

福山大学工学部紀要
第8号 1986年4月

一様せん断変形を受ける円孔板の弾塑性座屈解析

上野谷 実*

Elastic-plastic Buckling Analysis of Plates with Circular Holes Subjected Uniform Shear Deformation

Minoru UENOYA

ABSTRACT

Elastic-plastic shear buckling of square plates containing centrally located circular holes is investigated analytically. The plates are subjected to uniform shear stresses or uniform shear deformations. Ratios of the hole diameter to the plate length, d/ℓ , are 0.15, 0.3, 0.5, 0.7, and 0.85. The influence of the circular hole and in-plane loading condition on buckling strength is considered on various sized holes. The results suggest that the buckling strength in the uniform shear deformations is higher than the uniform shear stresses in the elastic and elastic-plastic ranges. These phenomena are more remarkable in the clamped plates than the simply supported plates.

1. まえがき

土木、建築、造船、航空機などの分野において、板は構造物を構成する部材として使用される。この構造部材の板に配管、配線、維持管理用マンホール、重量軽減などの目的で孔を設ける場合がある。このような孔を有する板要素を有孔板といふ。土木構造物では鋼箱桁のダイヤフラムやプレートガーダーの横桁ウェブなどに有孔板がみられる。有孔板は孔のない場合に比較すると力学的強度の低下が著しいため設計には、その応力状態、耐荷力や力学的挙動を正確に把握する必要がある。

有孔板に荷重が作用すると、孔のため応力集中を生じる。この応力集中に関する研究は古くから多くなされ、弾性応力については文献(1)に集大成されている。

有孔板は孔のため面外剛性が減少し座屈強度の低下も著しい。板の座屈強度は主に荷重条件と周辺の面外支持条件によって決まるが、有孔板の場合これらに加えて孔の形や大きさとその位置および孔縁の補強の有無などが影響する。

有孔板の座屈に関する研究は使用頻度の少ない特殊構造であることや解析の複雑さのため少なく、座屈の基本的荷重である圧縮を受ける場合が最も多く行われている。せん断あるいは曲げを受ける場合や圧縮、せん断、曲げの組合せ荷重を受ける場合の座屈解析に関する研究は少ない。周辺に一様せん断応力を受ける有孔板の座屈に関する研究はKroll⁽²⁾が1949年にRayleigh-Ritzのエネルギー法を用いて、円孔を有する単純支持正方形板のせん断座屈解析を行った。有限要素法による座屈解析は1967年にRockey⁽³⁾らが行

* 土木工学科

ったが精度はあまりよくなく無孔板の場合、古典解に對して9.7%の誤差があった。1968年に吉識⁽⁴⁾らは円孔を有する圧縮板の面内応力解析を有限要素法で行い、面外変位を表わすたわみ関数に多項式を用いた。

Rayleigh-Ritz法による座屈解析法を示した。1975年Allman⁽⁵⁾は高精度の有限要素を用いてよい結果を得たが孔の大きさは1種類のみだった。1978年に著者⁽⁶⁾はたわみ関数に、フーリエ級数を用いたRayleigh-Ritz法によって円孔を有する正方形板が、一様せん断応力を受ける場合の弾塑性座屈解析を行ない、円孔の大きさが広範囲に渡って変化する場合の座屈強度を示した。1979年にRockey⁽⁷⁾は円孔縁の補強リングの効果について理論および実験的研究を行なっている。

今まで述べた研究は、Fig. 1(a)に示すように荷重は有孔板の周辺境界上で、せん断応力が等分布に作用し、面内方向の拘束がない場合である。当然、孔のために周辺は図のような変形をする。ところが実際の構造物は周辺境界に多くの場合フランジやスチフナーなどが存在して、面内方向をある程度拘束するものと考えられる。極端な場合として周辺が完全な剛体で固定された状態で、せん断変形するとFig. 1(b)のように周辺は直線を保ったままの変形となる。ここでは便宜的にFig. 1(a)と(b)の載荷状態をそれぞれ「一様せん断応力載荷」および「一様せん断変形載荷」あるいは単に「応力載荷」および「変形載荷」と呼ぶことにする。

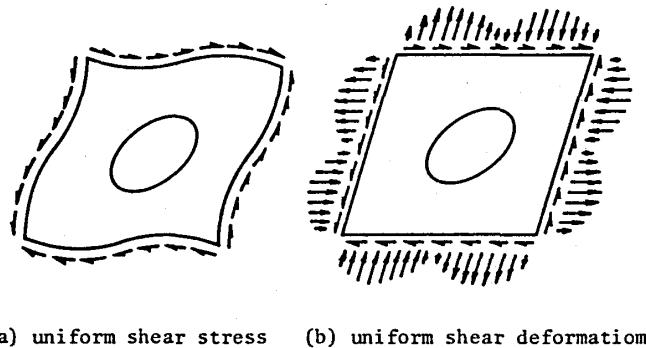


Fig. 1 Perforated plate subjected to shear

一様せん断変形を受ける有孔板の弾性座屈解析は、1976年Grosskruth⁽⁸⁾らが有限要素法を用いて初めて行った。その結果、円孔が大きくなれば一様せん断応力載荷の座屈強度より一様せん断変形載荷の座屈強度が大きくなることを解析および実験によって明らかにしたが、座屈強度について述べられているだけで、有孔板の応力状態や後座屈における面外挙動などは明らかにされなかった。1986年に著者⁽⁹⁾は一様せん断変形を受ける正方形板が板の中央に円孔を有する場合の弾

性座屈解析をRayleigh-Ritz法で行い、弾性座屈強度や孔縁および周辺の応力状態が一様せん断応力載荷と異なる点を明らかにした。また、模型実験を行い、初期座屈強度および後座屈挙動と後座屈強度を実験的にも明らかにした。板の長辺に対する板厚の比、すなわち幅厚比が大きい場合は、弾性座屈が生起するが、土木、建築、造船では幅厚比の小さい板を使用することが少なくない。このような場合には、有孔板の一部が塑性状態となる弾塑性座屈を起こす。板の弾塑性座屈に関する研究は少なく圧縮荷重を受ける場合として藤田^{(10), (11)}らの研究がある。せん断荷重を受ける場合は、一様せん断応力載荷に関する研究として著者が^{(6), (12)}行っているだけである。しかしながら、一様せん断変形載荷に関する理論解析は行われていない。本研究は一様せん断変形を受ける正方形板が板の中央に円孔を有する場合の弾塑性座屈解析をRayleigh-Ritz法で行い、一様せん断応力載荷との相違点を応力状態、座屈強度、塑性崩壊強度などについて明らかにしようとするものである。

