

プラズマの電気導電率を用いた 高圧水銀ランプの数式モデル

井上 肇洋*・姫井 豊治*

A Mathematical Model for High Pressure Mercury Lamps with Electrical Conductivity in Plasma

Toshihiro INOUE and Toyoji HIMEI

ABSTRACT

Recently, lower wattage HID Lamps have been developed and used for an indoor illumination in offices and stores, and desirable to shorten the lamp starting and reignition time. Furthermore, the ballast for the lamps is required to be smaller size, lighter weight and moreover excellent functions such as good controllability. Therefore, a development of a dynamic simulation model of the HID lamps has been tried, for the study of shortening the lamp starting time, or the analysis and design of the operating circuit. About high pressure mercury lamps, a simulation model has already been proposed, taking notice of the relation of voltage, current and vapor pressure, at the behavior in transient.

However, this model had the trouble that had to measure the lamp pressures each, in case that the lamp wattages differ from the measured one. Thus, the authors take notice of the electrical conductivity in plasma in order to extend the adaptability of the model, and newly develop a mathematical model with electrical conductivity in plasma, to be capable of simulating a behavior in transient that is from having started electric discharge to having reached to a steady state, on a certain assumption.

In this paper, the above-mentioned mathematical model is proposed, and it is described that the calculated results show relatively good agreement with the experimental results, and the new proposed mathematical model is appropriate.

1. まえがき

高輝度、高効率、長寿命などの特徴を持つHIDランプ**は、発光管が高温・高圧で動作するため、入力に対して光出力の遅れが生じ、始動や再点灯に時間がかかるという欠点があるので、従来は始動時間をあまり問題としない屋外照明に広く使用されていた。しかし、近年数10Wクラスの小容量HIDランプが開発され、オフィスや店舗などの屋内照明用光源として利用されるように

なり、始動時間や再点灯時間の短縮が望まれるようになった。さらに、その安定器も小型軽量で制御性のよい高性能なものが要求されている。そこで始動時間短縮の検討や点灯回路の解析・設計のためのひとつの方法として、HIDランプの動的シミュレーションモデルの開発が試みられ、すでに高圧水銀ランプについては、電圧・電流と圧力の関係に着目した過渡状態の数式モデル¹⁾²⁾³⁾が提案されている。

*電子・電気工学科

**High Intensity Discharge ランプ(高輝度放電ランプ)

しかし、このモデルはランプの容量が異なるとそれぞれについてランプ圧力を測定しなければならないという煩雑さがあった。そこで、筆者らはこのモデルの適応性をより広くするために、プラズマの電気導電率に着目し、一定の仮定のもとで放電開始後から安定点灯に至るまでの過渡状態をシミュレートすることのできる、プラズマの電気導電率を用いた高圧水銀ランプの数式モデルを新たに開発した***。

この論文では、上記の数式モデルを提案し、この計算結果と実験結果が比較的良く一致し、新しく提案された数式モデルが妥当であることを述べる。

2. 高圧水銀ランプの構造と点灯動作

ここで、数式モデルを構築する高圧水銀ランプの概念図をFig.1に示す。ランプの発光管の内径は D_{in} 、外径は D_{out} 、発光管の長さは L_t 、電極間距離は L_a 、外管の内径は D_{bin} 、外径は D_{bout} でありプラズマ部分の直径を d_p とする⁴⁾⁵⁾。発光管には水銀が m_{Hg} [mg] 封入されているものとする。なお、水銀の気化量は m_{Hgv} 、発光管単位長当たりの水銀蒸気量は m_{Hgvu} ($=m_{Hgv}/L_t$) と表す。発光管と外管との間には、窒素が1気圧封入されているものとする。発光管の材質は石英ガラス、外管は硬質ガラスとする。

また、ランプ各部の温度は、 T_{peff} はプラズマ実効温度、 T_{pc} はプラズマ周辺部の温度、 T_{tin} 、 T_{tout} は発光管の内壁、外壁の温度、 T_{bin} 、 T_{bout} は外管の内壁、外壁の温度、 T_a はランプの周囲温度とする。

