

## 磁気浮上溶解の渦電流解析

坪井 始\*・田中 始男\*・小林 富士男\*・美咲 隆吉\*

### Eddy Current Analysis of Melting Metal in Magnetic Levitation Device

Hajime TSUBOI, Motoo TANAKA, Fujio KOBAYASHI,  
and Takayoshi MISAKI

#### ABSTRACT

Cold crucible is a levitation melting device, and it is a useful device for melting metal without contamination because the molten metal is levitated by electromagnetic force in the crucible. In this paper, three-dimensional eddy current distributions in cold crucibles are analyzed by using an integro-differential method. In order to reduce computer resources for the analysis of eddy current distribution of the cold crucibles, the authors employed a current sheet approximation for eddy current distribution because penetration depth of the eddy current is relatively small in comparison with the dimension of the conducting bodies. The eddy current distributions approximated by current sheets are solved by an integro-differential method using an electric vector potential. Furthermore, magnetic flux density, power loss, Lorentz force and levitation force of the molten metals are obtained from the solved eddy current distribution. In this paper, eddy current distributions and power loss distributions are investigated.

#### 1. まえがき

コールドクルーシブル (cold crucible) では、励磁コイルによって溶融金属 (molten metal) 内に渦電流 (eddy current) が誘導され、溶融金属が渦電流によって発熱溶解されるとともに磁気浮上 (magnetic levitation) するものである。金属を浮揚させた状態で溶解できるので、坩堝による金属の汚染がなく、高純度の合金が製造できる利点がある。金属を安定して浮上、溶解させるために金属に流れる渦電流を正確に知り、発熱分布や電磁力分布さらに浮上力 (levitation force) を把握する必要がある。

一般に、有限要素法や境界要素法による渦電流解析では、渦電流の浸透深さと同程度の大きさの要素に導体ま

たは導体表面を分割をする必要がある<sup>(1)-(5)</sup>。励磁コイルに高周波電流を通電するコールドクルーシブルでは浸透深さが解析モデルに比べて相対的に小さいため、これらの手法を用いると、計算規模が大きくなり過ぎて実用的とは言い難い。そこで、ここでは溶融金属や坩堝の渦電流を面電流 (current sheet) で近似し、これを電気スカラーポテンシャル (electric scalar potential) を用いた微分・積分方程式法 (integro-differential method) で解く<sup>(2),(5)</sup>。この場合、渦電流は非常に薄い面電流で近似されるため、導体表面を分割する境界要素の大きさは、浸透深さとは無関係に、その渦電流の面分布を近似できるように決めることができる。したがって、必要な計算機資源 (computer resources) を有限要素法や境界要素

法に比べて大幅に減らすことができる。解析は、電気スカラポテンシャルを未知変数として行ない、電気スカラポテンシャルの回転演算 (rotation) により渦電流分布を求める。さらに、磁束密度分布、発熱分布、電磁力分布、浮上力を求めることができる。本稿では、渦電流分布と発熱分布について検討する。

## 2. 定式化

時間依存性が正弦波の場合、電気スカラポテンシャル  $T$  の支配方程式は次のように表される。

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\sigma} \nabla \times T \right) = -j\omega B \quad (1)$$

ここで、 $\sigma$  は導電率、 $B$  は磁束密度、 $j$  は虚数単位、 $\omega$  は角周波数である。また、渦電流密度  $J$  は  $T$  の回転演算により、次式で与えられる。

$$J = \nabla \times T \quad (2)$$

また、渦電流の浸透深さが非常に小さく、渦電流の流れる領域を薄板で近似できる場合、渦電流を面電流で近似して電気ベクトルポテンシャルの法線成分に関する次の支配方程式が得られる<sup>(5)</sup>。

$$\frac{1}{\sigma} \nabla^2 T = \frac{j\omega\mu_0 h}{4\pi} \iint_S \frac{\{\nabla \times (nT)\} \times r \cdot n}{r^3} ds + j\omega B_s \cdot n \quad (3)$$