2. 解析方法

2.1 座屈解析

Rayleigh-Ritz法による板の座屈解析は幾何学的面外境界条件を満足するたわみ関数を仮定し、この関数の未定係数を座屈時のポテンシャルエネルギーが最小となるように決定する。以下この解析法について簡単に述べる。

面外荷重のない場合、中央面に作用する面内荷重によって、座屈を生じるときのたわみに関する微分方程方は直角座標系で次のように表わされる。

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2 N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 w は x と y で表わされるたわみ関数、 D は板の単位幅当たりの曲げ剛度、 N_x , N_y , N_{xy} は xy 面内に作用する面内力である。

座屈するときの板のひずみエネルギーと外力によってなされる仕事から板の全ポテンシャルエネルギー U は、次のように表わされる。

$$U = \frac{D}{2} \iint [(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2})^2 - 2(1-\nu)]$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} dx dy \\ & + \frac{1}{2} \iint [N_x \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + 2 N_{xy} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} + \right. \\ & \left. N_y \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2] dx dy \quad \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

求める解は U が最小になるように関数 W を決定すれば得られる。

$$\begin{aligned} & \delta \frac{\ell^2}{12(1-\nu^2)} \iint \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2 \right. \\ & (1-\nu) \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\}] \\ & dx dy + \delta \lambda \iint \left[\frac{\sigma_x}{\sigma_y} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\tau_{xy}}{\sigma_y} \right. \\ & \left. \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\sigma_y}{\sigma_y} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy = 0 \\ & \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

ここに、 σ_x , σ_y , τ_{xy} はある任意の荷重における面内応力であり、 σ_y は降伏応力である。次式で定義される λ が求まれば荷重と幅厚比の関係が決定できる。

$$\lambda = \frac{\sigma_y \ell^2}{E t^2} \quad \dots \dots \dots (4)$$

Rayleigh-Ritz 法ではたわみ関数を次のような級数で表わす。

$$w(x, y) = \sum A_i f_i(x, y) \quad \dots \dots \dots (5)$$

ここに、 A_i は未定係数であり、 $f_i(x, y)$ は幾何学的面外境界条件を満足する関数である。式(5)を式(3)へ代入して、各係数に関して微分すれば、次の方程式が得られる。

$$(\Phi + \lambda \Psi) A = 0 \quad \dots \dots \dots (6)$$

ここに、 $\Phi = [\phi_{ij}]$, $\Psi = [\psi_{ij}]$, $A = \{A_i\}$

$$\begin{aligned} \phi_{ij} &= \sum_{q=1}^{N_e} D \iint \left\{ \frac{\partial^2 f_i}{\partial x^2} \frac{\partial^2 f_j}{\partial x^2} + \nu \left(\frac{\partial^2 f_i}{\partial x^2} \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{\partial^2 f_j}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f_i}{\partial x^2} \frac{\partial^2 f_j}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 f_i}{\partial y^2} \frac{\partial^2 f_j}{\partial y^2} + 2 \right. \\ & \left. (1-\nu) \frac{\partial^2 f_i}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 f_j}{\partial x \partial y} \right\} dx dy \quad \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

$$\phi_{ij} = \sum_{q=1}^{N_e} \iint \left\{ \frac{\sigma_{x,q}}{\sigma_y} \frac{\partial f_i}{\partial x} \frac{\partial f_j}{\partial x} + \frac{\tau_{xy,q}}{\sigma_y} \right. \right.$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial f_i}{\partial x} \frac{\partial f_j}{\partial y} + \frac{\partial f_i}{\partial x} \frac{\partial f_j}{\partial y} \right) + \frac{\sigma_{y,q}}{\sigma_y} \\ & \left. \frac{\partial f_i}{\partial y} \frac{\partial f_j}{\partial y} \right\} dx dy \quad \dots \dots \dots (8) \end{aligned}$$

ここに、有限要素法で応力を計算する場合、各積分は要素ごとに行い、総和は全要素 N についてとる。本解析ではたわみ関数に後で示すフーリエ級数を用いるので三角形要素について行う 2 重積分はガウスの 7 点公式による数値積分で計算する。

たわみ関数の微分と 2 重積分を含む式(7)と(8)の計算ができれば、板の座屈問題は式(6)の λ を求める固有値問題に帰着する。

2.2 たわみ関数

たわみ関数は板の面外変形を表わす関数であり、面内変形とは無関係であり、周辺境界条件は任意に規定できる。Fig. 2 に示すような純せん断を受ける場合、本解析では正方形板の対称座屈に対するたわみ関数を次のような 8 項のフーリエ級数で仮定する。

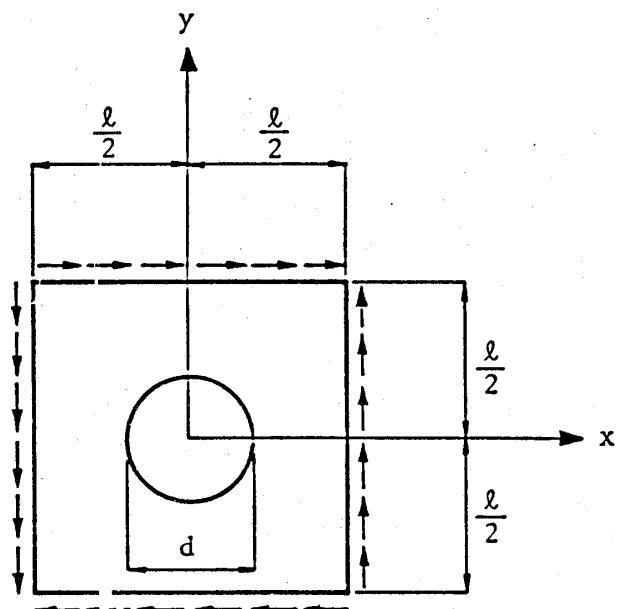


Fig. 2 Coordinate of perforated plate

単純支持の場合

$$\begin{aligned} w(x, y) &= A_1 \cos \frac{\pi x}{l} \cos \frac{\pi y}{l} + A_2 \sin \frac{2\pi x}{l} \sin \frac{2\pi y}{l} \\ & + A_3 \cos \frac{\pi x}{l} \cos \frac{3\pi y}{l} + A_4 \cos \frac{3\pi x}{l} \cos \frac{\pi y}{l} \\ & + A_5 \cos \frac{3\pi x}{l} \cos \frac{3\pi y}{l} + A_6 \sin \frac{2\pi x}{l} \sin \frac{4\pi y}{l} + A_7 \sin \end{aligned}$$

$$\frac{4\pi x}{\ell} \sin \frac{2\pi y}{\ell} + A_8 \sin \frac{4\pi x}{\ell} \sin \frac{4\pi y}{\ell} \dots \quad (9)$$

