

正方形孔を有する固定正方形板の弾塑性せん断座屈に関する実験的研究

上野谷 実*・中村 雅樹*

Experimental Study on Elasto-plastic Shear Buckling of Clamped Square Plates with Square Holes

Minoru UENOYA and Masaki NAKAMURA

ABSTRACT

Elasto-plastic shear buckling strength and post-buckling behavior of square steel plates with square holes are investigated experimentally. The plates are subjected to uniform shear deformations and clamped along plate edges. The square holes are centrally located. Ratios of the hole length a to the plate length ℓ , a/ℓ , are 0.3, 0.5 and 0.7. Comparisons are made with previously reported analytical results. Elastic stresses along the plate edges and the hole edges show reasonable agreement with the results from finite element analysis except corners of the plates. For elasto-plastic buckling loads, test results show fairly good agreement with analytical results. For ultimate loads of the plates with the ratio $a/\ell = 0, 0.3$ and 0.5 , the test results are less than the analytical results because of the deflections caused by the buckling. For the case of $a/\ell = 0.7$, the test result is greater than the analytical results because of no deflection caused prior to plastic failure.

Key words : elasto-plastic buckling, shear load, square plates, square holes

キーワード：弾塑性座屈，せん断荷重，正方形板，正方形孔

1. まえがき

土木、建築、造船、航空機などの分野において、構造部材の板に配管、維持管理用マンホールなどの目的で孔を設ける場合がある。有孔板は孔によって断面積が減少するため力学的強度が低下する。有孔板の設計には応力集中、座屈強度、終局強度などの力学特性を正確に把握する必要がある。有孔板の座屈強度、終局強度に関する研究は円孔を有する板について多くなされているが、四角形孔に関する研究は非常に少ない^{1),2)}。

正方形孔を有する正方形板が一樣せん断応力載荷 (Uniform shear stress) と一樣せん断変形載荷 (Uniform shear deformation) を受ける場合の弾塑性座屈解析を

Rayleigh-Ritz法で行い、正方形孔の孔長 a と正方形板の辺長 ℓ の比 $a/\ell = 0.15 \sim 0.85$ の広い範囲において周辺で単純支持あるいは固定支持される場合の弾塑性座屈強度を理論的に明らかにした³⁾。その結果、座屈強度は正方形孔の大きさや周辺の面外支持条件だけでなく面内変位の拘束条件によって大きな影響を受け、特に塑性崩壊強度は著しい影響を受けることなどが明らかになった。前報告では弾性せん断座屈強度について解析結果を検証する目的で行った実験結果と比較してその適用性を検討した⁴⁾。しかし弾塑性せん断座屈強度に関する既存の解析や実験はほとんどないので検証できなかった。

本報告では弾塑性座屈実験を行い前報告の弾塑性せん

断座屈解析結果の妥当性を検討する。解析結果の検証を目的とする実験であるから解析の載荷条件、境界条件と同じ条件で実験を行う必要がある。解析における周辺での支持条件は単純支持と固定支持である。せん断載荷の場合、完全な単純支持を実験において実現することは非常に難しい。固定支持の同様せん断変形載荷の実験は比較的容易であり、Narayananらは正方形孔を有する正方形板の弾性座屈実験をこの同様せん断変形載荷の固定支持で行っている。

以上の観点から本報告では正方形孔を有する固定支持正方形鋼板が一様せん断変形載荷を受ける場合の弾塑性座屈実験を行い、解析結果の妥当性を検証するとともに、座屈挙動及び終局強度を実験的に明らかにする。

2. 実験方法

(1) 実験装置および供試体

弾塑性座屈実験はFig.1に示すような載荷方法で行った。供試体は、正方形板の辺長 l と孔長 a の比で表わすと、 $a/l = 0$ の無孔板と $a/l = 0.3, 0.5, 0.7$ の正方形孔板の4種類である。供試体の寸法は有孔板が弾塑性座屈を起こす幅厚比 l/t の範囲を解析結果から逆算して決定した。このようにして決定した供試体の寸法は平均板厚が $t = 3.2\text{mm}$ であり、正方形板の辺長は $l = 400\text{mm}$ である。したがって幅厚比は $l/t = 125$ となる。鋼板への穿孔は通常ガス切断によって行われることが多いが、本実験の場合、比較する解析結果が残留応力を考慮していないため、残留応力が入らない方法としてドリルによって連続した小円孔をあけ、内側の鋼板を除去した後ヤスリで正方形孔に整形した。実験に用いた鋼板は構造用軟鋼SS-41である。引張強度試験の結果は降伏応力 $\sigma_Y = 3480\text{kgf/cm}^2(341\text{MPa})$ 、引張強度 $\sigma_u = 4880\text{kgf/cm}^2$

