, MIN, SEC, PI, PI2
      ANG =DNINT(648000.D0/PI*ANG)
      DEG =DINT(ANG/3600.D0)
      MIN =DINT(( ANG-DEG*3600.D0)/60.D0)
      SEC= DNINT( ANG-DEG*3600.D0-MIN*60.D0)
      RAD DMS = DEG + 0.01D0*MIN + 0.0001D0*SEC
      RETURN
END
C
C      real *8 function wt dis(distance)
real *8 distance,wt
wt = 0.003 + 0.000003*distance
wtdis= 1.d0/wt/wt
return
end
C
C      real *8 function wt ang(n)
C
C      COMMON /COM CON/ PI,PI2
      REAL *8 PI,PI2
      real *8 wt
      wt = dble(float(n))*PI/180./60./60.
      wtang= 1.d0/wt/wt
      return
end
C
C      SUBROUTINE SOLVE
C      THIS SUBROUTINE SOLVES A NORMAL EQUATION A*SOL=B
C
C      RESIDUAL V= ANOR*SOL-E
C
COMMON /COM CON/ PI,PI2
COMMON /COM OBS/ X(7),Y(7),BETA(7,7),S(7,7)
COMMON /COM NOR/ A(50,14), EPS(50),B(3,14),EPSB(3),
*                  WT(50)
COMMON /COM GI/ ANOR11(14,14),BTB(14,14),E(14)
COMMON /COM NP/ NP,M,N
COMMON /COM NOB/ NOBS
REAL *8 PI,PI2
REAL *8 X,Y,BETA,S
REAL *8 A,EPS,B,EPSB,WT,E
REAL *8 SUM
REAL *8 ANOR11,BTB
C
REAL *8 SOL(14),V(50)
REAL *8 AINV(14,14),UNIT(14,14),AN11BAR(14,14),det
C
DO 352 I=1,M
DO 352 J=1,M
SUM=0.D0
DO 354 K=1,M
SUM= SUM+ ANOR11(I,K)*ANOR11(K,J)
354 CONTINUE
      AN11BAR(I,J)=SUM
352 CONTINUE
C
DO 350 I=1,M
DO 350 J=1,M
      AN11BAR(I,J)= AN11BAR(I,J)+BTB(I,J)
350 AINV(I,J)= AN11BAR(I,J)
C
call invs(ainv,M,N,M)
C      CALL INVS1(AINV,M,0,DET,IND)
C
write(*,*) ' Inverse of Normal '
do 100 i=1,M
      WRITE(*,*) I
      write(*,1500) (AINV(i,j),j=1,N)
C      pause
100 continue
1500 FORMAT(' ',5E12.3)

```