本研究において100W高圧水銀ランプを対象とし、Fig. 2にスイッチ投入後、光出力が定常状態になるまでのランプ電圧、電流、光出力（相対値）の実測結果を示す。

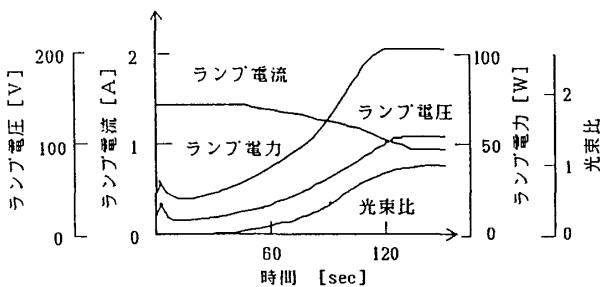


Fig.2 Actual measurement result

電圧がランプに印加された後、始動から定常状態に至るまでの点灯動作は実測結果より次のように考えられる。

(1) 放電開始

主電極と補助電極の間で局部放電を開始し、始動用アルゴンガスがイオン化される。次第に陰極が加熱され熱

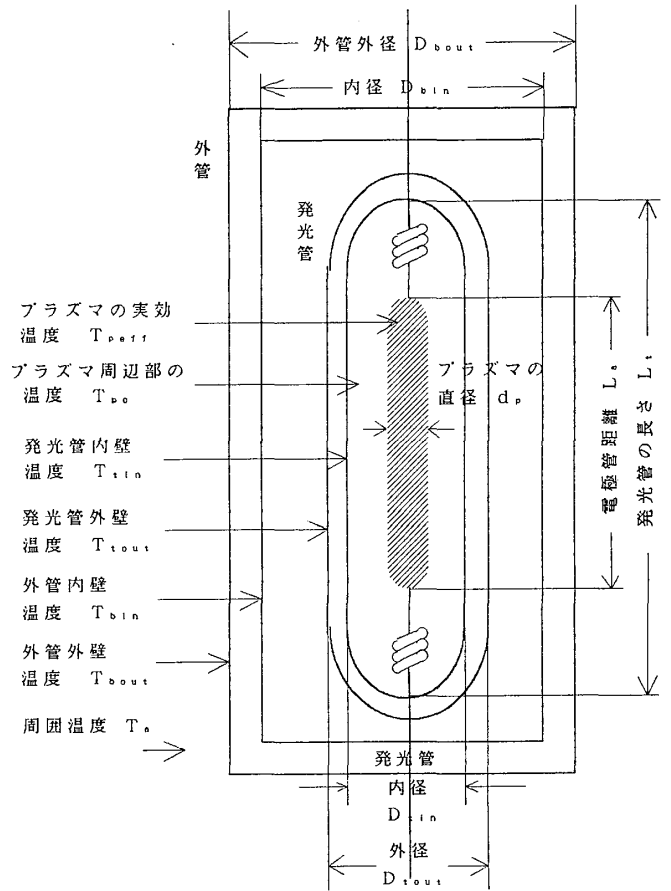


Fig.1 General figure of structure of high pressure mercury lamp

電子が放出される。そして主電極間でのアーク放電へと移行し、やや細めのプラズマが現れる。

(2) 過渡状態

アーク放電による発熱によって発光管内壁温度と気圧が上昇するため、水銀が盛んに蒸気化する。これに伴ってランプ電圧も上がり、ランプ電力が増すためプラズマは次第に明るくなり、直径も太くなって数分で定常状態となる。

(3) 定常状態

定常状態では、ランプに入る電力エネルギーとランプから出ていく光熱エネルギーが等しい状態で、ランプ電流、ランプ電圧、ランプ電力、光出力が一定となり、ランプは演色性の良い白色光となる。

