

## 正方形孔を有する固定正方形板の 弾性せん断座屈に関する実験的研究

上野谷 実\*・中村 雅樹\*

### Experimental Study on Elastic Shear Buckling of Clamped Square Plates with Square Holes

Minoru Uenoya and Masaki Nakamura

#### ABSTRACT

Elastic shear buckling strength and post-buckling behavior of square steel plates with square holes are investigated experimentally. The plates are subjected to uniform in-plane shearing deformations and clamped along plate edges. The square holes are centrally located. Ratios of the hole length  $a$  to the plate length  $\ell$ ,  $a/\ell$ , are 0.3, 0.5 and 0.7. Comparisons are made with previously reported analytical results. Elastic stresses along the plate edges and the hole edges show reasonable agreement with the results from finite element analysis except corners of the plates. For elastic buckling load, test results show good agreement with analysis within 14%. Experimental ultimate loads of the plates with the ratio  $a/\ell = 0, 0.3, 0.5$  and  $0.7$  are 5.40, 5.90, 3.27 and 1.57 times of the elastic buckling load, respectively.

Key words : elastic buckling, shear load, square plates, square holes

キーワード : 弾性座屈, せん断荷重, 正方形板, 正方形孔

#### 1. まえがき

土木、建築、造船、航空機などの分野において、構造部材の板に配管、維持管理用マンホールなどの目的で孔を設ける場合がある。有孔板は孔によって断面積が減少するため力学的強度が低下する。有孔板の設計には応力集中、座屈強度、終局強度などの力学特性を正確に把握する必要がある。有孔板の座屈強度、終局強度に関する研究は円孔を有する板について多くな<sup>1),2)</sup>されているが、四角形孔に関する研究は非常に少ない。

前報告<sup>3)</sup>では正方形孔を有する正方形板が一樣せん断応力載荷と一樣せん断変形載荷を受ける場合の弾塑性座屈解析をRayleigh-Ritz法で行い、正方形孔の孔長  $a$  と正方形板の辺長  $\ell$  の比  $a/\ell = 0.15 \sim 0.85$  の広い範囲にお

いて周辺で単純支持あるいは固定支持される場合の弾塑性座屈強度を明らかにした。また、座屈強度は正方形孔の大きさや周辺の面外支持条件だけでなく面内変位の拘束条件によって大きな影響を受け、特に塑性崩壊強度は著しい影響を受けることなどを明らかにした。弾性せん断座屈強度について解析結果を既存の有限要素法による解析結果と比較してその妥当性を検証した。しかし弾塑性せん断座屈強度に関する既存の解析や実験はほとんどないので検証できなかった。

本報告では弾性座屈実験を行い前報告の弾性せん断座屈解析結果の妥当性を検討する。解析結果の検証を目的とする実験であるから解析の載荷条件、境界条件と同じ条件で実験を行う必要がある。解析における周辺での支

\*土木工学科

持条件は単純支持と固定支持である。せん断载荷の場合完全な単純支持を実験において実現することは非常に難しい。固定支持の一樣せん断変形载荷の実験は比較的容易であり、Narayanan は正方形孔を有する正方形板の弾性座屈実験をこの一樣せん断変形载荷の固定支持で行っている。

以上の観点から本報告では正方形孔を有する固定支持正方形鋼板が一樣せん断変形载荷を受ける場合の弾性座屈実験を行い、解析結果の妥当性を検証するとともに、後座屈挙動及び終局強度を実験的に明らかにする。

2. 実験方法

(1) 実験装置および供試体

実験装置は供試体の有孔板を固定するため、Fig.1に示すように4隅を直径32mmのピンでヒンジ機構にした非常に剛性の高い鋼鉄製の载荷フレームを用いた。载荷方法は直径24mmの高力ボルトで供試体を载荷フレームに固定し、試験機の引張荷重Pが連結器から载荷フレームを経て、板周辺に一樣せん断変形荷重として作用する方法を用いた。载荷フレームの面内方向曲げ変形に対する拘束性を板の面内方向曲げ剛性に対する载荷フレームの曲げ剛性の比によって表わすと、本载荷フレームの拘束性は同じような実験を行ったNarayananの载荷フレームの4.3倍である。供試体は正方形板の辺長 $l$ と孔長 $a$ の比で表わすと、無孔板( $a/l=0$ )と有孔板 $a/l=0.3, 0.5, 0.7$ の4種類である。また、供試体の寸法は平均板厚が $t=1.2$ mmであり、正方形板の辺長は510mmであるが、4隅のヒンジ部分を切除してあり、実際にせん断変形を受ける部分は载荷フレーム内の一辺400mmの正方形部分である。したがって幅厚比は $l/t=333$ である。実験に用いた鋼板は構造用軟鋼SS41Pである。引張

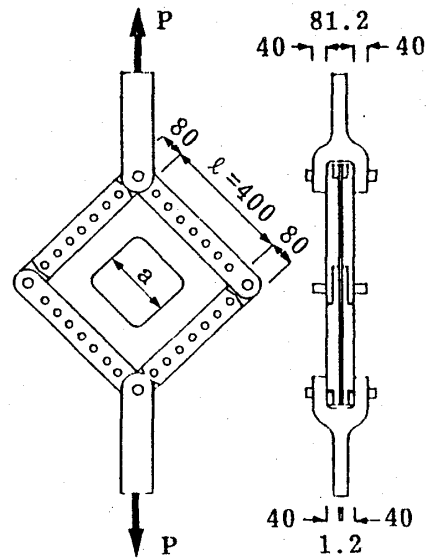


Fig.1 Test frame (mm)