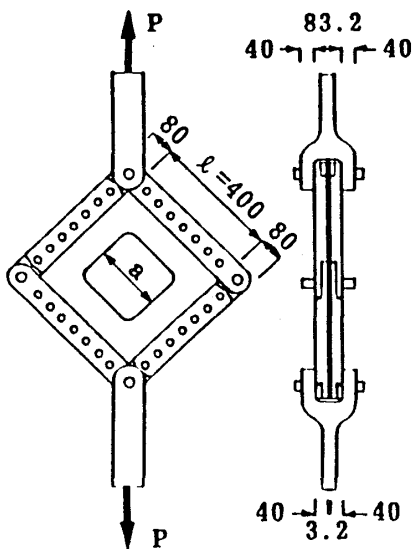


Fig.1 Test frame (mm)

(479MPa), 弾性係数 $E = 2.07 \times 10^6\text{kgf/cm}^2(203\text{GPa})$, ポアソン比 $\nu = 0.29$ であった。応力計算は $E = 2.1 \times 10^6\text{kgf/cm}^2(2.06\text{GPa})$, ポアソン比 $\nu = 0.3$ で行った。

(2) ひずみと変位の測定方法

実験では正方形孔縁を除いて板の中立面のひずみを直接測定することはできないので表面のひずみを測定する。供試体の板は必ず初期たわみを有するため負荷とともに面外の曲げが生ずる。したがって板の表面には面内応力と曲げによる応力が生ずる。実験値による面内応力は、板の表と裏の表面のひずみから計算した応力を平均して曲げによる応力を除去することによって求めた。鋼板の面内の応力分布および降伏状態や面外への曲げ挙動を調べるため、Fig.2に示す位置にゲージ長5mmの電気抵抗線三軸ひずみゲージおよび単軸ひずみゲージを接着した。

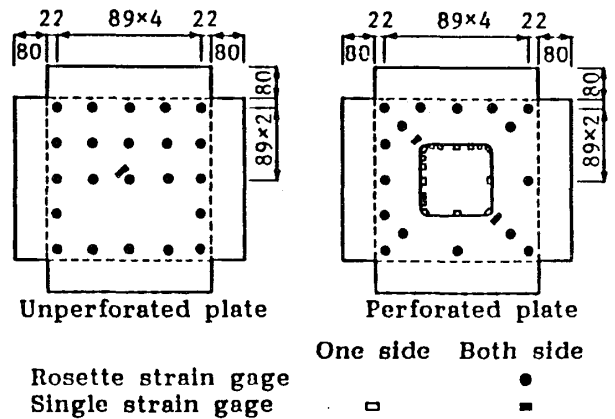


Fig.2 Location of strain gages (mm)

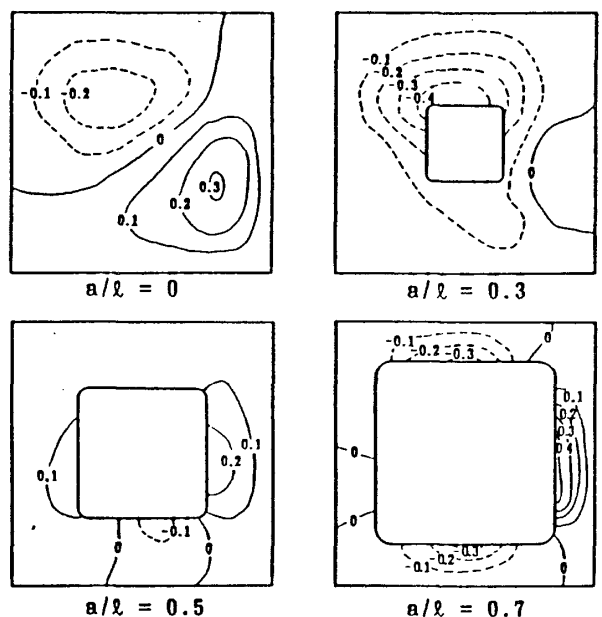


Fig.3 Initial deflection (mm)

板の面外たわみは座屈時に板のたわみが最大になると予想される位置として、無孔板では板の中央を、また有孔板では载荷軸上の孔縁を最小目盛1/100mmのダイヤルゲージによって測定した。実験前の初期たわみの分布をFig.3に示す。また、板の面内変形は载荷フレームの4隅のヒンジの面内方向変位をダイヤルゲージによって測定した。

(3) 载荷方法

载荷は100tonの万能試験機によって行った。有孔板は最も早く降伏すると予想される孔縁のひずみが降伏ひずみの約1/2、無孔板では予想座屈荷重の1/4~1/3をならし荷重として载荷した後に本実験を行った。

荷重増分は、荷重-ひずみ曲線、荷重-面外変位曲線、荷重-面内変形曲線をグラフにプロットしながら行った。これらの曲線がほぼ荷重に比例して増加している場合は一定の増分で载荷を行い、曲線の傾きが小さくなり始めるか、あるいは表裏の荷重-ひずみ曲線の一方がもう一方の曲線と異なる増加を始めた場合には増分を小さくした。弾塑性領域において、荷重増分の直後は塑性域の進展によって面外方向や面内方向の変形が進行するので、これらの変化が十分小さくなってからダイヤルゲージやひずみの読み取りを行った。