固定の場合

$$w(x, y) = \left(\cos \frac{\pi x}{\ell}\right)^2 \left(\cos \frac{\pi y}{\ell}\right)^2 (A_1 + A_2 s \sin \frac{\pi x}{\ell} \\ \sin \frac{\pi y}{\ell} + A_3 \cos \frac{2\pi x}{\ell} \cos \frac{2\pi y}{\ell} + A_4 s \sin \frac{2\pi x}{\ell} s \sin \frac{2\pi y}{\ell} \\ + A_5 s \sin \frac{3\pi x}{\ell} s \sin \frac{3\pi y}{\ell} + A_6 \cos \frac{\pi x}{\ell} \cos \frac{\pi y}{\ell} + A_7 \cos \frac{3\pi x}{\ell} \cos \frac{3\pi y}{\ell} + A_8 s \sin \frac{4\pi x}{\ell} s \sin \frac{4\pi y}{\ell}) \dots (10)$$

式(9)と(10)のたわみ関数は文献(6)で用いられているものと同じである。項の順序は座屈応力の収束に貢献する順位を示し、これらのたわみ関数による誤差は無孔板の古典解に対して1%以下である。

2.3 弹塑性应力解析

円孔を有する正方形板の平面応力応力解析は有限要素法で行った。用いた要素は要素内応力一定の三角形要素である。計算において一様せん断変位は境界辺が直線を保ち長さは一定のまま回転するような変位を節点に与え、対称性を利用して正方形板の $\frac{1}{4}$ について行った。要素分割はFig.3に示すように、孔の大きさに関係なく板の $\frac{1}{4}$ では要素数82、節点数56であり板全体ではそれぞれ328、196となる。

弾塑性応力解析は初期応力法を用い、材料特性はひずみ硬化のない完全弾塑性とし、弾性係数E = 2.1 × 10⁶ kg/cm²、ポアソン比ν = 0.3とし、降伏判定はミゼスの降伏条件を用いた。各荷重増分における収束判定は降伏した要素の相当応力が降伏曲面の1%以内に近くまで繰り返し計算を続ける。繰り返し回数が40回を越えても収束しない場合を崩壊とした。

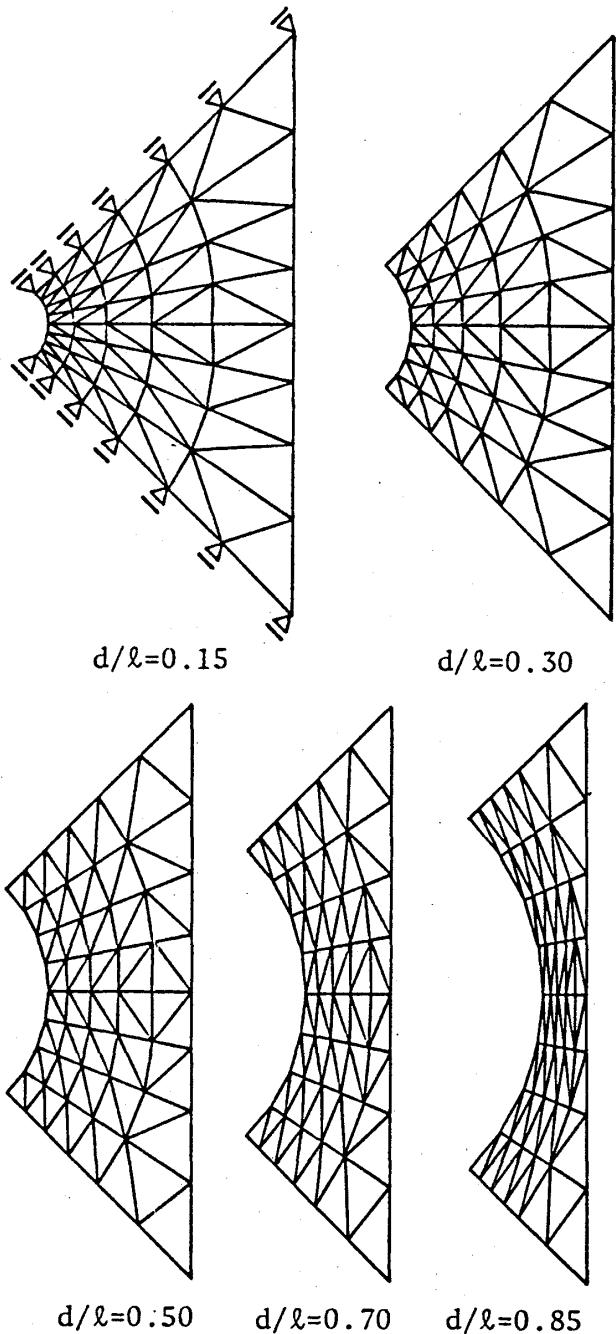


Fig. 3 Finite element mesh

4. 解析結果および考察

4.1 孔縁および周辺の弾性応力

一様せん断変形を受ける有孔板の場合、周辺境界は変位が拘束されるため、せん断応力は等分布ではなく、また境界上で法線方向の直応力も生じる。これらの応力による合力として、周辺せん断力 Q を定義する。このせん断力 Q を、周辺断面積で除して平均せん断応力をとする。これらを式に表せば次のようになる。

$$\tau_0 = \frac{Q}{t \cdot l} \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

解析値は平均せん断応力 τ によって各応力成分を

除し、無次元応力として表示している。

孔縁は応力集中によって応力が最大になる部分である。円孔なので応力は極座標で表わすと、孔縁は自由端であるから、半径方向直応力 σ_r とせん断応力 $\tau_{r\theta}$ は零である。したがって、残りの応力成分である接線方向直応力 σ_θ について、応力載荷をFig.4に、変位載荷をFig.5に示す。これらの図を比較すると、円孔が小さい場合は、あまり差はみられない。円孔が大きくなると応力載荷の応力集中が著しく大きくなり $d/\ell = 0.85$ の場合、最大値の生ずる位置が対角線方向から