強度試験の結果は引張降伏応力 $\sigma_Y=2760\text{kgf/cm}^2$ (271MPa), 引張強度 $\sigma_u=3550\text{kgf/cm}^2$ (348MPa)であった。応力計算は $E=2.1 \times 10^6\text{kgf/cm}^2$ (206GPa),  $\nu=0.3$ で行った。

(2) ひずみと変位の測定方法

供試体の板が初期座屈を起こすまでの面内応力分布や板の応力状態、更に面外の曲げ挙動を調べるために電気抵抗線ひずみゲージ(ゲージ長5mm)をFig.2に示す位置に接着した。ただし、有孔板については载荷軸上の孔縁に接着したひずみゲージが面外の曲げ挙動を調べるためのひずみゲージを兼ねる。

板の面外たわみは、座屈時に板のたわみが最大になると予想される位置、すなわち、無孔板は板の中央、有孔板は载荷軸上の孔縁を最小目盛1/100mmのダイヤルゲ-

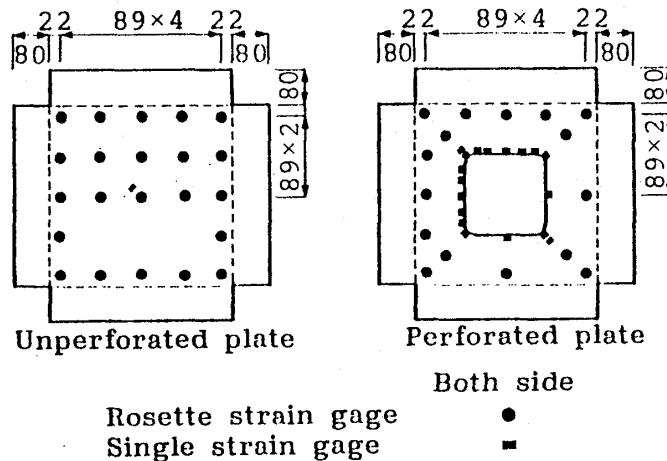


Fig.2 Location of strain gages (mm)

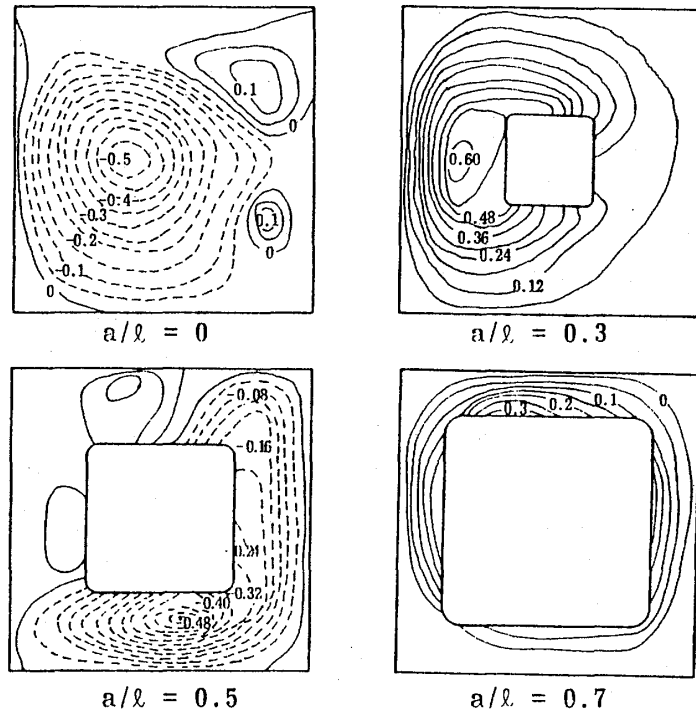


Fig.3 Initial deflection(mm)

シによって測定した。実験前の初期たわみの分布をFig. 3に示す。また、板の面内変位は対角線方向の変位をダイヤルゲージによって測定した。

(3) 载荷実験

実験は予想初期座屈荷重を越えないように、無孔板では予想初期座屈荷重のおよそ1/2、有孔板では最初に降伏すると予想される孔縁のひずみが降伏ひずみの1/4から1/3のならば荷重を载荷した後にいった。初期座屈を起こすと予想される荷重付近の荷重増分は小さくとり、 $a/l = 0.7$ では特に小さくとった。その後の荷重増分は、局部的塑性域の発生あるいは座屈挙動に変化の兆候が現われはじめてから変化が小さくなるまでの領域では小さくとり、その他の領域では大きくとった。弾塑性域において、荷重を一定に保っても面外たわみおよび面内方向変位の増加がみられる場合、これらの変位の増加が微小になってから変位やひずみの読み取りを行った。

3. 孔縁および周辺の弾性応力

Fig.4 に無孔板の周辺から20mmの周辺断面  $a_1-a_2$ 、中間断面 $b_1-b_2$  および中央断面 $c_1-c_2$  における応力分布を示す。一様せん断変形を受ける有孔板の場合、周辺境界は変位が拘束されるため、せん断応力は等分布ではなく、また境界上で法線方向の垂直応力も生じる。理論解析のこれらの応力による合力は実験における対角線方向の荷重Pに相当する。この対角線方向力Pの周辺方向成分として周辺せん断力Qは次式(1)で定義する。