3. 孔縁および周辺の弾性応力

解析および実験の結果は式(1)および(2)によって定義される平均せん断応力 τ_0 によって各応力成分を除し、無次元応力として表示する。

$$Q = \frac{P}{\sqrt{2}} \dots\dots\dots(1)$$

$$\tau_0 = \frac{Q}{t\ell} \dots\dots\dots(2)$$

面内応力の実験値は板の両面の応力を平均して曲げによる影響を除いて板中央面の値として示す。

Fig.4に測定した面内応力を無孔板の周辺断面 a_1-a_2 , 中間断面 b_1-b_2 , 中央断面 c_1-c_2 について示す。ただし、ここでいう周辺断面とは板の周辺境界から20mm(=0.05 ℓ)の位置である。無孔板の場合、孔が無いので理論上の面内応力は純せん断応力状態だから板内のいたるところで、せん断応力が $\tau_{xy}/\tau_0=1$, 垂直応力は $\sigma_x = \sigma_y = 0$ である。断面 a_1-a_2 の測点1は载荷点のヒンジに最も近いので荷重の影響を受けて垂直応力 σ_y/τ_0 はせん断応力に近い大きな値を示す。他の測点および断面では多少の増減があるが、全体的には純せん断に近い応力分布を示す。

Fig.5の正方形孔板の周辺断面における応力分布をみ

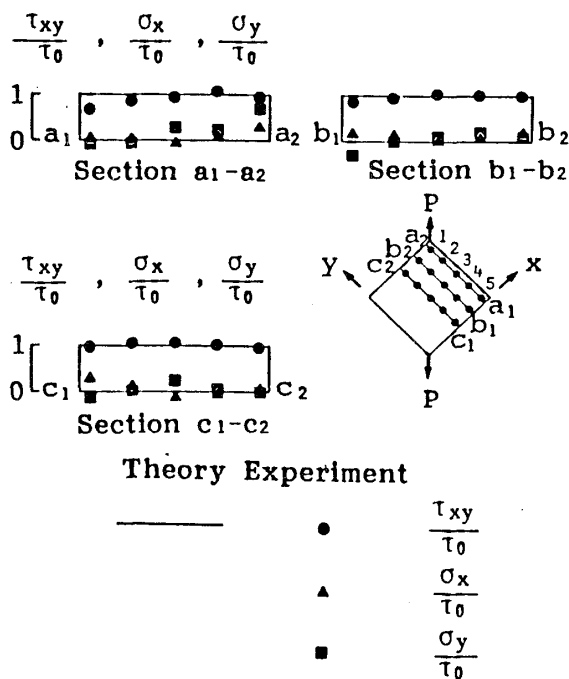


Fig.4 Stresses of unperforated plate

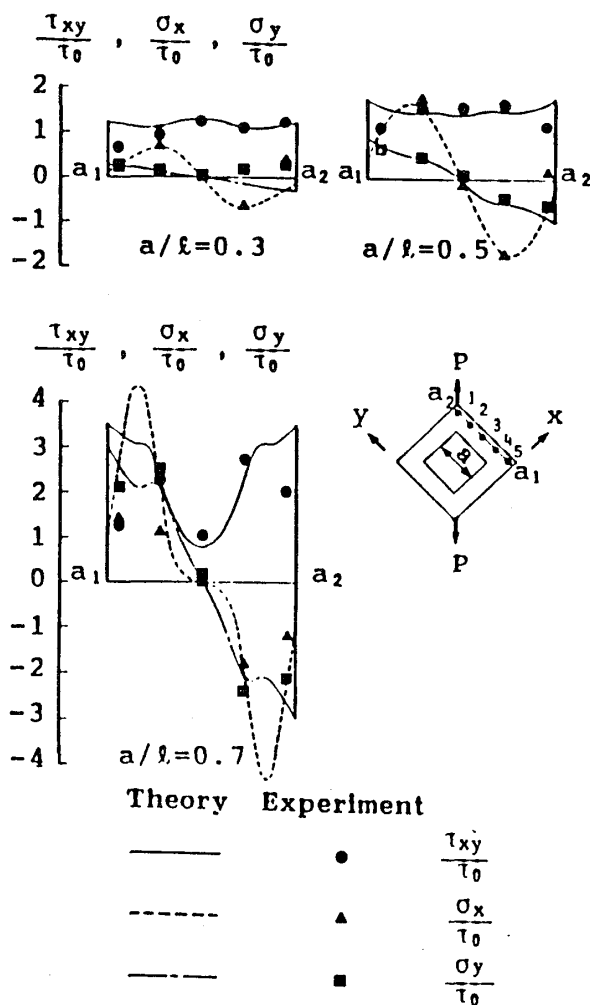


Fig.5 Stresses of perforated plate at plate edge

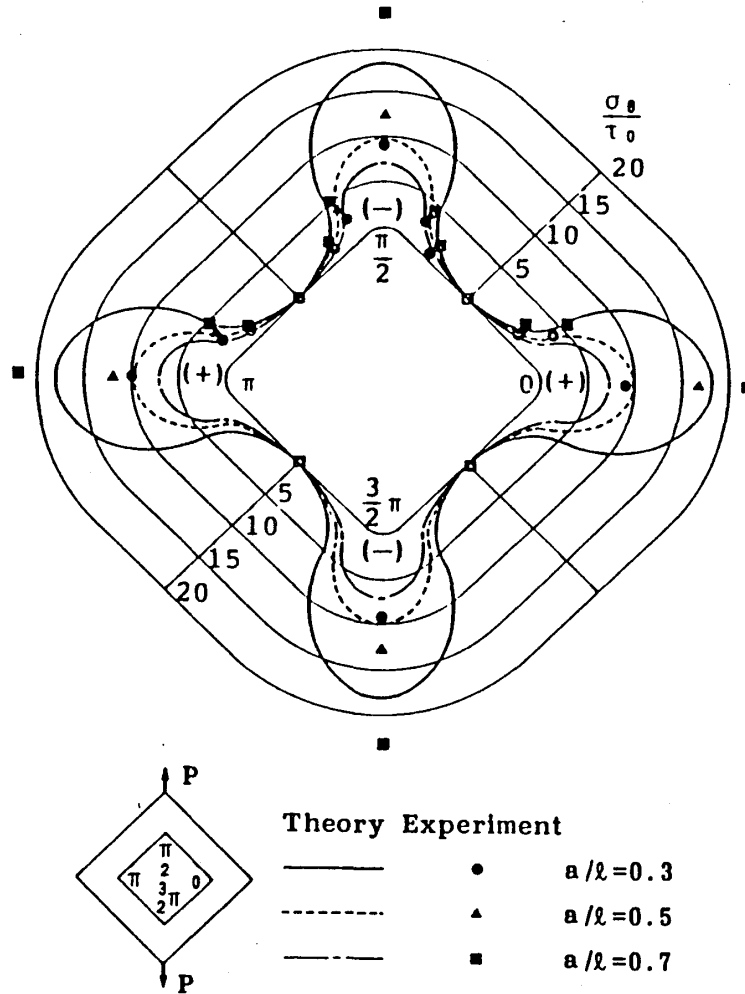


Fig.6 Circumferential stresses at hole edge

ると、実験値は全体的に測点1と測点5のせん断応力を除いて解析値によく近似する。載荷点から非載荷点に向けてせん断応力がわずかに低下する傾向がみられる。これは本実験の載荷方法では載荷点から非載荷点へ荷重が伝達される機構のためにわずかながら減少するものと考えられる。これらの載荷点および非載荷点近傍の応力の乱れは隅角部の局所的な現象であり、板の座屈強度にはあまり影響しないものと思われる。