ずれ8箇所となる。これは応力載荷の場合、円孔が大きいと面内で曲げを受けるような変形となるためである。Table 1に応力載荷と変形載荷の最大応力の値を示す。応力載荷の場合 $d/\ell = 0.15$ のときWang⁽¹³⁾の解析解の4.32に比べて本解析値が3.08とかなり小さいのは要素分割が粗いためと思われる。本解析では要素数を孔の大きさに関係なく一定としているため孔が大きくなると要素分割は相対的に細かくなる。したがってこの誤差の割合は孔が大きくなると小さくなるものと思われる。ここで注目すべきことは $d/\ell = 0.85$ の場合応力載荷は変形載荷の2.69倍もの応力集中を生ずることである。

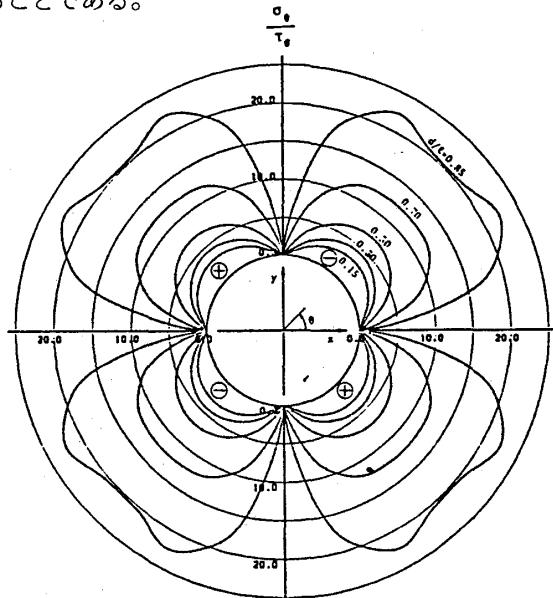


Fig. 4 Circumferential stresses at hole edge under uniform shear stress

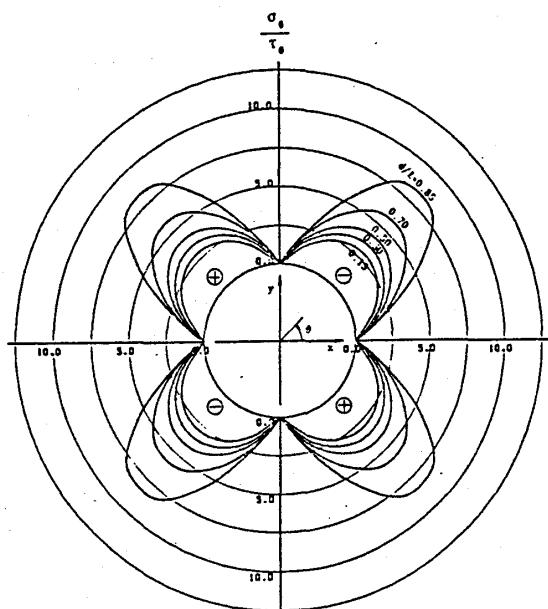


Fig. 5 Circumferential stresses at hole edge under uniform shear deformation

Table 1 Maximum circumferential stresses
 σ_y/τ_0 at hole edge

d/ℓ	USS*	USD**	USD/USS
0.15	3.08	2.90	0.942
0.30	4.35	3.50	0.805
0.50	6.96	4.19	0.602
0.70	12.31	5.77	0.469
0.85	22.31	8.29	0.372

USS * : uniform shear stress

USD ** : uniform shear deformation

孔縁の応力集中は周辺に向けて減衰し、孔が小さい場合、周辺上ではせん断応力は等分布に近いが、孔が大きくなると減衰が不充分となり周辺上の応力は一定ではなくなる。 $X = \ell/2$ の周辺境界における応力分布を応力載荷と変形載荷に対してFig.6とFig.7に示す。応力載荷の場合、周辺上では載荷条件から $\tau_{xy} = \tau_0$, $\sigma_x = 0$ であるが、孔が大きくなると、周辺の面内曲げ変形によって直応力 σ_y が生ずる。変形載荷では周辺が直線を保つように拘束されるので σ_x と σ_{xy} が生ずる。また、周辺がその長さを一定に保つ変形であることから $\epsilon_y = 0$ となる条件より、 $\sigma_y = \nu \sigma_x$ となる。これらの図より応力載荷の場合、円孔が大きくなると孔縁の応力集中に劣らぬ直応力 σ_y が生じ、 $d/\ell = 0.85$ のとき $\sigma_y/\tau_0 = 16.20$ となる。変形載荷の場合には小さくて、 $d/\ell = 0.85$ のとき $\sigma_x/\tau_0 = 3.10$ である。せん断応力分布は孔が小さいとき辺中央がわずかに大きくなるが、孔が大きくなると、逆に辺中央は小さくなり辺の両端で最大となる分布を示す。

4.2 弹性座屈強度

一様せん断応力を受ける板の座屈応力は座屈係数 k を用いて次式で表す。

$$\tau_{cr} = \frac{k \pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{\ell}\right)^2 \quad \dots \dots \dots (12)$$

無孔板に対する古典解は単純支持の場合 $k = 9.34$ 、固定の場合 $k = 14.71$ である。

変形載荷を受ける有孔板の座屈強度は応力載荷の場合と比較するため、式(11)によって定義した平均せん断応力を用いれば、式(12)を適用できる。したがって座屈強度は座屈係数 k を比較すればよいことになる。Fig.8 と Table 2 に弾性座屈係数と孔の大きさの関係を示す。この図では面外境界条件が単純支持と固定に区分し、面内境界条件は変形載荷に関するものが実線で応力載荷が破線で示してある。全体的に円孔による