$$Q = P/\sqrt{2} \dots\dots\dots(1)$$

解析値および実験値は次式(2)の平均せん断応力  $\tau_0$  によって各応力成分を除き、無次元応力として表示する。

$$\tau_0 = Q/t \ell \dots\dots\dots(2)$$

面内応力の実験値は板の表面と裏面の応力を平均して曲げによる影響を除いて板中央面の値として示す。

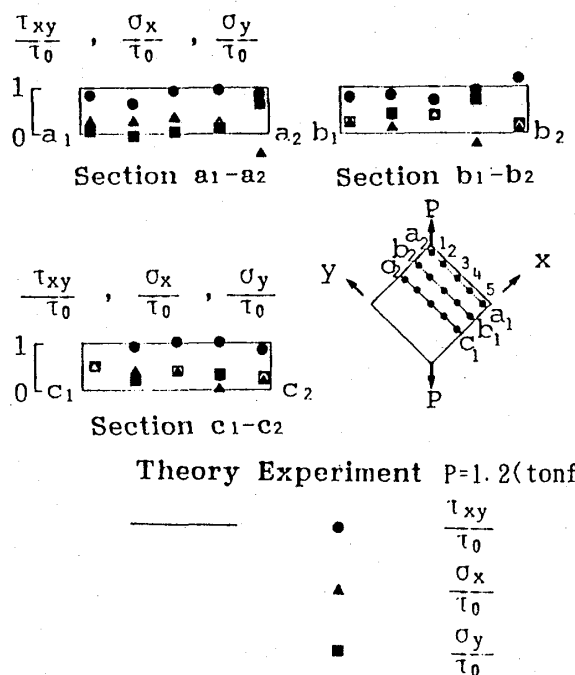


Fig.4 Stresses of unperforated plate

無孔板の場合、理論的な純せん断の面内応力状態は、孔が無いので、板のいたる所で  $\tau_{xy} / \tau_0 = 1, \sigma_x / \tau_0 = \sigma_y / \tau_0 = 0$  である。実験によるせん断応力  $\tau_{xy} / \tau_0$  は純せん断の解析値にほぼ近似する。垂直応力  $\sigma_x / \tau_0, \sigma_y / \tau_0$  は、周辺断面の載荷点に近い隅角部で応力の乱れがみられる。また、中間断面と中央断面でやや大きな値を示しているが、せん断応力よりかなり小さい。したがって本載荷装置は載荷点付近を除けば純せん断に近い応力状態を得ることのできる載荷方法と考える。

Fig. 5 に有孔板の周辺断面における応力分布を示す。有孔板の応力は、隅角部のせん断応力を除いて各有孔板ともに解析値によく近似した値を示す。隅角部のせん断応力は正方形孔が大きくなるほど解析値より小さくなる傾向がみられる。

Fig. 6 に有孔板の孔縁における接線方向の垂直応力  $\sigma_\theta / \tau_0$  を示す。実験値は、最大応力が生ずる隅角部において解析値より小さい傾向を示す。これはひずみゲージ接着位置が孔縁から3mmの位置であることから応力集中が減衰したためと考えられる。

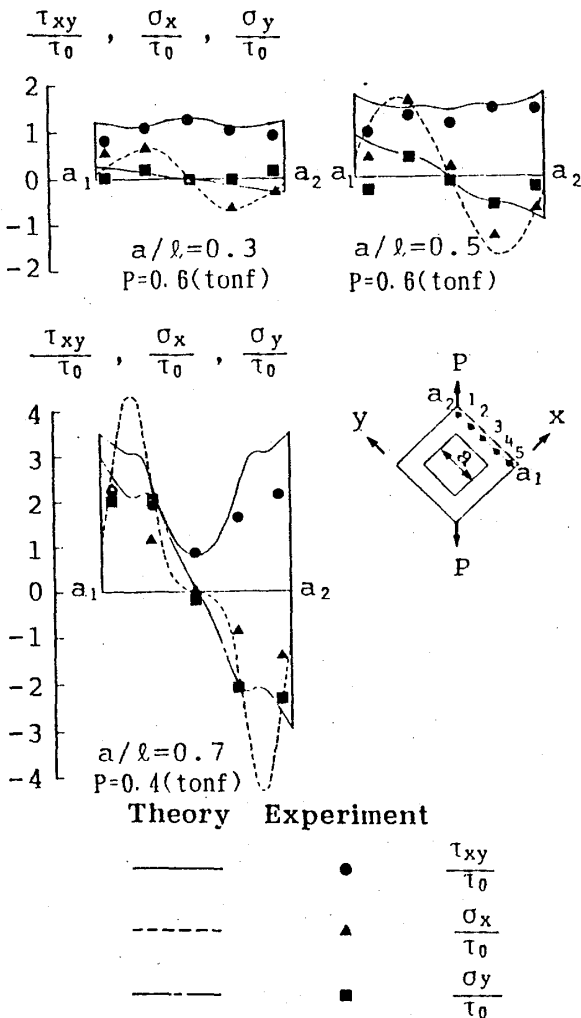


Fig.5 Stresses of perforated plate at plate edge

3. 弾性座屈強度

Fig. 7 に弾性座屈を生じる近傍の荷重Pと面外たわみ  $\delta$  の関係を表わすP- $\delta$  曲線を示す。図中に矢印で示している実験の弾性座屈荷重は実験値を荷重増分5段階毎に最小2乗法で3次曲線に近似し、最も近似度のよい曲線の変曲点における荷重である。有孔板は複数の変曲点荷重の平均値を座屈荷重とした。Table 1 に供試体を載荷フレームに固定した後測定した最大初期たわみ  $\delta_{0,max}$  と板厚 t の比  $\delta_{0,max} / t$  を示す。測定した初期たわみは Fig. 3 で示したように無孔板と  $a/l = 0.5$  の有孔板は正と負の両方向の初期たわみがみられた。