Fig.6に孔縁における応力分布を示すが、孔縁の隅角部は円弧であるから極座標系で接線方向の垂直応力 σ_θ を示す。孔縁は自由端であるから半径方向の垂直応力 $\sigma_r = 0$ 、せん断応力 $\tau_{r\theta} = 0$ である。応力集中が最大になる隅角部では全体的に実験値が解析値より大きい傾向を示している。これは面内方向変形の拘束に対する載荷フレームの剛性不足によるものと思われる。

4. 弾塑性座屈挙動

供試体を載荷フレームに固定して測定した最大初期たわみ $\delta_{o\max}$ と板厚 t の比 $\delta_{o\max}/t$ を Table 1 に示す。この表からわかるように最大初期たわみはすべて板厚の 1/7 以下ときわめて小さい。

座屈挙動を表わすものとして、荷重 P と面外たわみ δ の関係を表わす $P-\delta$ 曲線を Fig.7 に示す。図中に無孔板は板中央また有孔板は孔縁で塑性が最初に生じた荷重を矢印で示している。座屈による急激な面外たわみの増加は塑性が発生した後に起きる。このように塑性の発生

Table 1 Initial deflection

a/l	$\delta_{o\max}(\text{mm})$	$\delta_{o\max}/t$
0.0	0.30-0.27	0.09-0.08
0.3	0.08-0.45	0.03-0.14
0.5	0.21-0.10	0.07-0.03
0.7	0.40-0.30	0.13-0.09

は座屈強度に大きな影響を与える。弾塑性座屈の面外たわみは座屈後も塑性によってたわみが増加するため弾性座屈のように変曲点が生じないので座屈荷重の決定を $P-\delta$ 曲線で行うのは困難である。したがって Fig.8 に示

す荷重 P と面外たわみ δ の 2 乗をプロットした $P-\delta^2$ 曲線において、座屈荷重は面外たわみが板厚くらいから急激に増加する直線部分の延長線と荷重軸の交点の荷重とし、有孔板でこの荷重が異なる場合は平均値とした。