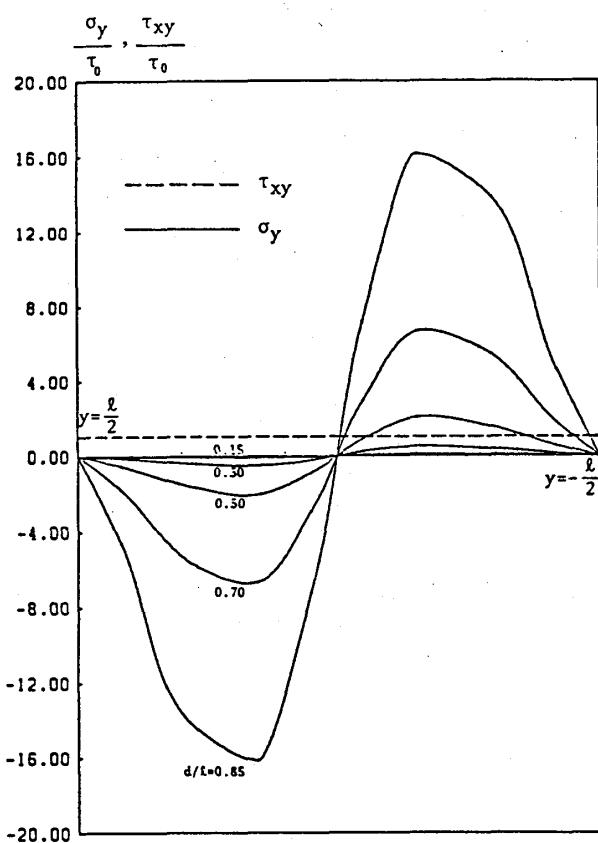


Fig. 6 Stress distribution at boundary under uniform shear stress

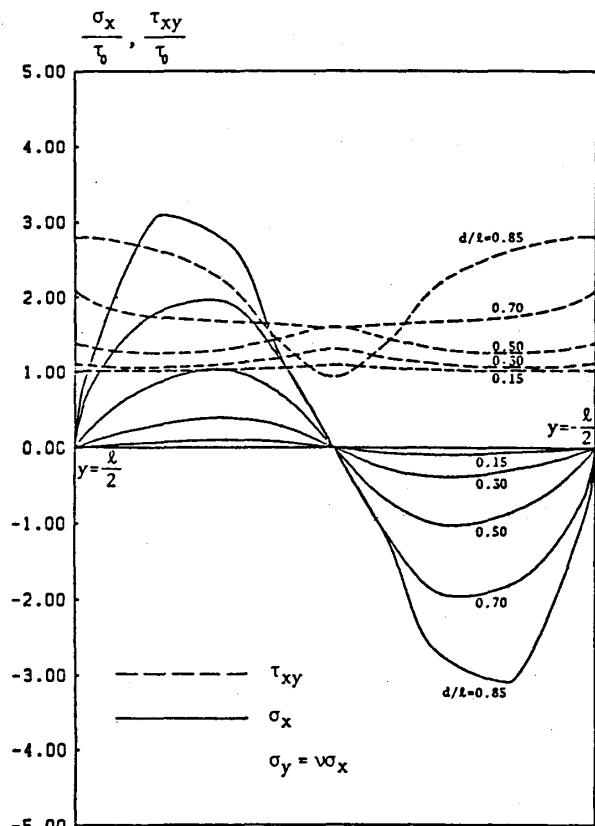


Fig. 7 Stress distribution at boundary under uniform shear deformation

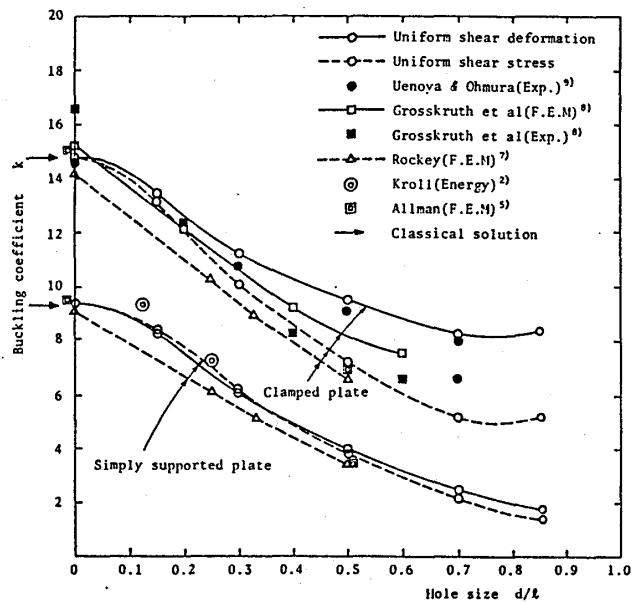


Fig. 8 Variation of elastic buckling coefficients with hole size

Table 2 Elastic shear buckling coefficient k

d/ℓ	Simply supported plate		
	USS*	USD**	USD/USS
0.15	8.39	8.29	0.988
0.30	6.24	6.10	0.978
0.50	3.83	3.92	1.023
0.70	2.13	2.48	1.164
0.85	1.45	1.79	1.234
d/ℓ	Clamped plate		
	USS*	USD**	USD/USS
0.15	13.15	13.46	1.024
0.30	10.11	11.21	1.109
0.50	7.18	9.48	1.320
0.70	5.23	8.23	1.574
0.85	5.22	8.33	1.596

USS* : uniform shear stress

USD** : uniform shear deformation

座屈強度の低下は著しい。

面内境界条件すなわち載荷条件の違いが座屈強度に与える影響を検討するため応力載荷と変形載荷の結果を比較する。単純支持の場合、円孔の小さいとき座屈強度は載荷条件による相違がほとんどみられない。ところが固定の場合、円孔が小さいときから変形載荷の

座屈強度は応力載荷より大きく、 $d/\ell=0.7 \sim 0.85$ の

とき57~60%大きい値を示す。

次に一様せん断変形の荷重条件で、有限要素法を用いて解いたGrosskruthら⁽⁸⁾の結果と比較する。円孔が大きくなると本解析はGrosskruthらの値よりやや大きくなり $d/\ell = 0.6$ のとき17%大きくなる。これは Grosskruth らの要素分割が板の1/4領域において32要素であるのに対して本解析では67要素であり、平面応力解析における要素分割の影響が考えられる。

Fig.9に変形載荷の弾性座屈モードを等たわみ線図として示す。面外境界条件の単純支持と固定の影響が同図によく表われている。なお、応力載荷による座屈モードも変形載荷とほとんど同じであったのでここでは省略する。

4.3 弹塑性挙動および塑性域の拡がり

Fig.10とFig.11に弾塑性応力解析における荷重とせん断変形の関係を示す。応力載荷の場合、周辺境界が直線でないので図中に示すように境界辺の両端を結んだ直線が載荷前の境界辺となす角度を平均せん断変形として横軸にとっている。これらの図において曲線の傾きは有孔板の面内剛性を表す。円孔が大きくなると載荷条件の違いによる差異が顕著となり、変形載荷より強度が著しく大きいことがわかる。すなわち変形載荷は応力載荷より面内剛性、塑性域の発生する荷重および塑性崩壊荷重がそれぞれ大きい。Table 3に塑性崩壊荷重を示しているが、円孔の大きい場合、変形載荷は応力載荷の2~3倍の強度を有する。

