

正方形孔を有する極厚補剛材支持の 正方形板の弾塑性せん断座屈強度

上野谷 実*・中村 雅樹*・山田 義人**

Elastic-plastic Shear Buckling Strength of Square Plate with
Square Holes Supported by Extremely Thick Stiffeners

Minoru UENOYA, Masaki NAKAMURA and Yoshito YAMADA

ABSTRACT

Elastic-plastic shear buckling of square plates with square holes is investigated experimentally. The plates are supported by extremely thick stiffeners, and subjected to in-plane shearing deformations through the stiffeners. Ratios of the square hole length to the plate length, a/l , are 0.3, 0.5 and 0.7.

For elastic stresses, finite element analysis shows good agreement with the experimental stresses at the hole edges and along the edges supported by the stiffeners. In this study, experimental buckling strength of perforated plates with the ratios $a/l = 0.3, 0.5$ and 0.7 is 0.78, 0.49 and 0.23 times of the unperforated plates respectively. For all the plates including the previous work, the elastic-plastic buckling strength increases with increasing the thickness of the stiffeners because of restriction of rotations and in-plane shearing deformations at supported edges.

1. まえがき

板の座屈強度は板の形状、荷重条件、周辺の支持条件によって大きな影響をうける。また、この板が孔を有する場合には応力集中、面内剛性の低下などの要因によって座屈強度に著しい影響を受ける。さらに板周辺の境界条件においては面外変形ならびに面内変形に対する境界条件が前述したように座屈強度の増減に著しい影響を及ぼすことである。例えば、図1に示すようにせん断を受ける正方形孔を有する板周辺の面内変形に対する境界条件について考えると、図1(a)は、剛性が小さく板周辺にせん断応力が等分布し、面内方向の変形が拘束されない場合（以下、これを「等分布せん断応力変形」と呼ぶ。）と、図1(b)は、板周辺が非常に大きい剛性によって拘束され一直線を保つような変形をする場合（以下、これを「一様せん断変形」と呼ぶ。）がある。

等分布せん断応力変形と一様せん断変形は荷重条件ならびに変位が明確である為、文献(1)(2)で弾塑性座屈強度

について詳しく報告されている。しかし、実際の構造物においては、補剛材によって支持されている場合が多く面内方向変形に対する拘束条件は補剛材の剛性によって等分布せん断応力変形と一様せん断変形の間になるものと思われる。前回の報告³⁾では、補剛材の厚みと孔の形状を変えることによって座屈強度に及ぼす影響を検討しているが極めて厚い補剛材の影響については報告されていない。

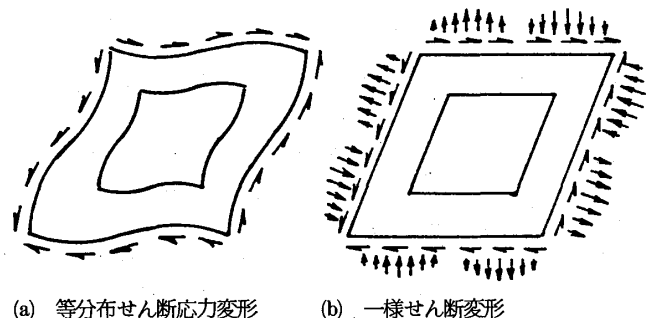


図1 有孔板のせん断変形

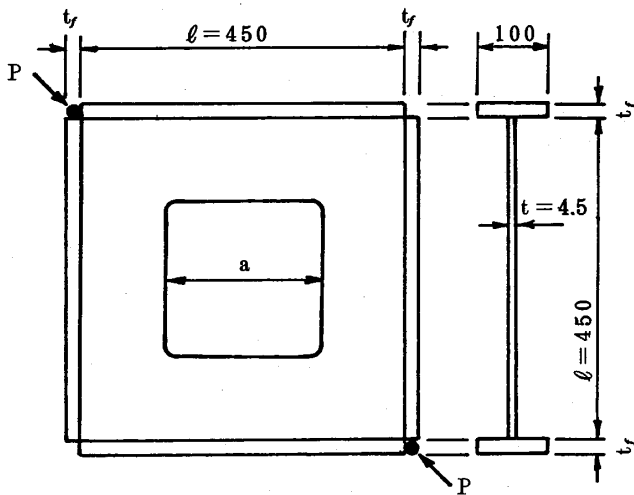


図2 供試体(単位mm)