ここで、 $r$  はソース点から計算点に向かうベクトル、 $n$  は導体表面の単位法線ベクトル、 $B_s$  は外部ソースによる磁束密度、 $h$  は渦電流の浸透深さ、 $S$  は導体表面、 $\mu_0$  は真空の透磁率である。

さらに、発熱密度  $w$ 、発熱 (吸収電力)  $W$  は、次

式で計算される。

$$w = \frac{1}{\sigma} |\nabla \times (nT)|^2 \quad (4)$$

$$W = \frac{h}{\sigma} \iint_S |\nabla \times (nT)|^2 ds \quad (5)$$

## 3. 計算結果

コールドクルーシブルの計算モデルを Fig.1 に示す。ここでは、熔融金属を球状の導体で近似している。コイル内の発熱、電流分布等は評価しないので、コイル電流は、矩形のコイルの中心に置かれた線電流で近似している。また、坩堝は、熔融金属への磁束の入り込みと渦電流分

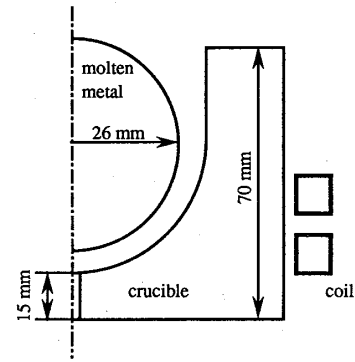


Fig. 1. Cold crucible model

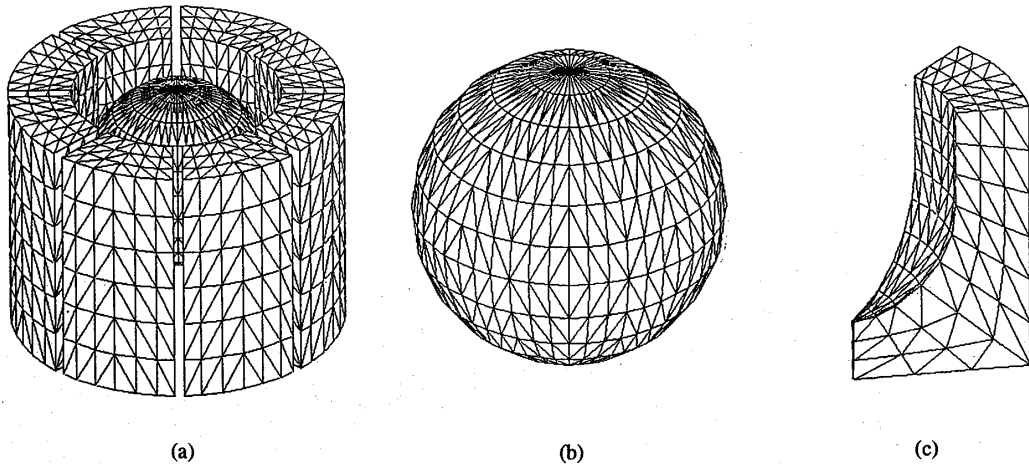


Fig. 2. Triangular mesh of the cold crucible model, (a) whole model, (b) molten metal approximated by a sphere, (c) a segment of the crucible.