座屈挙動についてみると、すべての供試体において変化が少ないように見えるが、詳細に見ると必ず変曲点が存在する。無孔板は変曲点が不明確な挙動をしている。 $a/l = 0.3$  の有孔板の場合、2 曲線の変曲点荷重にかなりの差異が生じているが、これらは初期たわみの影響によって生じたものと思われる。

Fig. 8 に荷重Pとたわみ  $\delta$  の2乗したP- $\delta^2$  曲線を示す。座屈荷重の決定にこのP- $\delta^2$  曲線を用いる方法があるが、本実験の場合この図において座屈後も曲線は直線とならず徐々に曲がっており、これによる座屈荷重決定は個人誤差が大きくなり困難である。

無孔板の座屈係数は古典解が単純支持の場合  $k_s = 9.34$ , 固定の場合  $k_c = 14.71$  である。Table 2 および Fig. 9 に解析および実験による弾性座屈強度と孔の大きさの関係を示す。この図において面外境界条件は固定であり、載荷条件は一樣せん断変形載荷に関するものが実線で一樣せん断応力載荷が破線で示してある。解析と本実験結果を比較すると、 $a/l = 0.5$  は非常によい近似をする。無孔板は解析より6%大きいが  $a/l = 0.3$  と  $0.7$  の有孔板は解析よりそれぞれ12%, 14% 小さい。本実験の幅厚比パラメータ  $\lambda = 12.08$  であり、Fig. 10 に示す座屈強度曲線によれば  $a/l = 0.7$  は弾塑性座屈の領域にある。したがって、 $a/l = 0.7$  の実験による座屈強度は局部降伏によって低下したと考えられる。

Table 1 Initial deflection

d / l	$\delta_{0,max}(\text{mm})$	$\delta_{0,max} / t$
0.0	0.12, -0.55	0.10, -0.46
0.3	0.66	0.55
0.5	0.07, -0.48	0.06, -0.40
0.7	0.30	0.25