本報告は、極めて厚い補剛材によって支持され正方形板の中央に正方形孔を有する場合の実験を行ない、補剛材が応力状態や座屈強度にどのような影響を及ぼすか明らかにしようとするものである。

2. 実験方法

2-1 荷重方法および供試体

荷重方法は、図2に示すように試験機の圧縮荷重Pが丸鋼から補剛材を経て板周辺にせん断荷重として作用する方法を用いた。

供試体は、平均板厚 $t = 4.5 \text{ mm}$ の鋼板を一边 450 mm の正方形に切断し、正方形板に補剛材をすみ肉溶接した。実験した板の種類は、正方形孔の辺長 a と板の長さ l に対する比で表わすと $a/l = 0.3, 0.5, 0.7$ の有孔板および無孔板の4種類である。また、孔の隅角部に対する応力集中を緩和させるために $0.1 a$ の丸みをつけた。

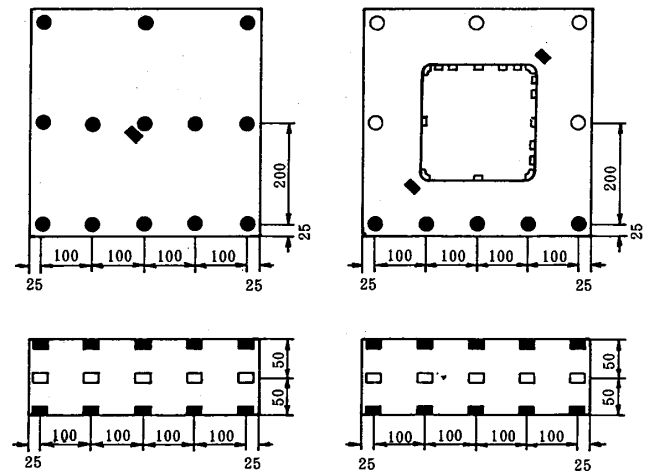
補剛材は、それぞれの孔の大きさに対して巾 100 mm で厚さ $t_f = 50 \text{ mm}$ である。実験に用いた鋼板は構造用軟鋼 S S 41 で引張強度試験の結果は、引張降伏応力 $\sigma_y = 3020 \text{ kgf/cm}^2$ であった。

2-2 ひずみと変位の測定方法

供試体の板が座屈するまでの面内応力や補剛材の軸力および面外の曲げ挙動を測定するために電気抵抗線ひずみゲージ(ゲージ長 5 mm)を図3の位置に貼り付けた。また、板のたわみが最大と予想される位置として、無孔板では板中央、有孔板では荷重軸に垂直な対角線上の孔縁に最小目盛り $1/100 \text{ mm}$ のダイヤルゲージを設置した。

2-3 荷重実験

荷重は、荷重が偏心しないように供試体を設置し、予想座屈荷重の $1/4 \sim 1/5$ のならし荷重を載荷する予備



三軸ひずみゲージ ● 両面
単軸ひずみゲージ ■ 片面

図3 ひずみゲージ貼り付け位置(単位mm)

実験の後、本実験を行なった。局部的塑性域の発生、あるいは座屈挙動の兆候が現われるまで荷重増分を大きくとり、その後は荷重増分を小さくした。弾塑性域での荷重において所定の荷重増分を行なった後も面外変形が進行するので、荷重を一定に保ち面外変位の変化が十分小さくなってから変位やひずみの読取りを行なった。