以上の点灯動作の概略をFig.3に示す。

3. 導電率を用いたランプの数式モデル

2章での実験結果と考察より、一定の仮定の下で導電率を用いた数式モデルを構成する。

***本論文の一部は、平成2年照明学会全国大会にて発表済みである。

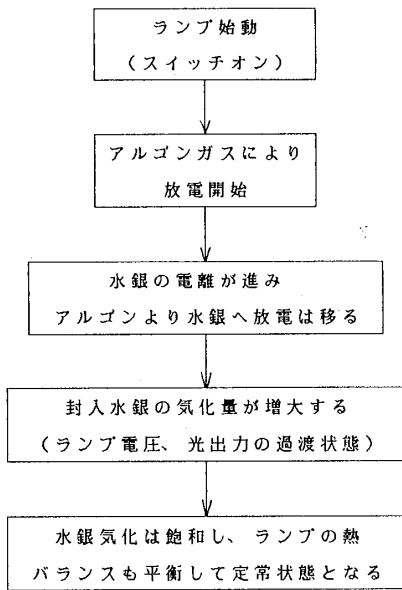


Fig.3 Summary of lighting operating of lamp

3.1 仮定

(1) ランプの点灯状態はランプ始動後の状態、すなわち、グロー放電からアーク放電への移行が完了した過渡状態以降を対象とする。

(2) ランプの封入ガス成分は、始動用アルゴンガスなどを無視して水銀のみとする。

(3) ランプは一般に局所的熱平衡で動作するが、本研究ではランプ全体について電圧、電流、プラズマの温度、導電率などを電源1サイクル期間の実効値、あるいは平均値で取り扱うことにする。

(4) その実効値や平均値は交流電源電圧の角周波数の周期に比べてかなりゆっくりしているため、温度や圧力は電力の平均値に依存して変化するものとする。

(5) 電極の電圧降下は一定とする。

(6) 発光管の内部は、温度、導電率の観点からプラズマとその周辺部の2層に分けて考える。その境界は導電率がゼロとなる所とし、発光管の管壁温度に依存して変化するものとする。

3.2 過渡状態の方程式

3.2.1 プラズマの直径と体積

発光管に構成されるプラズマの直径 d_p はプラズマ実効温度 T_{peff} に比例すると仮定する。これを次式のように置く。

$$d_p = k_{dp} T_{peff} + C_p \quad (1)$$

プラズマの単位長当たりの体積は、

$$V_p = \pi (d_p / 2)^2 \quad (2)$$

となる。

3.2.2 水銀の気化式

ランプ始動時に電圧が印加され、電流が流れてランプが加熱されると、発光管内の水銀が気化を開始する。加熱と気化の関係は、発光管内壁温度と気化量の関係を2次遅れ系で近似し、2次微分方程式で次のように表す。

$$\frac{d^2 m_{Hg_{vu}}}{dt^2} + 2 \delta_{Hg} \omega_{nHg} \frac{dm_{Hg_{vu}}}{dt} + \omega_{nHg}^2 m_{Hg_{vu}} = (T_{tin} - 273) / B_{Hg} \quad (3)$$

この式は2次微分方程式であるから、自動制御理論よりその応答特性は減衰率 δ_{Hg} 、固有角周波数 ω_{nHg} で決定される。

また発光管内の水銀蒸気を理想気体とみなすと、プラズマ中心部での水銀蒸気量 n_p は

$$n_p = m_{Hg_{vu}} / \left(1 + \frac{T_{peff} V_{pc}}{T_{pc} V_p} \right) \quad (4)$$

と表すことができる。

3.2.3 プラズマの電気導電率とランプ抵抗

高圧水銀ランプの発光管内プラズマの電流密度 j [A/cm^2] と電界強度 E_i [V/m] の関係は電気導電率 σ を用いて次式により与えられる。

$$j = \sigma E = 3.92 \times 10^{-13} Q^{-1} p^{-1/2} T_e^{1/4} T_g^{1/2} E_i \exp(-60500/T_e) \quad (5)$$