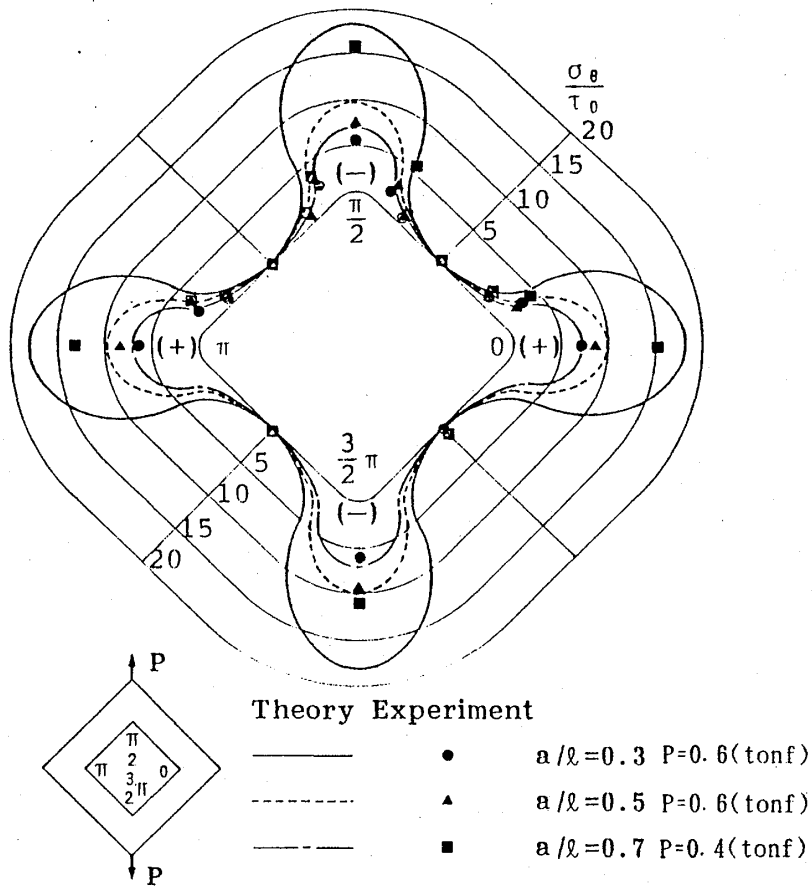


Fig.6 Circumferential stresses at hole edge

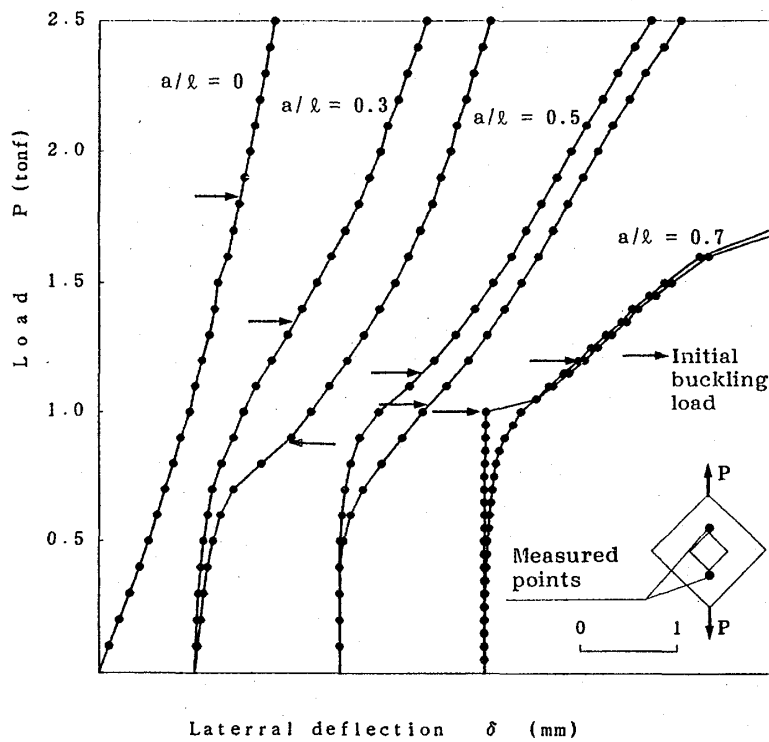


Fig.7 Load vs lateral deflection

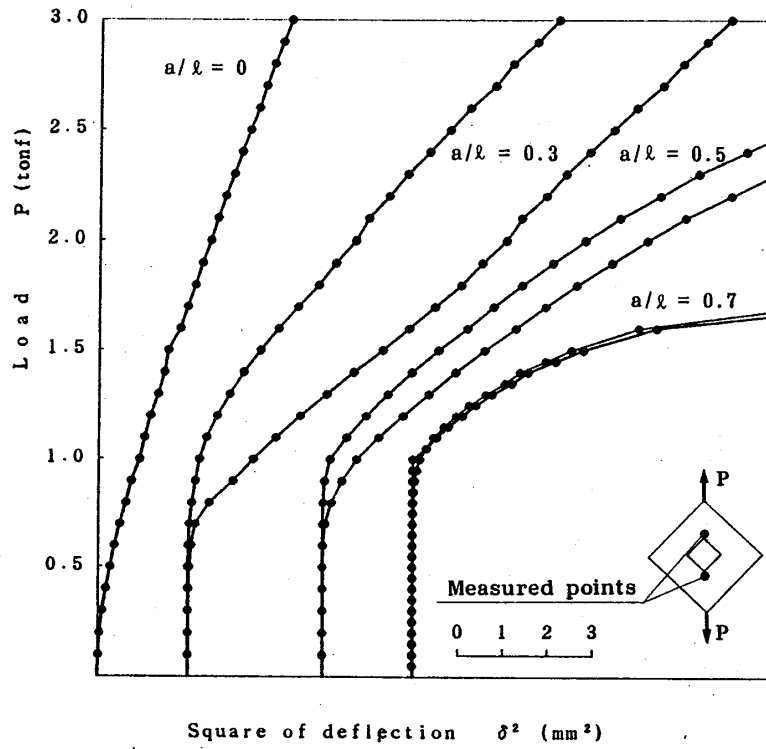


Fig.8 Load vs square of lateral deflection

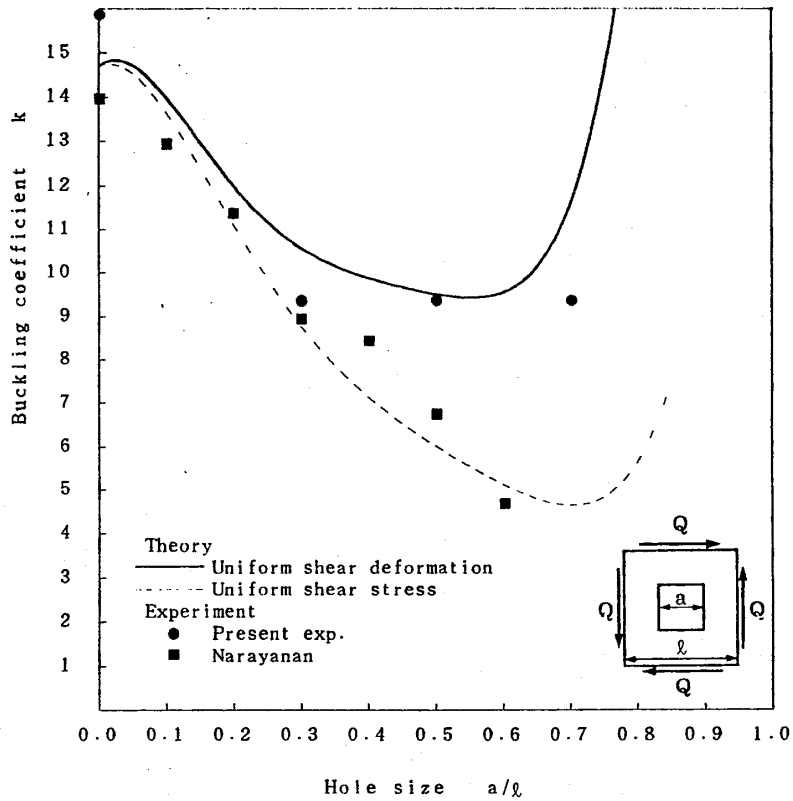


Fig.9 Variation of elastic buckling coefficients with square hole size

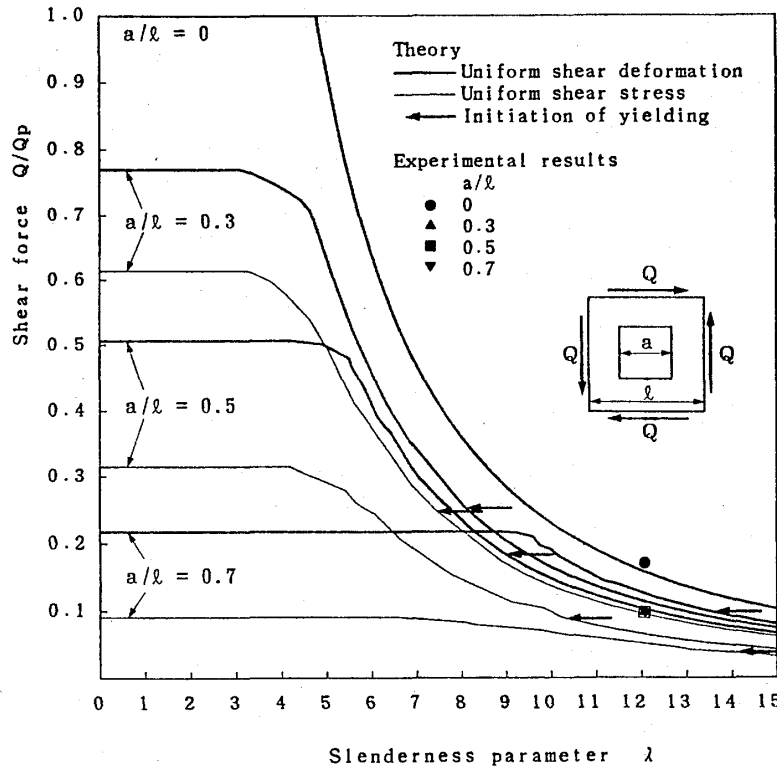


Fig.10 Elastic buckling of clamped square plate with square hole

Narayanan・Chow<sup>2)</sup>は幅厚比  $l/t = 216$  (板厚  $t = 0.98$  mm) の鋼板で本実験と同じような載荷装置で実験を行った。その結果と本解析結果を比較すると孔が小さいときは比較的よい近似をするが、孔が大きくなると実験値は本解析よりかなり小さくなり、 $a/l = 0.5$ と $0.6$ でそれぞれ18%と51%も小さくなる。これはNarayanan・Chowが実験に使用した鋼板は幅厚比パラメータ  $\lambda = 7.10$ であり、Fig.10の座屈強度曲線によれば  $a/l = 0.3 \sim 0.6$ の有孔板は弾塑性座屈が起きる幅厚比である。したがって、これら  $a/l = 0.5$ と $0.6$ は局部降伏を生じて弾塑性座屈を起こして強度が低下した可能性が大きい。

4. 後座屈強度

後座屈挙動に関して、Fig.11に  $P - \delta$  曲線、Fig.12には荷重  $P$  と面内せん断変形との関係を示す  $P - \gamma_0$  曲線を示す。 $P - \delta$  曲線、 $P - \gamma_0$  曲線においてそれぞれの傾きが面外剛度および面内剛度を表わす。面内の平均せん断ひずみ  $\gamma_0$  は、実験によって測定した対角線方向変位  $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$  から次式によって算出する。