```

C
DO 300 I=1,M
DO 300 J=1,M
SUM=0.D0
DO 310 K=1,M
310   SUM= SUM+ AN11BAR(I,K)*AINV(K,J)
UNIT(I,J)=SUM
300 CONTINUE
WRITE(*,3000)
3000 FORMAT(' INVERSE CHECK')
C
DO 320 I=1,M
WRITE(*,*) I
WRITE(*,3100) (UNIT(I,J),J=1,M)
320 CONTINUE
3100 FORMAT(' ',5E12.3)
PAUSE
C SOLVING THE NORMAL EQ.
C
DO 9 I=1,M
DO 9 J=1,N
SUM=0.D0
DO 8 K=1,N
8 SUM= SUM + AINV(I,K)*ANOR11(K,J)
9 AN11BAR(I,J)=SUM
C
WRITE(*,*) ' N11-'
DO 90 I=1,M
WRITE(*,*) I
WRITE(*,1220) (AN11BAR(I,J),J=1,N)
90 CONTINUE
1220 FORMAT(' ',5E12.5)
C
DO 50 I=1,M
SUM=0.D0
DO 52 J=1,M
SUM= SUM + AN11BAR(I,J)*E(J)
52 CONTINUE
SOL(I)=SUM
50 CONTINUE
C
WRITE(*,1200) (SOL(I),I=1,M)
1200 FORMAT(' Solution'/' ',5E12.5)
PAUSE
C RESIDUALS
C
WRITE(*,1234)
1234 FORMAT(' Residuals'/' No. MPV      OBS      RES')
C
DO 10 I=1,NOBS
SUM=0.D0
DO 11 J=1,N
11   SUM= SUM+A(I,J)*SOL(J)
V(I)=SUM-EPS(I)
write(*,101) i,SUM,EPS(i),v(i)
10 CONTINUE
C
PAUSE
101 format(' ', i2, 5x, 3f12.3)
C STANDARD DEVIATION WITH WEIGHT UNITY
SUM=0.D0
DO 20 I=1,NOBS
20 SUM =SUM + V(I)*WT(I)*V(I)
SUM=SUM/ DBLE(FLOAT(NOBS-(N-3)))
C
SUM= DSQRT(SUM)
STD=SNGL(SUM )
C----- write(*,1301)sum
1301 format(' std=',e12.3)
C----- DO 13 I=1,N
13 E(I)= SUM*DSQRT(AN11BAR(I,I))
C
DO 25 I=1,NP
X(I)= X(I)+SOL(2*I-1)
25 Y(I)= Y(I)+SOL(2*I)
C
WRITE(*,1000)SUM
WRITE(*,1100) (X(I),E(2*I-1),Y(I),E(2*I),I=1,NP)
1000 FORMAT(' Standard deviation with weight unity', e12.3)
1100 format(' MPVs and precisions of parameters'/' ',4f20.5)
C
pause
C CORRELATION MATRIX
DO 12 I=1,M
DO 12 J=1,N
12   AINV(I,J) = AN11BAR(I,J)/ DSQRT(
AN11BAR(I,I)*AN11BAR(J,J) )
C
write(*,*) ' CORRELATION MATRIX'
do 30 i=1,M
30  write(*,1300) (ainv(i,j),j=1,N)
1300 format(' ',5F10.3)
C
RETURN
END
C
C
CC
SUBROUTINE INV(C,N1,M1)
DOUBLE PRECISION C(N1,M1)
DO 20 K=1,M
C(K,K) =-1.D0/C(K,K)
DO 5 I=1,M
IF(I-K) 3,5,3
3 C(I,K)=-C(I,K)*C(K,K)
5 CONTINUE
DO 10 I=1,M
DO 10 J=1,M

```

```

IF( (I-K)*(J-K)) 9,10,9
9 C(I,J) = C(I,J)-C(I,K)*C(K,J)
10 CONTINUE
DO 20 J=1,M
IF(J-K) 18,20,18
18 C(K,J)=-C(K,J)*C(K,K)
20 CONTINUE
DO 25 I=1,M
DO 25 J=1,M
25 C(I,J)=-C(I,J)
RETURN
END
C
C

```

参考文献

- 1) Hattori, S., H. Hasegawa and Uesugi, K: A CAD-Based Plane Table Surveying System. Proc. of the IV ICCBE, 1991, Tokyo, pp. 315-322.
- 2) Hattori, S., H. Hasegawa and K. Uesugi: A New Plane Table System-CG Plane, ACSM/ASPRS/AUTOCART-10/, Baltimore, 1991, pp. 122-129.
- 3) Hattori, S., H. Hasagawa: Resection and Intersection for the CAD-Based Plane Table Surveying System, ACSM, 1992, Washington D.C.
- 4) Hattori S., A. Seki, H. Hasegawa and Ye Myint: Precision of the Computational Resection and Intersection for the CAD-Based Plane Table Surveying System, Fig BANFF93, Seventh International FIG Symposium on Deformation Measurements, May2-6, 1993.
- 5) Welsh W.: A Review of the Adjustment of Free Networks, Survey Review Vol.XXV, No.194, Octover 1979, pp. 167-180.
- 6) Schmitt. G.:Second Order Design in "Optimization and Design of Geodetic Networks", ed. by E. W. Grafarend and Sanso, Springer Verlag, 1985, pp. 74-121.