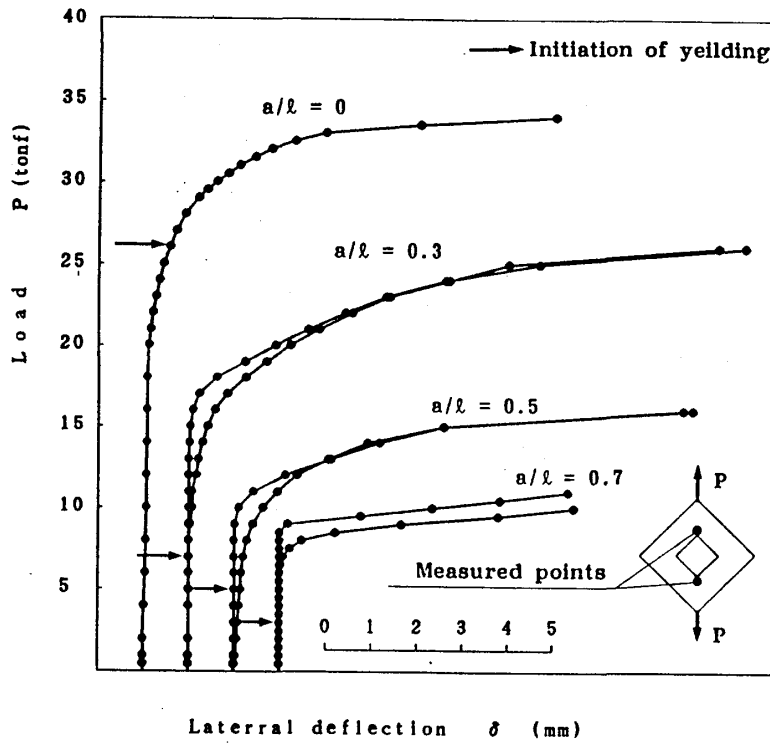


Fig.7 Load vs lateral deflection

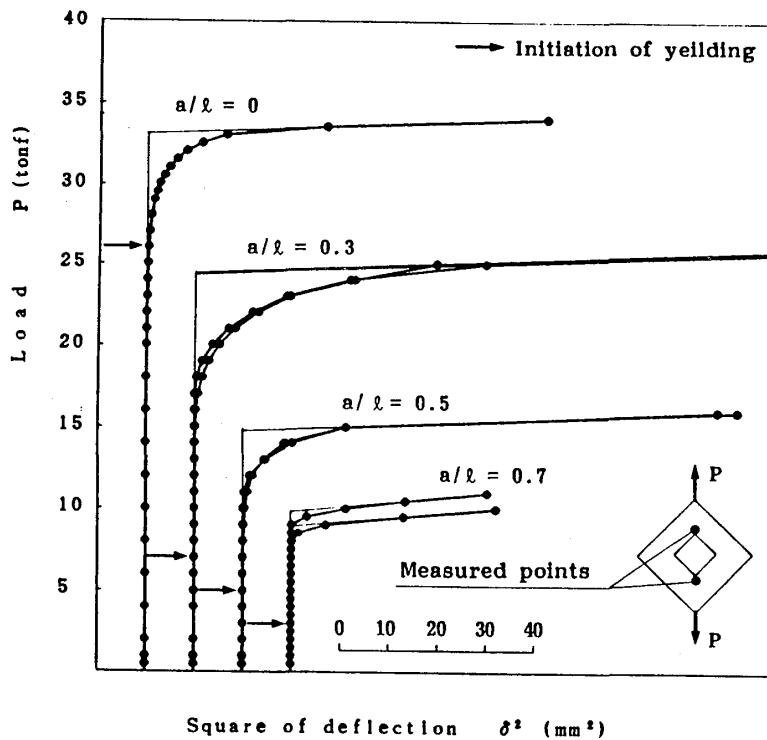


Fig.8 Load vs square of lateral deflection

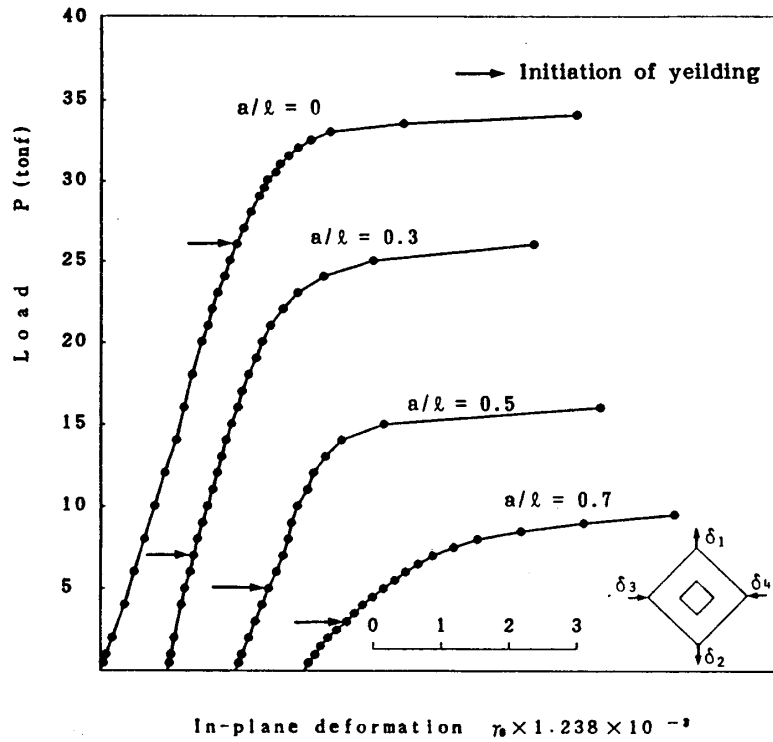


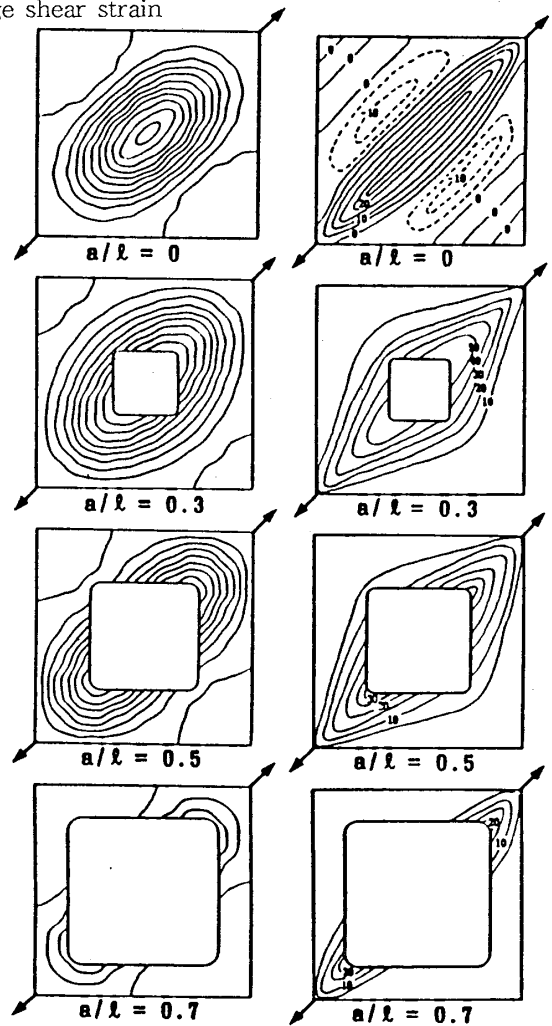
Fig.9 Load vs average shear strain

Fig.9には荷重Pと面内せん断変形の関係を示すP- γ_0 曲線を示す。P- δ 曲線、P- γ_0 曲線においてそれぞれの傾きが面外剛度および面内剛度を表わす。面内の平均せん断ひずみ γ_0 は、実験によって測定した対角線方向変位 $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ から式(3)によって算出する。

$$\gamma_0 = \frac{\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4}{\sqrt{2} \ell} \dots\dots\dots(3)$$

ただし、 $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$ は図中に示す方向が正である。終局強度はP- γ_0 曲線の最終荷重とした。荷重が塑性崩壊荷重に近づくと急激に曲線の傾きが小さくなる、すなわち、面内剛性の低下がみられる。これは座屈による面外たわみの急増によるものと思われる。有孔板は正方形孔による応力集中で孔縁に塑性が荷重の低い段階から発生するため面内剛性の低下も低い荷重段階から始まる。また弾性域における傾きは孔が大きくなるほど小さくなっている。これは孔による面内剛性の低下であり実験によく現れている。