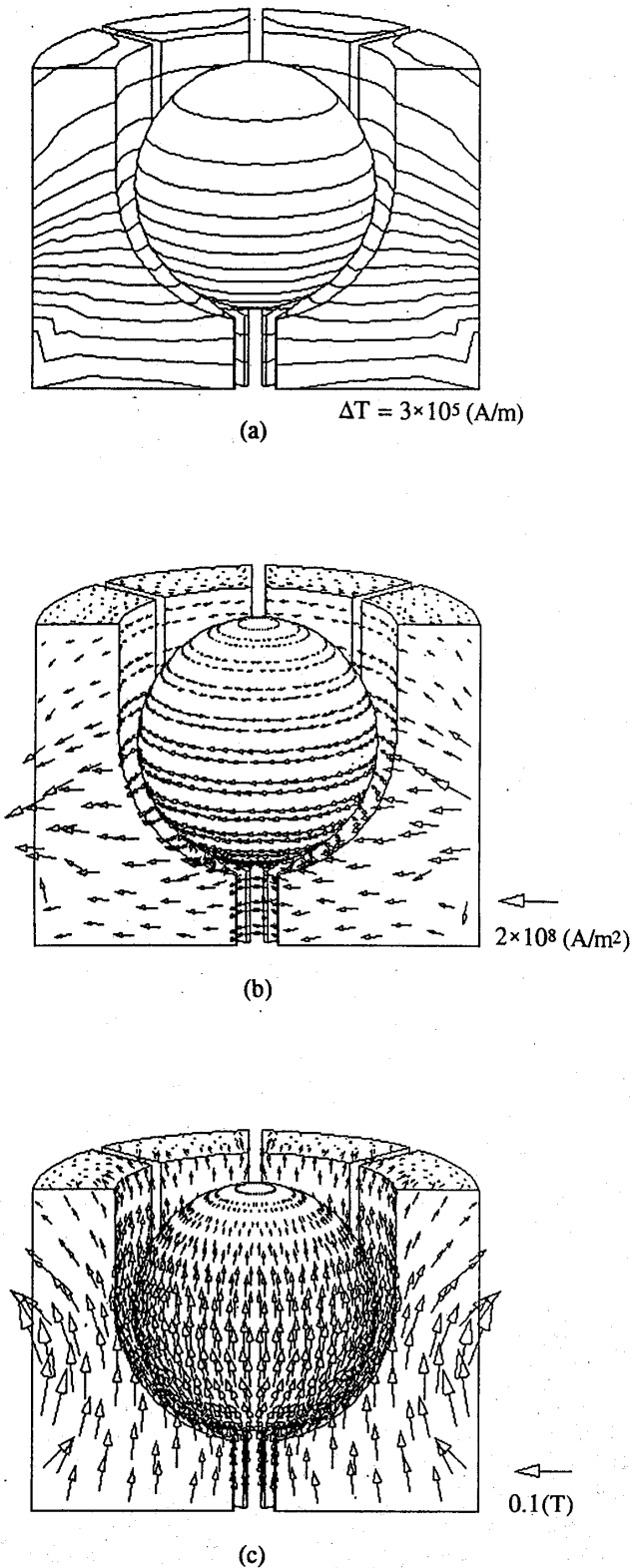


Fig. 3. Distributions of the potential, eddy current density and magnetic flux density of the cold crucible model, (a) equipotential lines of real part of the electric vector potential, (b) eddy current density vectors, (c) magnetic flux density vectors.

布の制御のため、8つのセグメントに分割されている。熔融金属と坩堝の導電率は、それぞれ  $2 \times 10^7 \text{ (S/m)}$ 、 $5 \times 10^7 \text{ (S/m)}$  で、比透磁率は両方とも1である。コイルの電流は、3 (kHz) で7000 (AT) である。