ここで p は気圧 [atm]、 T_e は電子温度 [K]、 T_g はガス温度 [K]、 Q は水銀原子の衝突断面積で、 $Q = 11.3 \times 10^{-15}$ [$c \cdot m^2$] とする。 T_e と T_g は圧力が10 [Torr] 以上になるとほぼ等しくなるので、式(5)は

$$j = 34.69 p^{-1/2} T_e^{3/4} E_i \exp(-60500/T_e) \quad (6)$$

となる。そして電子温度はプラズマ実効温度 T_{peff} を用い、プラズマ断面積 S_p を用いることにより、式(6)は

$$j = \frac{I}{S_p} = 1.716 \times 10^3 \frac{T_{peff}^{1/4}}{(n_p / V_p)^{1/2}} E_i \exp(-60500/T_{peff}) \quad (7)$$

と表される。

ここで、 I 、 E_i は実効値である。よって、ランプの電極間抵抗 R_{lamp} [Ω] は

$$R_{lamp} = \frac{E_i L_a}{I} = \frac{L_a}{S_p} \cdot \frac{(n_p / V_p)^{1/2}}{1.716 \times 10^3 T_{peff}^{1/4} \exp(-60500/T_{peff})} \quad (8)$$

として与えられる。

このランプ抵抗を用いることにより、点灯回路方程式が構成され、その解からランプ電力が求まりエネルギー平衡式が構成できる。

3.2.4 光の放射

光の放射電力 P_{Lu} は、平均励起電圧 V_{ex} とプラズマ実効温度 T_{peff} を用いて次式のように表される¹⁰⁾。

$$P_{Lu} = n_p G_1 \exp(-e V_{ex} / K_b T_{peff}) \quad (9)$$

ここで、 e は電子の電荷、 K_b はBoltzmann定数であり、 $e V_{ex} / K_b = 90500$ [K]として与えられる。 G_1 は放射電力の係数である。

3.2.5 エネルギー平衡式

次式はプラズマ中心部におけるエネルギー平衡式である。

$$m_{HgVU} C_{Hg} \frac{dT_{peff}}{dt} + \pi \lambda_p \frac{m_{HgVU}}{m_{us}} (T_{peff} - T_{pc}) + P_{Lu} = P_{Pu} \quad (10)$$

ここで、 m_{us} は発光管単位長当たりの封入水銀量である。プラズマへの入力電力は次式のように与えられる。

$$P_{Pu} = R_{lamp} I_c^2 / L_a \quad (11)$$

式(10)において、プラズマへの入力電力は、プラズマにおける蓄熱(左辺第1項)と、プラズマ周辺部への伝導損失(左辺第2項)、及び光の放射電力 P_{Lu} に分かれる。また、次式はプラズマ周辺部における熱エネルギー平衡式である。

$$m_{pcvU} C_{vpc} \frac{dT_{pc}}{dt} + \pi \frac{d_p}{D_{tin} - d_p} \lambda_{pc} (T_{pc} - T_{tin}) - 0.05 P_{Lu} = \pi \lambda_p \frac{m_{HgVU}}{m_{us}} (T_{peff} - T_{pc}) \quad (12)$$

式(10)と同様に、プラズマ中心部からの伝導損失(右辺)は、プラズマ周辺部における蓄熱(左辺第1項)、及び発光管内への伝導損失(左辺第2項)に分かれる。そしてこの伝導損失は発光管内壁への入力エネルギーとなる。ここで、 $0.05 P_{Lu}$ (左辺第3項)はプラズマ周辺部における光の吸収であり、放射電力の5%と仮定している*。