Fig.10(a)に解析によって得られた固定支持板の弾塑性座屈時のたわみを等高線で示す。またFig.10(b)に実験において終局強度に達した後、除荷したときの面外たわみを示す。終局荷重に達した後も変形を止めず大変形をさせたので実験における面外たわみは解析のたわみ形状より載荷軸方向へ細長く伸びた状態になっている。このため無孔板は張力場のように主たわみに沿って逆方向のたわみが生じている。実験中の観察によれば座屈荷重



(a) Deflection at buckling (Theory) (b) Deflection after unloading (Exp.)
Fig.10 Deflection (mm)

付近では解析結果と同じような座屈形状であったが、終局荷重後の大変形によって形状が変化した。したがってこれらの大変形による変化を考慮すれば解析と実験の座屈形状は全体的に近似している。

5. 弾塑性座屈強度および終局強度

解析で得られた座屈強度曲線を Fig.11 に示す。縦軸が有孔板の周辺に作用するせん断力 Q を塑性せん断力 Q_p で除した無次元せん断力 Q/Q_p であり、横軸が幅厚比パラメータ λ である。塑性せん断力 Q_p および幅厚比パラメータ λ は次式で定義される量である。

$$Q_p = \frac{\sigma_Y t \ell}{\sqrt{3}} \dots\dots\dots(4)$$

$$\lambda = \frac{\ell}{t} \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}} \dots\dots\dots(5)$$