$$\gamma_0 = \frac{\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4}{\sqrt{2} l} \dots\dots\dots(3)$$

ただし、 $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$  は図中に示す方向を正とする。

$P - \delta$  曲線および  $P - \gamma_0$  曲線において、無孔板および有孔板で終局強度に近づくと急に剛性の低下する変化

Table 2 Elastic buckling strength

Hole size $d/l$	Experiment		Theory		$\frac{P_{ce}}{P_{ct}}$
	$P_{ce}$ (tonf)	$\frac{Q}{Q_p}$	$P_{ct}$ (tonf)	$\frac{Q}{Q_p}$	
0.0	1.814	0.170	1.705	0.158	1.064
0.3	1.085	0.100	1.228	0.114	0.884
0.5	1.100	0.099	1.103	0.102	0.997
0.7	1.148	0.100	1.336	0.124	0.859

が全ての板に見られる。これは、板に塑性域が拡大したためと思われる。無孔板は面外たわみの最大となる板中央部に曲げによる塑性域が生じ、有孔板は面外たわみに加えて孔縁の応力集中によって塑性域が生じる。したがって、塑性域の発生による曲線の傾きは応力集中の著しい孔の大きい板ほど小さい荷重で変化が起きる。塑性域が貫通すると  $P - \delta$  曲線、 $P - \gamma_0$  曲線ともに急激に傾きが小さくなり塑性崩壊する。

Fig.13(a)に解析によって得られた固定支持板の弾性座屈時のたわみ形状を等高線で示す。またFig.13(b)に実験において終局強度に達した後、除荷した状態の面外たわみを示す。終局荷重後も変形を進行させて大変形をさせたので、実験における面外たわみは解析のたわみ形状より載荷軸方向へ細長く伸びた状態になっている。こ