以下同様にして、発光管内壁、発光管外壁、外管内壁、外管外壁においても、以下のような熱エネルギーの平衡

式が成り立つ。

$$m_t C_{vt} \frac{dT_{tin}}{dt} + \pi \frac{D_{tin}}{D_{tout} - D_{tin}} \lambda_t (T_{tin} - T_{tout}) = \pi \frac{d_p}{D_{tin} - d_p} \lambda_{pc} (T_{pc} - T_{tin}) \quad (13)$$

$$m_N C_{vN} \frac{dT_{tout}}{dt} + \pi \frac{D_{tout}}{D_{bin} - D_{tout}} \lambda_{tb} (T_{tout} - T_{bin}) = \pi \frac{D_{tin}}{D_{tout} - D_{tin}} \lambda_t (T_{tin} - T_{tout}) \quad (14)$$

$$m_b C_{vb} \frac{dT_{bin}}{dt} + \pi \frac{D_{bin}}{D_{bout} - D_{bin}} \lambda_b (T_{bin} - T_{bout}) = \pi \frac{D_{tout}}{D_{bin} - D_{tout}} \lambda_{tb} (T_{tout} - T_{bin}) \quad (15)$$

$$m_a C_{va} \frac{dT_{bout}}{dt} + \pi \frac{D_{bout}}{D_a - D_{bout}} \lambda_a (T_{bout} - T_a) = \pi \frac{D_{bin}}{D_{bout} - D_{bin}} \lambda_b (T_{bin} - T_{bout}) \quad (16)$$

ここで、 D_a は外気伝熱層の直径である。

なお、発光管と外管との間には、窒素が1気圧封入されているものとする。

3.3 回路方程式

Fig.4に示す点灯回路における回路方程式は次式のように表すことができる。

$$E_s^2 = (V_{lamp} \cos \theta + r I_c)^2 + (V_{lamp} \sin \theta)^2 + (\omega L I_c)^2 \quad (17)$$

ここで、 $\cos \theta$ はランプ力率、 $V_{lamp} \cos \theta$ は V_{lamp} の有効分、 $V_{lamp} \sin \theta$ は V_{lamp} の無効分で波形歪みによる

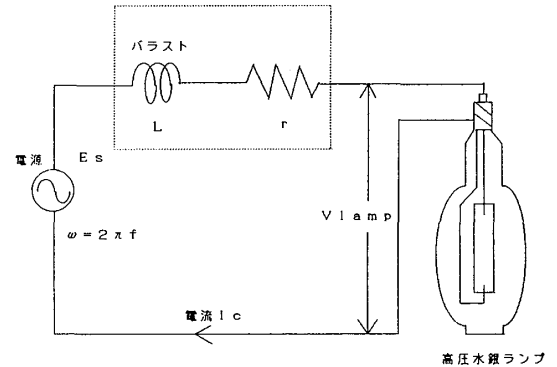


Fig.4 Operating circuit of high pressure mercury lamp

* 光吸収のパーセンテージは形状、状態、条件などにより一定しないため一般化して言うことは出来ない。ここでは、一応 Jack. Koedam 氏の文献(J.Illum.Eng'ng. Soc./JULY 1974, p.323-329)の400W TIN HALAIDE LAMPのDISCHARGE RADIATIONがOUTER JACKET部に変換される電力の値を参考にして5%と仮定した。

ものである。^{1),2)}

ランプの端子電圧の実効値 V_{lamp} は

$$V_{lamp} = \frac{R_{lamp} I_c + V_{el}}{\cos \theta} \quad (18)$$

となる。ここで、 V_{el} は電極での電圧降下^{1),2)}である。

ランプ電力は次式のように表される。

$$P_{lamp} = V_{lamp} I_c \cos \theta \quad (19)$$

4. 状態方程式モデル

4.1 状態変数

高圧水銀ランプの点灯状態を数式表現するための変数として、状態変数を導入する。状態変数とはシステムの動的な状態を完全に規定するだけの数を持った変数である。その状態変数をTable 1に示す。

4.2 状態方程式モデルと計算手順

Table 1 の状態変数は11個であるから、11個の方程式

Table 1 State variable

状態変数	記号	単位
ランプ電流 (回路電流)	I_c	A
ランプ電力	P_{lamp}	W
ランプ抵抗	R_{lamp}	Ω
発光管単位長当りの水銀蒸気量	$m_{Hg_{vu}}$	mg/cm
プラズマ中心部の水銀蒸気量	n_p	mg/cm
プラズマの実効温度	T_{peff}	K
プラズマ周辺部の温度	T_{pe}	K
ランプ発光管内壁温度	T_{tin}	K
ランプ発光管外壁温度	T_{tout}	K
ランプ外管内壁温度	T_{bin}	K
ランプ外管外壁温度	T_{bout}	K