本実験は供試体の幅厚比パラメータ $\lambda = 4.97$ である。Fig.11 によると無孔板は弾性座屈領域にあり、 $a/\ell = 0.3$ と 0.5 の有孔板は弾塑性座屈領域にあり、 $a/\ell = 0.7$ の有孔板は塑性座屈の領域にある。無孔板と $a/\ell = 0.3$ の有孔板の座屈強度は解析値よりわずかに大きい。が $a/\ell = 0.5$ の有孔板は解析値よりかなり小さい。

Fig.12 に孔の大きさと座屈強度および終局強度の関係を示す。Table 2 に弾塑性座屈強度を示し、実験によって得られた座屈強度と解析結果を比較する。この表から弾塑性座屈強度は $a/\ell = 0, 0.3, 0.7$ のとき実験値が解析値よりそれぞれ 2%, 8%, 19% 大きく、 $a/\ell = 0.5$ のとき実験値が解析値よりそれぞれ 18% 小さい。

Table 3 に終局強度と後座屈強度を示す。終局強度は無孔板と $a/\ell = 0.3, 0.5$ の有孔板が解析よりそれぞれ 6%, 7%, 13% 小さいが $a/\ell = 0.7$ の有孔板は 20% 大きい。これは無孔板および $a/\ell = 0.3, 0.5$ の有孔板は座屈によるたわみによって終局強度が低下したと思われる。 $a/\ell = 0.7$ の有孔板は塑性座屈であるため座屈と塑性崩壊が同時に起きたため終局強度の低下がなかったと思われる。実験による後座屈強度はすべての板で 1.02~1.09 と座屈強度よりわずかしき増加していない。本実験の結果では弾塑性座屈後の強度の増加がほとんどみられないので弾塑性座屈荷重を終局強度とすべきである。