Fig.2に境界面の三角形分割を示す。(a)は全体図、(b)は熔融金属、(c)は坩堝の一つのセグメントの三角形分割を

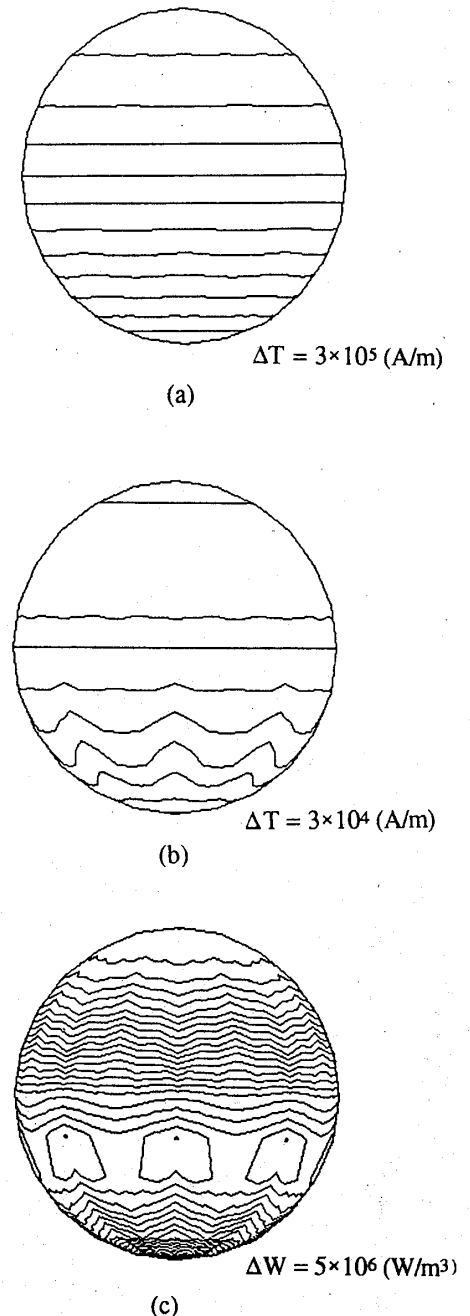


Fig. 4. Distributions of the potential and the power loss of the molten metal approximated by the sphere, (a) real part of the equipotential lines, (b) imaginary part, (c) power loss.

示す。全要素数は2002、全節点数は3968であるが、対称性を利用すると解析領域を1/16に縮小することができ<sup>(6)</sup>、1/16領域の要素数は248、未知変数(電気ベクトルポテンシャルの法線成分)の定義される節点数は150である。解析は(3)式に示すように複素変数を用いて行い、計算時間と記憶容量は、それぞれ56分と約900kBである。計算時間の大半は(3)式右辺の数値積分に費やされている。なお、使用計算機は、エンジニアリングワークステーションSONY NEWS(R3000, 20MHz)で、仕様計算速度は20MIPSである。

Fig.3に、等ポテンシャル線、渦電流、磁束密度の計算

結果を示す。表示を見易くするため、坩堝の半分を取り去って表示している。この場合の等ポテンシャル線は渦電流の流線を表し、その密度は渦電流密度に比例している。渦電流ベクトルと磁束密度ベクトルは、大きさがベクトルの大きさに比例し、向きがベクトルの向きを表す矢印で表している。渦電流は表面上を表面に沿って流れ、磁束も表皮効果のため導体内部には入り込まず、表面と空気中を通っている。磁束は、坩堝のセグメントの隙間(スリット)を通して熔融金属に達し、渦電流を熔融金属に誘起している。