により状態方程式が構成される。第3章で述べた方程式のうち状態方程式は(3)(4)(8)(10)(12)~(17)(19)であり、これが状態方程式による高圧水銀ランプの数式モデルである。

この状態方程式による高圧水銀ランプの点灯動作の計算手順は、Fig.5のようになる。初期のランプ温度から水銀の気化量が定まり、その気化量から発光管の電流密度が決まり、ランプ抵抗値が求まる。この状態で点灯回路のスイッチを投入すれば、電源電圧と回路インピーダンス、ランプ抵抗などの回路方程式から各部電圧電流が決定される。それより、ランプ電力が求まり、光放射と熱に変換される。熱はランプの蓄熱と伝導に分かれる。プラズマの蓄熱からプラズマ実効温度が決定され、水銀の気化量が決定される。気化した水銀量より発光管の電流密度が決定され、ランプ抵抗値が求まる。以上の過渡状態を繰り返して定常状態に到達する。

4.3 供試ランプと係数値

ここで、実験に用いた100W高圧水銀ランプの定格と形状をTable 2に示す。またFig.4に示す回路の各定数

Table 2 Rating and form of lamp

高圧水銀ランプ	HF100PD(100W, 115V, 1.0A)
ランプの力率 $\cos \phi$	0.83
電極管距離 L_a	3.0 [cm]
発光管の長さ L_t	3.5 [cm]
ランプ発光管の内径 D_{tin}	0.8 [cm]
ランプ発光管の外径 D_{tout}	1.0 [cm]
ランプ外管の内径 D_{bin}	5.5 [cm]
ランプ外管の外径 D_{bout}	5.7 [cm]
電極の電圧降下 V_{el}	15.0 [V]
水銀の質量 m_{Hg}	9.1 [mg]

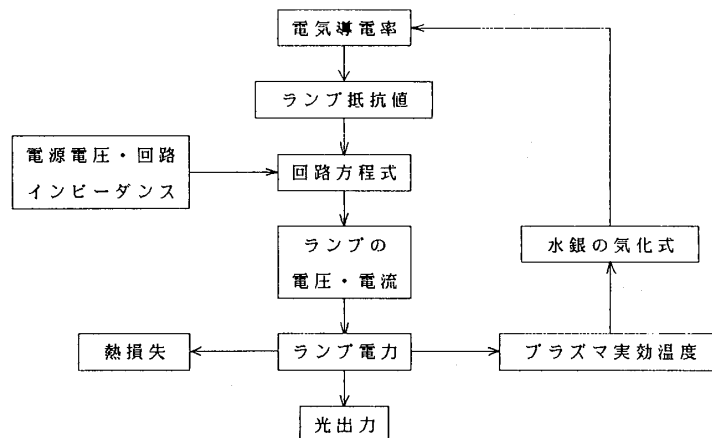


Fig.5 Order of simulation

をTable 3に示す。その他、供試ランプと状態方程式に
関係した係数値をTable 4に示す。

Table 3 Constant value of circuit

電源電圧実効値 E_s (定格)	200 [V]
電源角周波数 ω ($f=60\text{Hz}$)	377 [rad/sec]
インダクタンス L (含電源インピーダンス)	0.382 [H]
抵抗 r (含安定器鉄損)	14 [Ω]

4.4 計算値と実測値の比較

状態方程式による高圧水銀ランプの数式モデルを用いて計算した結果をFig.6に、実測結果をFig.7に示す。また、各部温度の計算結果をFig.8に示す。これらはスイッチ投入後の過渡状態と、電源電圧を200Vから180Vに変化させた場合、また、その逆に電圧を変化させた場合の状態を表している。Fig.6のシミュレーション結果とFig.7の実測結果を比較してみると、スイッチ投入後の波形が異なっている。これは数式モデルにおいて、初期状態ではランプ抵抗値を一定としているためである。また、シミュレーション結果の光出力は実測結果の光束比（照度計の読みの比）に比べて大きな値を示している。これは数式モデルの光出力がプラズマ中心部での光の放射電力を表しており、赤外線や紫外線の放射電力を含んでいるためと考えられる。その他は計算値と実測値は比較的よく一致しており、この数式モデルは妥当であると考え