Fig.12に塑性域の拡がる状況を示す。図中の番号は最初に降伏したときの荷重段階を表し、番号順に塑性域が拡がる。最初の降伏は対角線上の孔縁で始まり、徐々に周辺に向けて塑性域が拡がる。円孔の小さい場合、この拡がりは最小断面に沿って進展する。応力載荷の場合、塑性域が周辺断面に到達した荷重で崩壊するが、変形載荷の場合、まだ耐荷強度があり塑性域が周辺断面全域を貫通したときに崩壊する。この相違が崩壊強度の差異となる。また、円孔が大きくなると塑性域の拡がり方にも差異が現れ、応力載荷は面内の曲げ変形の影響を強く受けて最小断面と対角線断面の中間断面を塑性域が貫通するパターンとなる。ところが変形載荷は対角線断面を塑性域が貫通するパターンとなり塑性崩壊強度に大きい差が生ずる原因となっている。

4.4 弹塑性座屈強度

単純支持および固定に対する円孔板の弾塑性座屈強度をそれぞれFig.13とFig.14に示す。横軸は幅厚比 ℓ/t に関するパラメータである。幅厚比が大きい場合、すなわち板の周辺を一定とすれば板厚が薄い場合、有

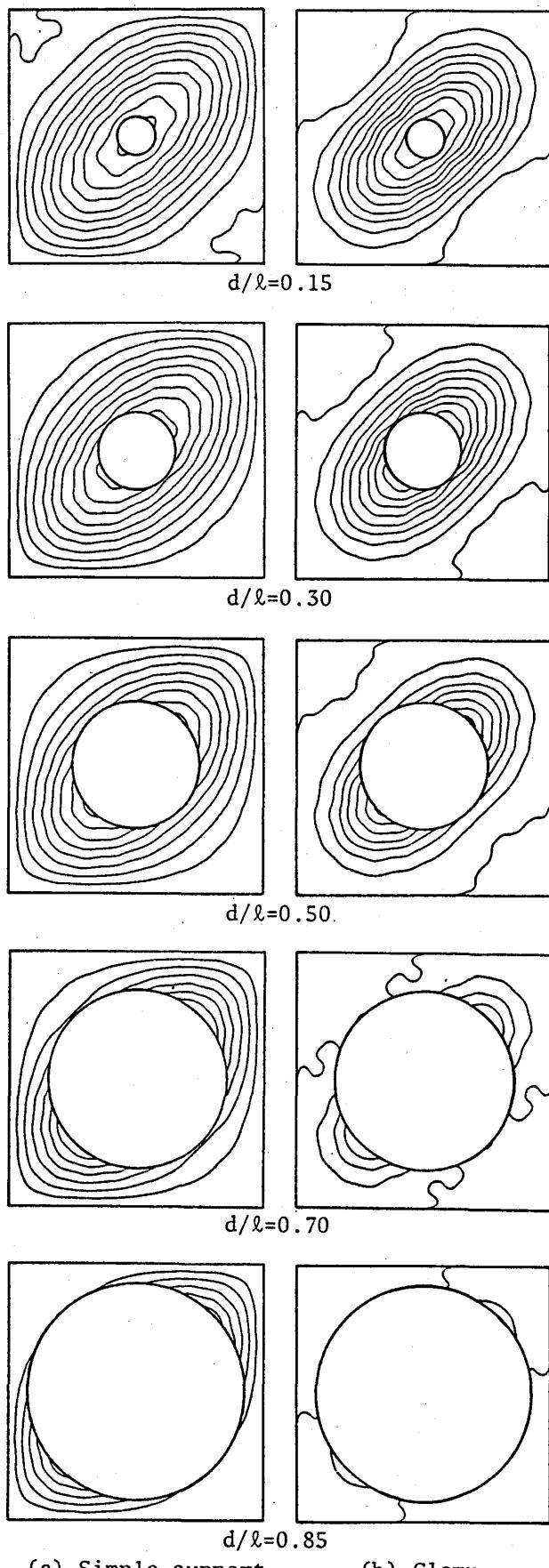


Fig. 9 Elastic buckling mode under uniform shear deformation

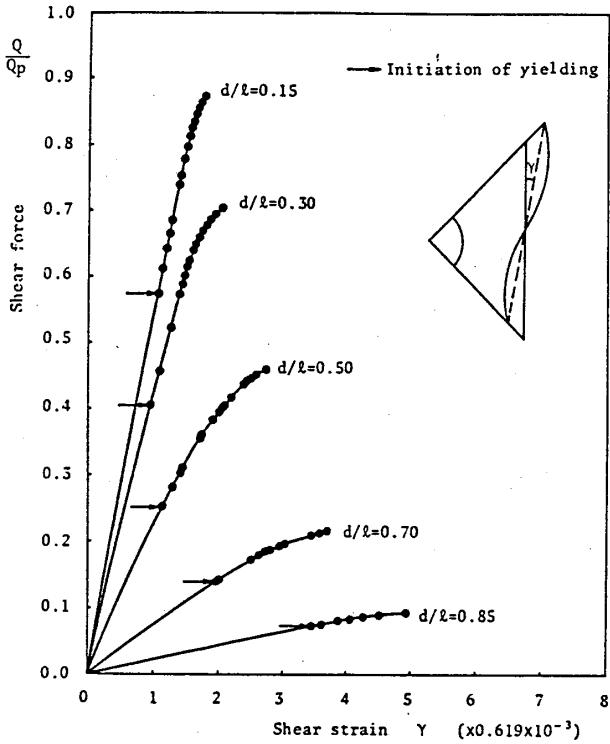


Fig. 10 Load-displacement curve under uniform shear stress

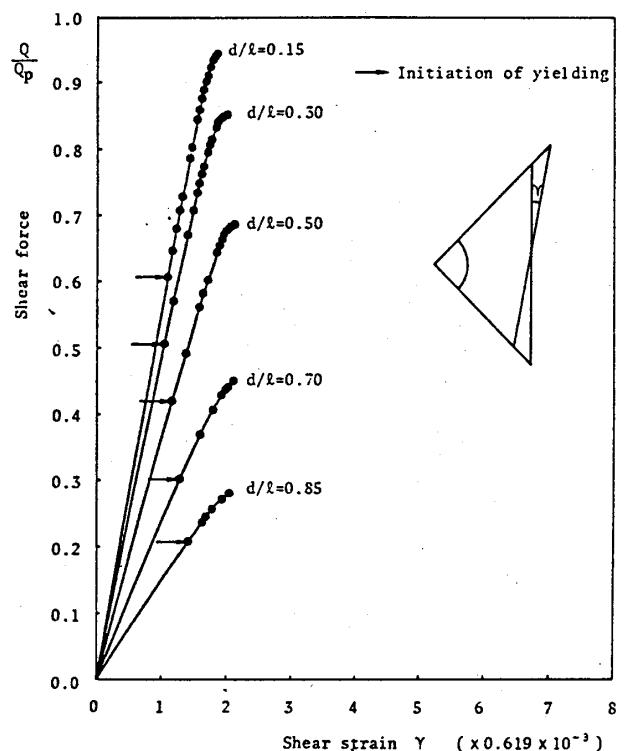


Fig. 11 Load-displacement curve under uniform shear deformation

Table 3 Ultimate shear forces Q/Q_p

d/l	USS*	USD**	USD/USS
0.15	0.871	0.945	1.085
0.30	0.703	0.852	1.212
0.50	0.459	0.685	1.492
0.70	0.216	0.450	2.083
0.85	0.093	0.280	3.011

USS* : uniform shear stress

USD** : uniform shear deformation

孔板は弾性応力状態で座屈する。ところが、図中の矢印より小さい幅厚比では弾塑性座屈となる。図中の黒点は弾塑性応力解析の荷重段階を示している。したがって曲線の最上位の点が塑性崩壊荷重に相当する。

前述の弾性座屈強度で考察したように変形載荷の弾性座屈強度は、孔径とともに応力載荷より大きくなる。ところが弾塑性座屈強度の場合これらの図からわかるように円孔が大きくなるほど、また幅厚比が小さくな

るほど座屈強度の差は弾性座屈以上に大きくなる。すなわち応力載荷に対する変形載荷の座屈強度の比は、弾性座屈の場合 1.00～1.60 であるのに対して弾塑性座屈の場合 1.00～3.01 となる。弾塑性座屈モードは Fig.9 の弾性座屈モードとはほとんど同じであった。

実際の構造物では本解析のような載荷状態はまれで、ほとんどの場合周辺境界はフランジのような補剛材で支持されている。このような場合、周辺の境界条件は本解析の境界条件の中間的なものとなり強度を明確に決定することは困難である。したがって今後フランジなどで支持されている有孔板の研究が必要と思われる。

5. まとめ

中央に円孔を有する正方形板が一様せん断荷重を受けるときの弾塑性座屈解析を Rayleigh-Ritz 法で行った。円孔の大きさは $d/l=0.15\sim0.85$ の範囲で変化させ、載荷条件は一様せん断応力載荷あるいは一様せん断変形載荷とした。応力分布や座屈強度は、円孔の大きさと載荷条件によって大きく変化することが明らかになった。これらの点を列挙すれば次のようにな