Fig.4は、熔融金属の等ポテンシャル線である。坩堝の

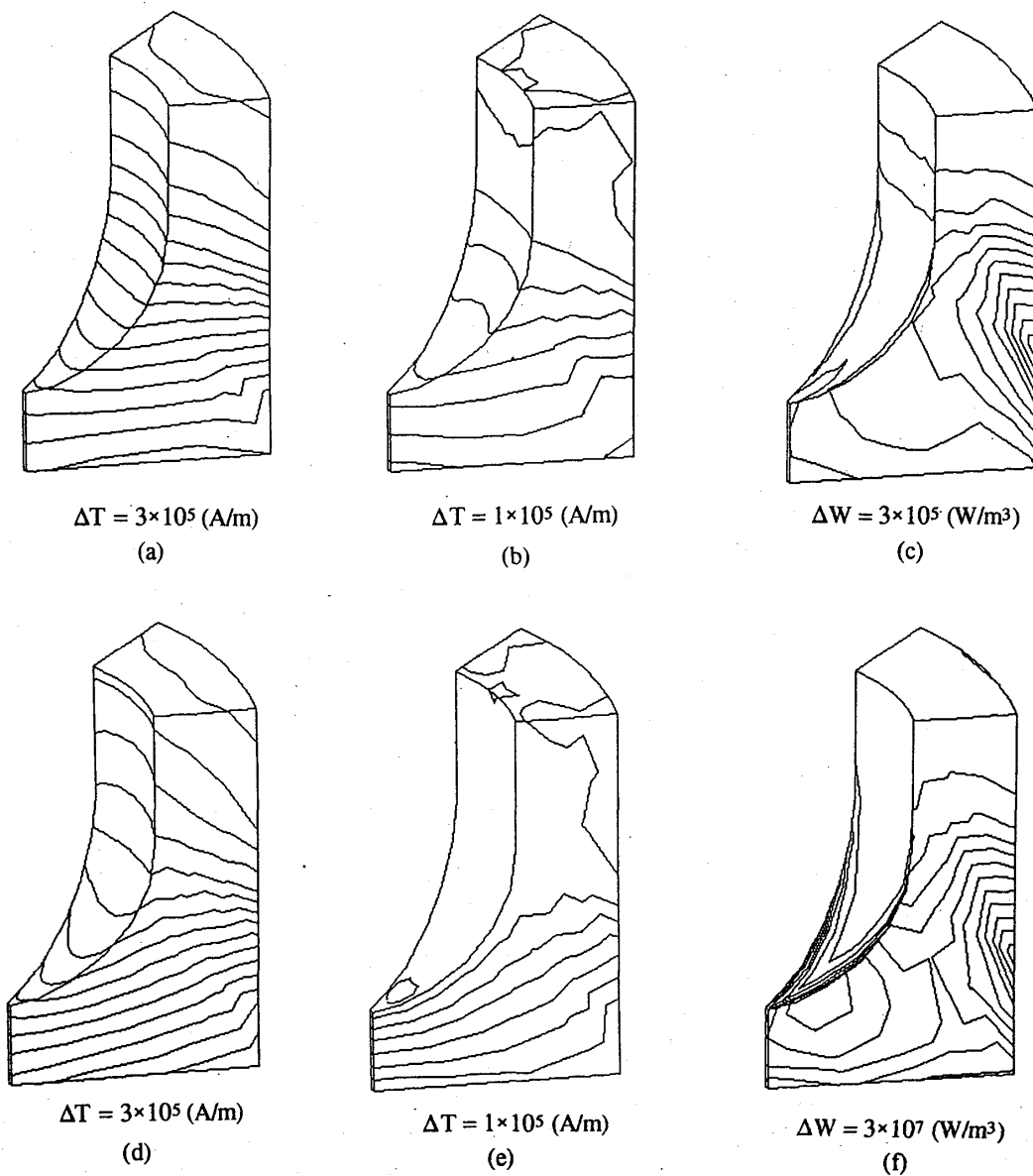
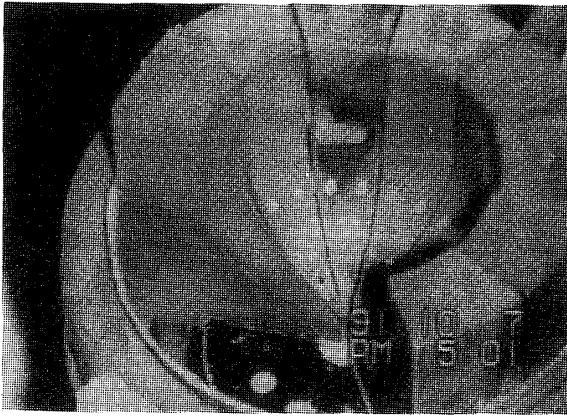
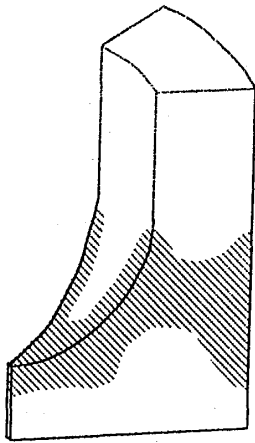


Fig. 5. Distributions of the potential and the power loss of the crucible, (a) real part of the equipotential lines loaded with molten metal, (b) imaginary part, (c) power loss without molten metal, (d) real part of equipotential lines without molten metal, (e) imaginary part, (f) power loss without molten metal.