られる。

なお、数値計算には連続系シミュレーション言語MC SP**を用いた。

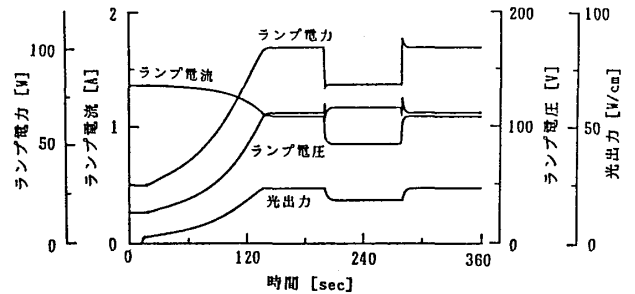


Fig.6 Simulation result

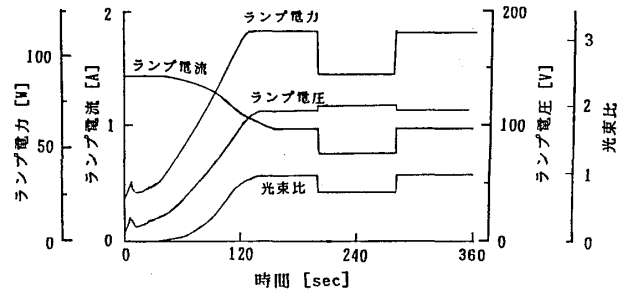


Fig.7 Actual measurement result

Table 4 Coefficient and value of equation

係数	記号	単位	値
水銀の気化定数	B_{Hg}	$\text{m}\cdot\text{sec}^2\cdot\text{K}/\text{mg}$	5.14×10^3
水銀の定積比熱	C_{Hg}	$\text{W}\cdot\text{sec}/(\text{mg}\cdot\text{K})$	6.77×10^{-2}
プラズマ周辺部の比熱	C_{vpc}	$\text{W}\cdot\text{sec}/(\text{mg}\cdot\text{K})$	2.47
発光管の単位長当りの比熱	C_{vt}	$\text{W}\cdot\text{sec}/(\text{mg}\cdot\text{K})$	7.47×10^{-2}
外管ガス単位長当りの比熱	C_{vN}	$\text{W}\cdot\text{sec}/(\text{mg}\cdot\text{K})$	0.85015
外管壁単位長当りの比熱	C_{vb}	$\text{W}\cdot\text{sec}/(\text{mg}\cdot\text{K})$	6.54×10^{-2}
外気単位長当りの比熱	C_{va}	$\text{W}\cdot\text{sec}/(\text{mg}\cdot\text{K})$	1.28×10^2
プラズマ周辺部単位長当りの質量	m_{pcvu}	mg/cm	7.7×10^{-4}
発光管の単位長当りの質量	m_{t}	mg/cm	0.77
外管ガスの単位長当りの質量	m_{N}	mg/cm	2.93×10^{-2}
外管の単位長当りの質量	m_{b}	mg/cm	5.6
外気の単位長当りの質量	m_{a}	mg/cm	8.08×10^2
放射出力の係数	G_{l}	W/mg	2.315×10^8
プラズマ中心部の熱伝導率	λ_{p}	$\text{W}/(\text{cm}\cdot\text{K})$	4.89×10^{-4}
プラズマ周辺部の熱伝導率	λ_{pc}	$\text{W}/(\text{cm}\cdot\text{K})$	3.50×10^{-4}
発光管 (石英ガラス) の熱伝導率	λ_{t}	$\text{W}/(\text{cm}\cdot\text{K})$	3.86×10^{-3}
外管ガス (窒素) の熱伝導率	λ_{tb}	$\text{W}/(\text{cm}\cdot\text{K})$	1.71×10^{-2}
外管 (硬質ガラス) の熱伝導率	λ_{b}	$\text{W}/(\text{cm}\cdot\text{K})$	9.09×10^{-4}
外気 (空気) の熱伝導率	λ_{a}	$\text{W}/(\text{cm}\cdot\text{K})$	1.06×10^{-2}
水銀の減衰率	δ_{Hg}	無次元	0.40
水銀の固有角周波数	ω_{nHg}	rad/sec	0.202