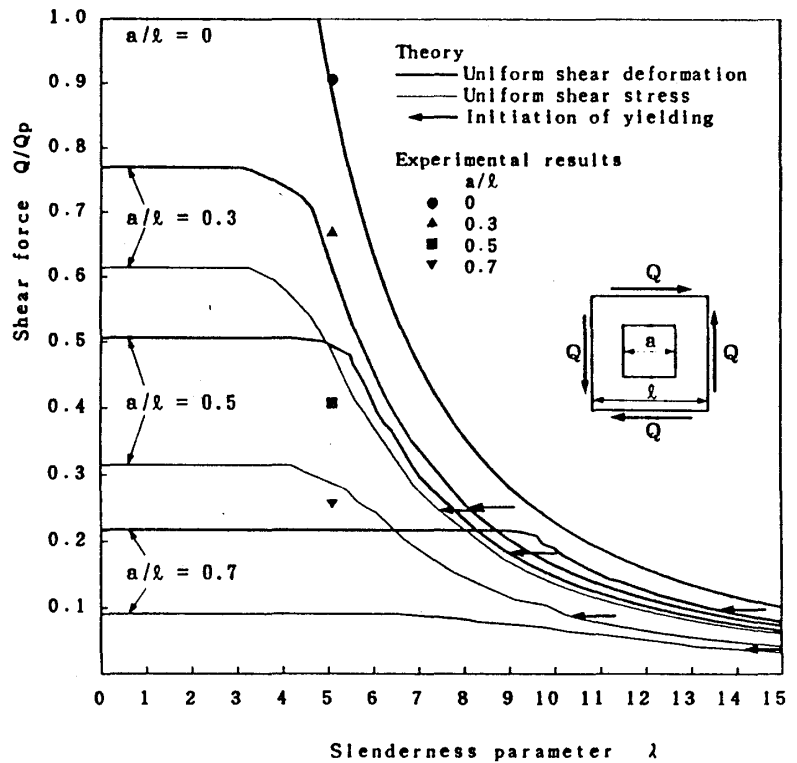


Fig.11 Elasto-plastic buckling of clamped square plate with square hole

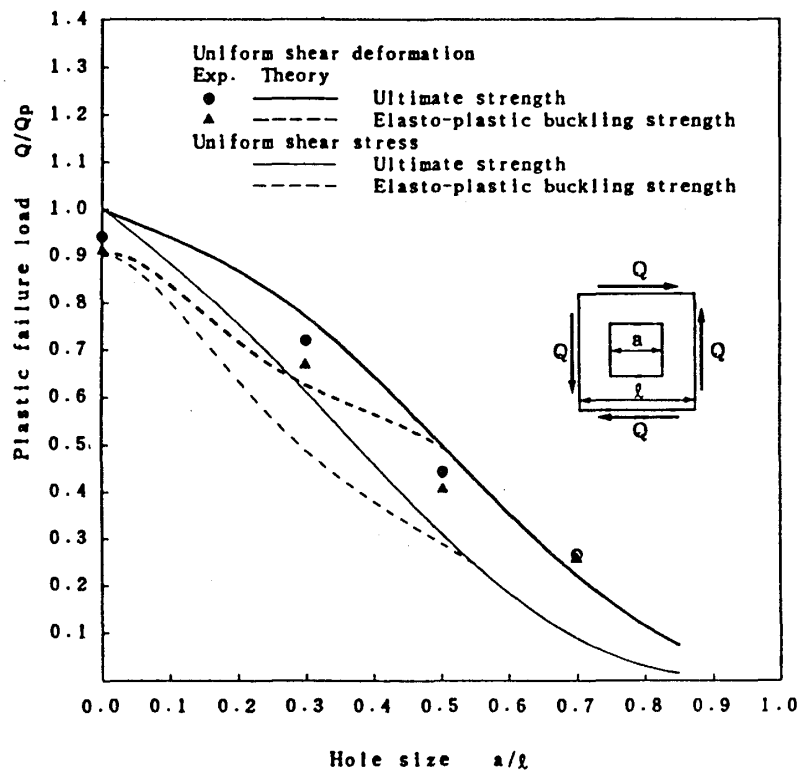


Fig.12 Elasto-plastic buckling strength and ultimate strength

Table 2 Elasto-plastic buckling strength

Hole size a/l	Experiment		Theory		$\frac{P_{ce}}{P_{ct}}$
	P_{ce} (tonf)	$\frac{Q}{Q_p}$	P_{ct} (tonf)	$\frac{Q}{Q_p}$	
0.0	32.93	0.906	32.367	0.890	1.017
0.3	24.29	0.668	22.548	0.620	1.077
0.5	14.73	0.405	18.002	0.495	0.818
0.7	9.35	0.257	7.892	0.217	1.185

Table 3 Ultimate strength and post-buckling strength

Hole size a/l	Ultimate strength				Post-buckling strength			
	Experiment		Theory		$\frac{P_{uc}}{P_{ut}}$	$\frac{P_{uc}}{P_{ct}}$	$\frac{P_{uc}}{P_{ce}}$	$\frac{P_{ut}}{P_{ct}}$
	P_{uc} (tonf)	$\frac{Q}{Q_p}$	P_{ut} (tonf)	$\frac{Q}{Q_p}$				
0.0	34.0	0.935	36.37	1.000	0.935	1.05	1.03	1.12
0.3	26.0	0.715	28.00	0.770	0.929	1.15	1.07	1.24
0.5	16.0	0.440	18.44	0.507	0.868	0.89	1.09	1.02
0.7	9.5	0.261	7.89	0.217	1.204	1.20	1.02	1.01

6. まとめ

幅厚比 $l/t = 125$ の正方形鋼板が 3 種類の大きさの正方形孔 ($a/l = 0.3, 0.5, 0.7$) を中央に有し周辺で固定され、一様せん断変形荷重を受ける場合の弾塑性せん断座屈実験を行い、前報告の一様せん断変形荷重の座屈解析結果と比較検討した。本実験に用いた一様せん断変形荷重フレームの面内方向変形の拘束に対する剛性は小さい正方形孔を有する板に対して充分であるが、大きい正方形孔を有する板に対してやや不足であった。本実験の範囲内で応力分布、座屈挙動、座屈強度、終局強度について次のようなことが明らかになった。

- (1) 実験による板周辺の弾性応力分布は載荷フレームの隅角部付近を除いて解析値とよく近似する。載荷フレームの剛性不足のため正方形孔の大きい有孔板ほど孔縁の応力集中は解析値より大きくなる傾向がある。
- (2) 面外たわみは孔縁に塑性が発生すると徐々に増加し、正方形孔の大きいほどその増加の割合が大きく、板厚程度のたわみに達すると急激に増加して座屈する。
- (3) 弾性あるいは弾塑性座屈領域に属する有孔板の場合、実験における座屈強度および終局強度は座屈荷重に達する以前に生ずる面外たわみのため解析強度より低下する。この傾向は孔が大きいほど顕著である。
- (4) 塑性座屈領域に属する有孔板の場合、実験における座屈強度および終局強度は塑性崩壊まで座屈を起こさないで座屈による強度低下がなく、むしろ解析強度より大きくなる傾向を示す。

参考文献

- 1) Sabir, A.B. and Chow, F.Y. : Elastic buckling of flat panels containing circular and square holes, Proc. of the International Conference on Instability and Plastic Collapse of Structures, Manchester, pp.311-321, 1983.
- 2) Narayanan, R. and Chow, F.Y. : Experiments on perforated plates subjected to shear, J. Strain Anal. Eng. Des., Vol.20, No.1, pp.23-34, 1985.
- 3) 上野谷 実 : 正方形孔を有する正方形板の弾塑性せん断座屈強度, 福山大学工学部紀要, 第11号, 1989. 3.
- 4) 上野谷 実, 中村雅樹 : 正方形孔を有する固定正方形板の弾性せん断座屈に関する実験的研究, 福山大学工学部紀要, 第13号, 1991.3.