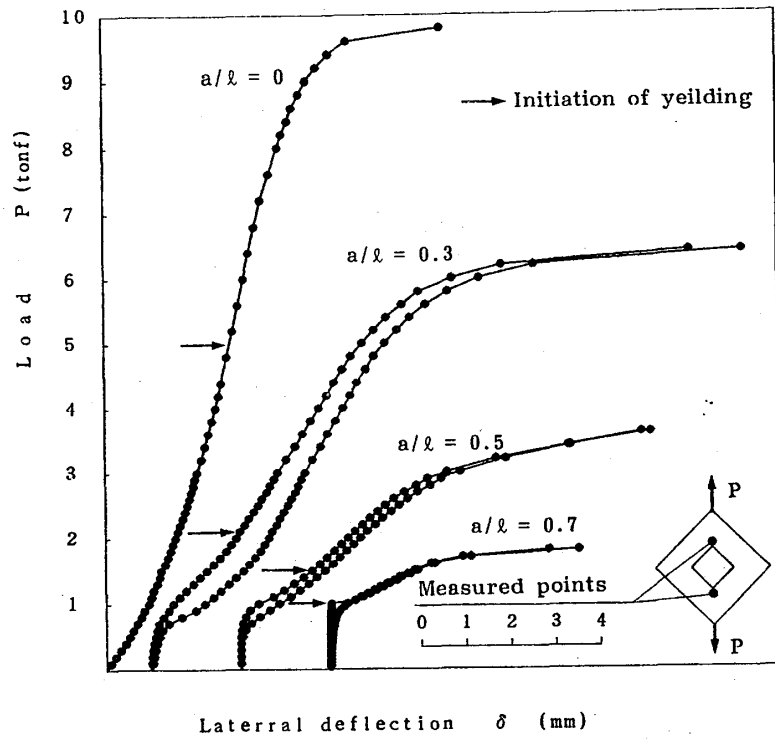


Fig.11 Load vs lateral deflection

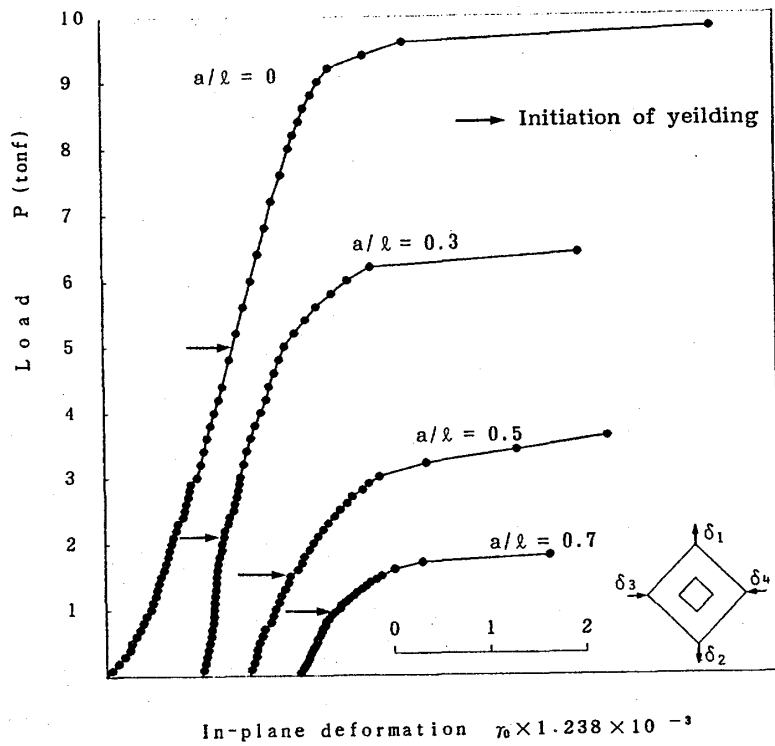


Fig.12 Load vs average shear strain



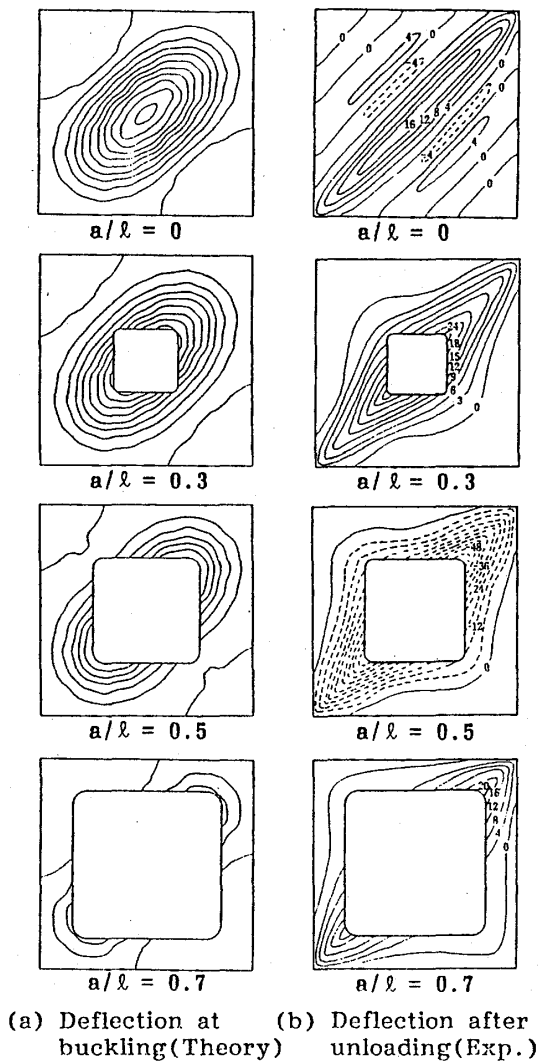


Fig.13 Deflection (mm)

のため無孔板は張力場のように主たわみに沿って逆のたわみが生じ、座屈波の数が解析結果より2波多い。実験中の観察によれば弾性座屈荷重付近では解析結果と同じような座屈波数であったがその後崩壊荷重に近付くにつれて座屈波数の増加がみられた。したがってこれらの違