(a)



(b)

Fig. 6. Experimental model, (a) overview, (b) high temperature region.

スリットの影響がポテンシャルの虚部に現れている。また、(c)は等発熱密度線を表しているが、スリットの部分に他の領域に比べて大きな発熱が生じているのがわかる。

Fig.5に、坩堝の一つのセグメントの等ポテンシャル線と等発熱密度線を示す。(a)から(c)は溶融金属が無い場合、(d)から(f)は溶融金属が有る場合の計算結果である。溶融金属の有無で渦電流の分布が変化していることがわかる。溶融金属が無い場合には、渦電流密度が大きくなり、発熱も大きくなっている。特に、発熱の大きい部分が、コイルに対向する部分に加えて、上部エッジに生じていることがわかる。

Fig.6(a)に、溶融金属を取り去ってコイルに通電し、発熱を感熱紙によってとらえた様子を示す<sup>(7)</sup>。濃く変色している部分が温度が高い部分であり、(b)に示すようにコイルに対向する部分と上部エッジの部分が温度が高くなっており、計算結果は実験結果によく符合している。



Fig. 7. Melting metal.

Fig.7は、実際の溶融金属を示す<sup>(7)</sup>。坩堝のスリットに対向する部分では、磁束がスリットから入るため渦電流密度が高くなり、したがって、発熱、圧力（電磁力）も大きくなって、溶融金属にくぼみができている。

#### 4. むすび

以上、磁気浮上溶解の渦電流分布の解析手法と計算結果を示した。

渦電流の表皮厚さが計算モデルの大きさに比べて非常に薄いため、面電流（カレントシート）で渦電流を近似して電気ベクトルポテンシャルを未知変数とする手法を用い、渦電流分布と発熱を求めた。また、計算機資源を減らして解析を効率よく行うために、計算モデルの対称性に着目し、未知数を大幅に減らすことができた。

コールドクルーシブルモデルの発熱の計算結果は、測定結果によく符合し、妥当な結果が得られていることが確認できた。本手法により、渦電流分布、発熱分布、磁束密度分布の把握が可能となり、磁気浮上溶解を行うコールドクルーシブルの設計に利用できると思われる。さらに、渦電流分布と磁束密度分布より電磁力の計算も容易にできるが、表面張力や重力を考慮した溶融金属の形状の計算がコールドクルーシブルの最適設計には必要となる。

#### 【参考文献】

- (1) A. Nicolas; "3D Eddy Current Solution by BIE Techniques," IEEE Trans. on Magnetics, Vol.24, No.1, pp.130-134, 1988.
- (2) S. J. Salon, B. Mathewson and S. Uda; "An Integro-Differential Approach to Eddy Cur-

- rents in Thin Plates," IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-19, No.6, pp. 2405-2409, 1983.
- (3) S.R.H. Hoole; Computer Aided Analysis and Design of Electromagnetic Devices, Elsevier, NY, 1989.
- (4) C.J. Carpenter and E.A. Wyatt; "Efficiency of Numerical Techniques for Computing Eddy Currents in Two and Three Dimensions," Proc. COMPUMAG, Oxford, pp.242-250, 1976.
- (5) H. Tsuboi, M. Tanaka and T. Misaki; "Eddy Current and Deflection Analysis of a Thin Plate in Time-Changing Magnetic Field," IEEE Trans. on Magnetics, Vol.26, No.5, pp. 1047-1050, 1990.
- (6) H. Tsuboi, A. Sakurai and T. Naito; "A Simplification of Boundary Element Model with Rotational Symmetry in Electromagnetic Field Analysis," IEEE Trans. on Magnetics, Vol.26, No.5, pp.2771-2774, 1990.
- (7) K. Sakuraya, T. Watanabe, A. Fukuzawa, M. Yamazaki, T. Take, M. Fujita and T. Morita: "Measurement of Temperature in Cold Crucible," ISEM-Nagoya, paper No. BP-3-2, January 20-29, 1992.