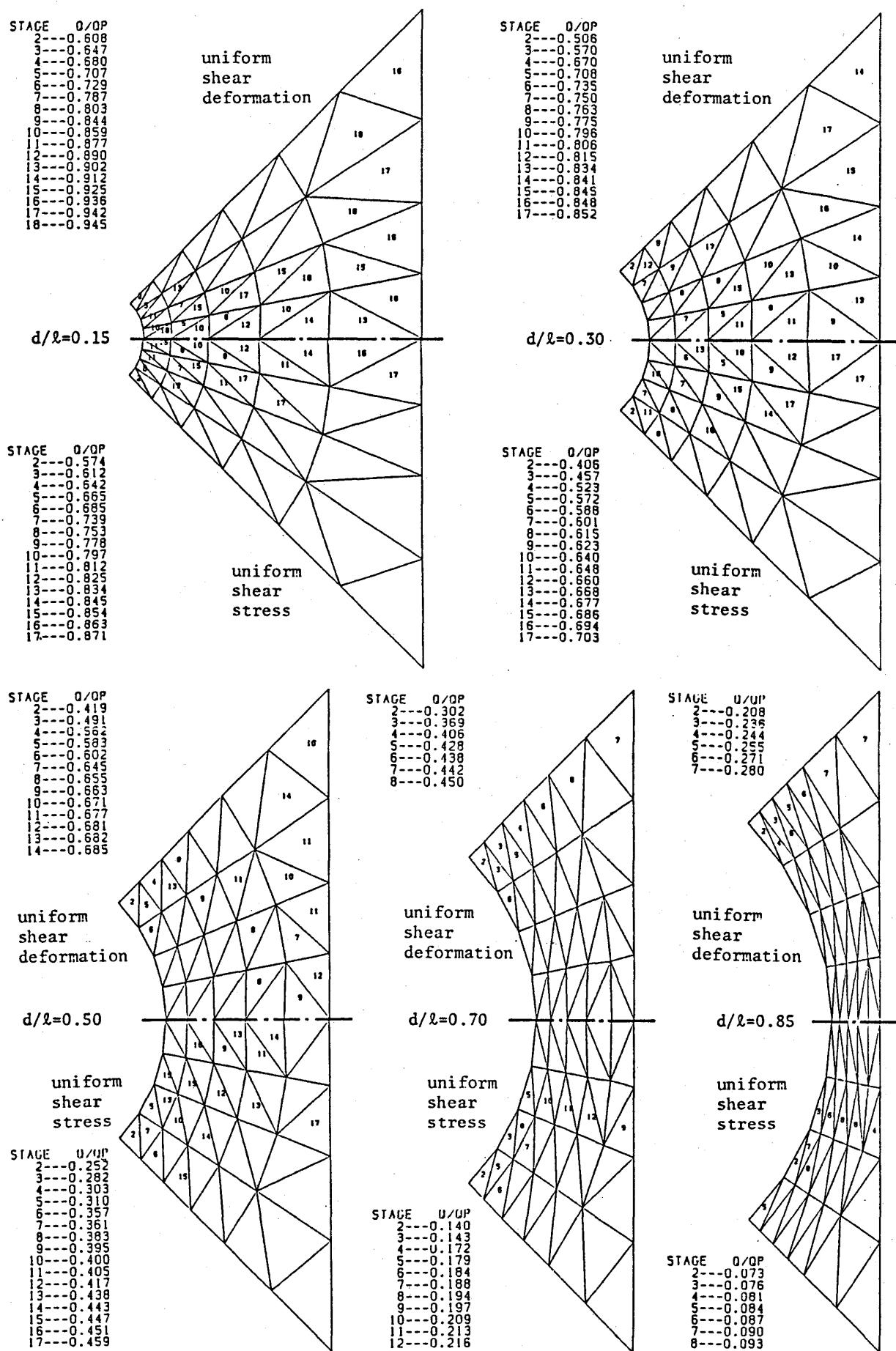


Fig.12 Spread of plasticity

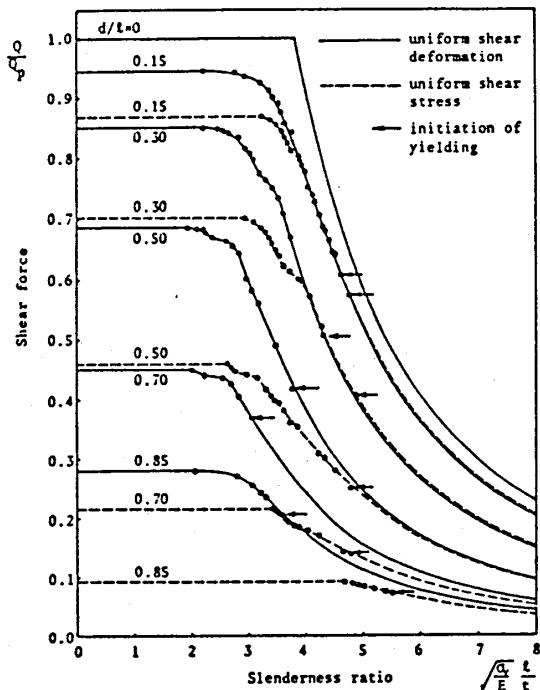


Fig.13 Elastic-plastic buckling of simply supported square plates

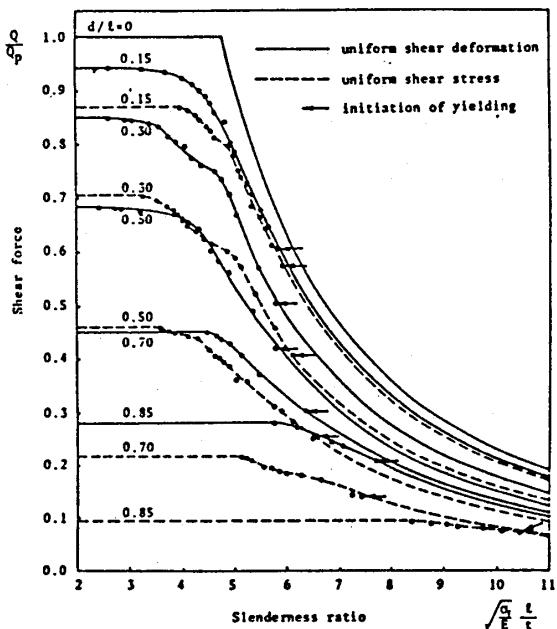


Fig.14 Elastic-plastic buckling of clamped square plates

る。

- (1) 本解析による弾性座屈強度は、円孔が大きい場合、他の著者らによる有限要素法の結果よりやや大きくなる傾向がある。
- (2) 弾性座屈強度は、一様せん断変形載荷が一様せん断応力載荷より大きく座屈強度の差は、円孔の大きさに比例して大きくなる。特にこの傾向は面外境界条件が単純支持より固定の場合に著しい。
- (3) 弹塑性座屈強度における一様せん断変形載荷と一

様せん断応力載荷の差は、弾性座屈強度の差より著しく大きい。

- (4) 孔縁における応力集中は一様せん断応力載荷が、一様せん断変形載荷に比べて円孔が大きくなるにつれて急激に大きくなる。

謝 詞

本研究は、著者が昭和60年度福山大学国内留学研修員として派遣された広島大学において大型コンピュータ HITAC M-200H によって計算した研究成果の一部である。留学研修の機会を与えていたいた本学に謝意を表する。

参考文献

- (1) 西田正孝：応力集中，森北出版，1969
- (2) Kroll, W. D. : Instability in shear of simply supported square plates with reinforced hole, J. Res. Natl. Bur. Stand., Vol. 43, pp. 465 ~472, Nov. 1947
- (3) Rockey, K. C., Anderson, R. G. and Gheung, Y. K. :The behaviour of square shear weds having a circular hole, Symp. on Thin Walled Steel Structures, Universty College of Swansea, Sept. 1967
- (4) 吉識雅夫, 川井忠彦, 大坪英臣：平板の曲げ振動および座屈問題に対するエネルギー法の一般的適用法について(Ⅲ), 造船学会論文集, 第123号, pp. 181~187, 1968年5月