いは大変形によるものと考えられる。

Table 3およびFig.14に孔の大きさと終局強度および初期座屈強度との関係を示す。実験の終局強度は、Fig.11, Fig.12における最後の荷重とした。これらの結果、無孔板は解析値の塑性崩壊強度に対して9%小さい。また有孔板も孔の大きさに関係なく解析値より23~34%小さい。これは初期座屈後も増加した面外たわみによる曲げの応力が面内応力に加わり、塑性崩壊強度が低下したと思われる。無孔板に対する有孔板の終局強度は、 $a/l = 0.3, 0.5, 0.7$ に対してそれぞれ35%, 63%, 82%低下しており、孔が大きくなると孔の大きさに反比例して急激に低下する。しかし、この低下の割合は解析の塑性崩壊強度の低下と同じ傾向である。実験による弾性座屈強度に対する終局強度の比をみると、無孔板が5.40倍であるのに対して $a/l = 0.3, 0.5, 0.7$ の有孔板はそれぞれ5.90, 3.27, 1.57倍であり、孔が大きくなるほど後座屈強度は減少する。この値は本実験の幅厚比 $l/t = 333$ に対するもので、幅厚比の異なる他の板にそのまま適用することはできない。

### 5. あとがき

中央に正方形孔を有する固定正方形鋼板が一様せん断変形を受けるときの弾性座屈実験を行いRayleigh-Ritz法による座屈解析結果と比較した。幅厚比 $l/t = 333$ の有孔鋼板の実験結果に対して次のようなことが明らかになった。

- (1) 実験における板周辺の弾性応力分布は荷重フレームの隅角部付近を除いて解析値とよく近似する。実験における孔縁の最大応力はひずみゲージが孔縁から3mmの位置であることから解析より小さい傾向を示した。
- (2) 弾性座屈強度は実験と解析が14%以内ではほぼ近似する傾向を示した。
- (3) 実験の弾性座屈強度に対する終局強度は $a/l = 0 \sim 0.7$ で5.40~1.57倍と孔が大きくなると急激に低下する。

Table 3 Ultimate strength and post-buckling strength

Hole size $d/l$	Ultimate strength				Post-buckling strength				
	Experiment		Theory		$\frac{P_{ue}}{P_{ut}}$	$\frac{P_{ue}}{P_{ct}}$	$\frac{P_{ut}}{P_{ct}}$	$\frac{P_{ue}}{P_{ce}}$	$\frac{P_{ue}}{P_{ueo}}$
	$P_{ue}$ (tonf)	$\frac{Q}{Q_p}$	$P_{ut}$ (tonf)	$\frac{Q}{Q_p}$					
0.0	9.80	0.906	10.817	1.000	0.906	5.75	6.34	5.40	1.00
0.3	6.40	0.592	8.329	0.770	0.768	5.21	6.78	5.90	0.65
0.5	3.60	0.333	5.484	0.507	0.656	3.26	4.97	3.27	0.37
0.7	1.80	0.166	2.347	0.217	0.767	1.35	1.76	1.57	0.18

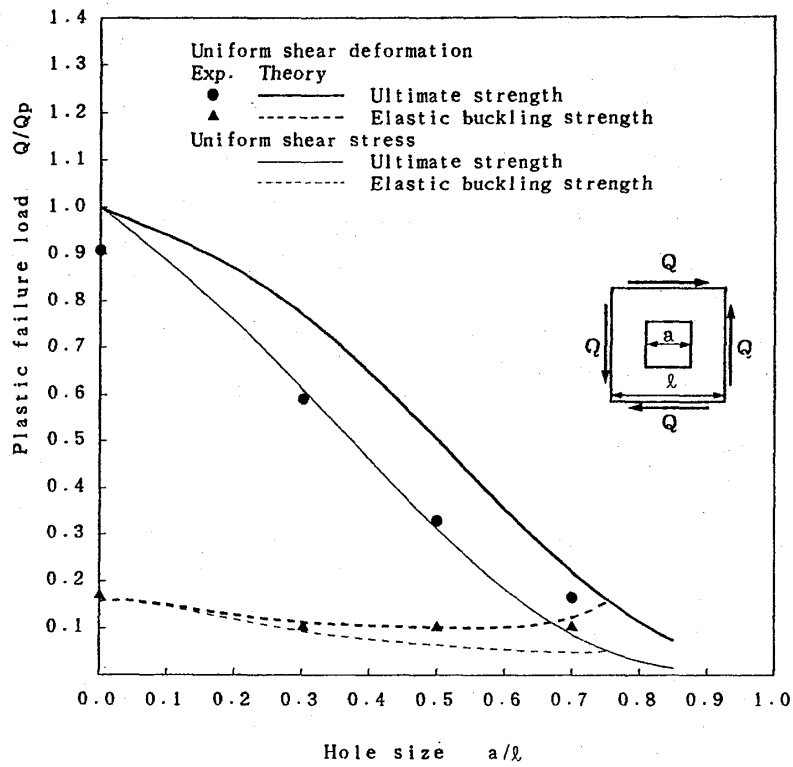


Fig.14 Elastic buckling strength and ultimate strength

- (4) 終局強度は座屈後のたわみの影響によって塑性崩壊強度より小さくなった。終局強度の減少の割合は無孔板がわずかであったが有孔板は大きく23~34%であった。

#### 謝 辞

本研究の実験に使用した鋼板は日本鋼管福山製鉄所に提供して頂いた。ここに記して謝意を表します。

#### 参考文献

- 1) Sabir, A.B. and Chow, F.Y. : Elastic buckling of flat panels containing circular and square holes, Proc. of the International Conference on Instability and Plastic Collapse of Structures, Manchester, pp.311-321, 1983.
- 2) Narayanan, R. and Chow, F.Y. : Experiments on perforated plates subjected to shear, J. Strain Anal. Eng. Des., Vol.20, No.1, pp.23-34, 1985.
- 3) 上野谷 実 : 正方形孔を有する正方形板の弾塑性せん断座屈強度, 福山大学工学部紀要, 第11号, 1989. 3.