** MC SP (Microcomputer based Continuous system Simulation Program, 西芝製) は、自動制御系を解析するためのパソコン用言語であり、非線形連立微分方程式を4次のRunge-Kutta-Gill法により計算し、結果をCRT上にグラフ表示する。

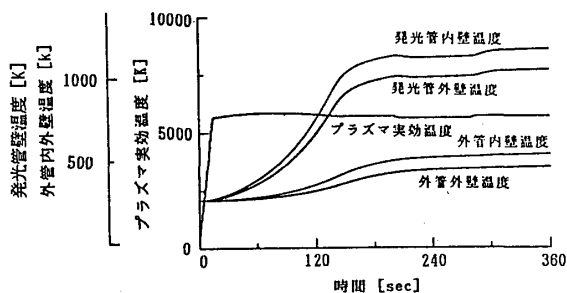


Fig.8 Simulation result (Temperature of each part)

5. あとがき

以上、プラズマの電気導電率を用いた高圧水銀ランプの数式モデルを開発した。計算結果と実測結果は比較的良好に一致した。得られた成果を要約すると次のようになる。

(1) ランプの動作状態をプラズマの電気導電率を用いて状態変数で表現し、シミュレーションモデルを11個の状態方程式で構成した。

(2) 計算結果は、実測結果と比較的良好に一致し、このモデルが妥当であることが分かった。

今後の課題としては、ランプ始動時の数式化、数式モデルを用いたランプの特性解析、点灯回路設計への応用などである。

なお、本研究に関し種々御指導いただいた(故)中西宣一郎博士(岡山大学)、実験、計算、データ整理に協力いただいた院生藤川誠君に深謝する。

参考文献

- (1) 中西, 姫井: 状態変数方程式による高圧水銀ランプ点灯動作のシミュレーションモデル, 照学誌 71-6 (昭62) 327
- (2) S.Nakanishi and T.Hime: A Simulated Model for High Pressure Mercury Lamp Operation by Means of State Variable Equations, J.Light & Vis.Env.; 14-3 (1990) 15.
- (3) 中西, 中川, 姫井: 状態変数方程式モデルによる高圧水銀ランプの点灯動作シミュレーション, 照学誌 72-6(昭63) 301
- (4) Rothwell, H.L. and Keefe, W.M.: A direct reading polychromator for real time diagnostics of HID lamps, J.Illum.Engng.Soc., 10-1 (1980) 40.
- (5) 尾崎, 片山, 坊: プラズマ温度分布を考慮した放電ランプ数式モデル, 照学誌67-2 (昭58) 49
- (6) 中西, 中川: 状態変数方程式を用いたメタルハライドランプの数式モデル, 照学誌, 73-6 (平成1) 281
- (7) Eardley, G., Jones, B., Mottram, J. and Wharmby, O.: A simple model of metal-halide arcs, J.Phys.D: Appl.Phys., 12 (1979) 1101.
- (8) W.Elenbaas, : LIGHT SOURCES. (1972) MACMILLAN 130, 157.
- (9) W.Elenbaas, : THE HIGH PRESSURE MERCURY VAPOUR DISCHARGE, NORTH HOLLAND, (1951) 48, 49.
- (10) John F. Waymouth, : ELECTRIC DISCHARGE LAMPS, The M.I.T. Press, Cambridge, Massachusetts, and London, England (1971) 169.