- (5) Allman, D. L. : Calculation of the elastic buckling loads of thin flat reinforced plates using triangular finite elements, Int. J. Num. Meth. Engng, Vol. 9, pp. 415~432, 1975
- (6) Uenoya, M. and Redwood, R. G. : Elasto-plastic shear buckling of square plates with circular holes, Computers and Structurres, Vol. 8, No. 2, pp. 291~300, Jan. 1978
- (7) Rockey, K. C. : The buckling and post-buckling behaviour of shear panels which have a central circular cutout, Internationl Conference on Thin-walled Structures, Institution of Structural Engineers, University of Strathclyde,

- pp. 658~672, 1979
- (8) Grosskurth, Jr, J. F., White, R. N. and Gallagher, R. H. : Shear buckling of square perforated plates, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 102, No EM6, pp. 1025~1040, Dec. 1976
- (9) 上野谷実, 大村裕:円孔を有する固定正方形板の弾性せん断座屈, 構造工学論文集, Vol. 32 A, 1986年4月
- (10) 藤田謙, 吉田宏一郎, 荒井宏範:有孔板の座屈強度について(その2), 造船学会論文集, 第126号, pp. 285~294, 1969年11月
- (11) 藤田謙, 吉田宏一郎, 荒井宏範:有孔板の座屈強度について(その3), 造船学会論文集, 第127号, pp. 161~169, 1970年6月
- (12) Uenoya, M. and Redwood, R. G. : Buckling of webs with openings, Computers and Structures, Vol. 9, No 2-F, pp. 191~199, Feb. 1978
- (13) Wang, C. K. : Theoretical analysis of perforated shear webs, J. appl. Mech., Trans A. S. M. E., Vol. 13, No 2, pp. A-77~A-84, June 1946