3. 弾性応力解析

本研究では、正方形孔板の平面弾性応力解析を有限要素法で行なった。用いた要素は、要素内応力一定の三角形要素で、図4に示すような要素分割であり、本要素分割は、前回の報告の解析に使用された要素分割を更に細かくしたものである。また、対称性を利用して実際の計算は正方形板の $1/4$ について図のような境界条件と荷重条件で行なった。

4. 解析および実験結果

4-1 周辺断面の弾性応力

図5に無孔板及び有孔板における周辺近傍 t_1-t_1' および無孔板の中央断面 t_2-t_2' の弾性応力分布を示す。図中の●, ■, ▲は、板の裏表における表面の各応力成分で、それぞれ $\tau_{xy}, \sigma_x, \sigma_y$ を平均した値である。解析および実験値は、次式で定義される平均せん断応力で各成分を除することによって無次元応力として表示したものである。

$$Q = P/2 \dots\dots\dots (1)$$

$$\tau_o = Q/A \dots\dots\dots (2)$$

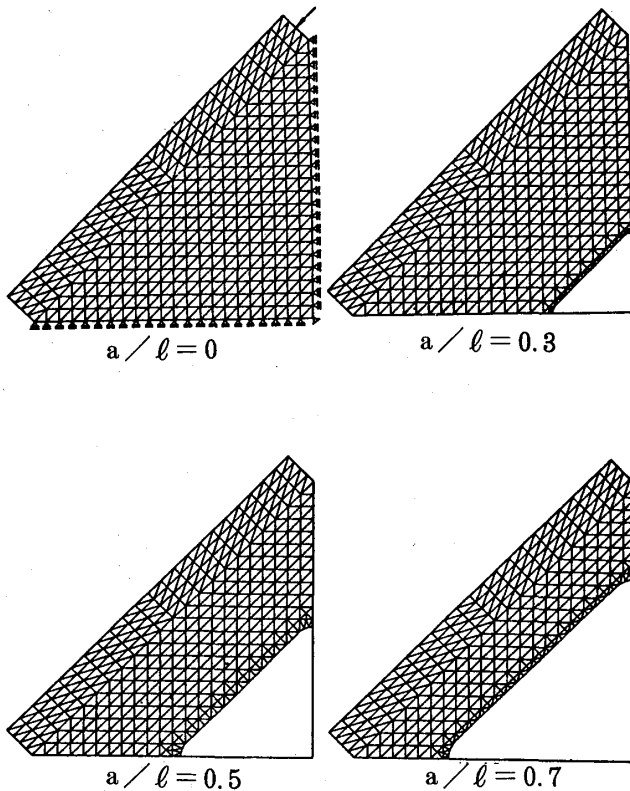


図4 解析に用いた供試体の有限要素分割
($t_f = 50\text{mm}$)

ここに、P：対角線方向の荷重

Q：荷重Pの板の周辺方向への分力

A：正方形板の断面積 ($t \times \ell$)

無孔板における純せん断応力状態は、理論上 $\tau_{xy}/\tau_0 = 1$, $\sigma_x/\tau_0 = \sigma_y/\tau_0 = 0$ である。本実験の供試体および荷重方法では、対角線方向の圧縮力を周辺の補剛材を通じてせん断荷重として板へ作用させるので、純せん断応力状態とは少し異なる応力分布となっている。解析値と実験値を比較してみると良い近似を示している。板の周辺のせん断応力 τ_{xy}/τ_0 の応力分布は、荷重点付近 t_1 から非荷重点付近 t_1' の方向へ漸減する分布をする。前回の報告と比較すると補剛材の剛性が大きくなると漸減する割合は小さくなる。垂直応力 σ_x/τ_0 , σ_y/τ_0 については、ほとんどゼロに近い応力が生じており、かなり、純せん断応力状態に近いことがわかる。また、中央断面 t_2-t_2 においては、せん断応力 τ_{xy}/τ_0 は、ほぼ1に近く、垂直応力 σ_x/τ_0 は、ほとんどゼロであり σ_y/τ_0 は、0.11から0.22の圧縮応力となっている。このことから、純せん断応力状態に近いことがわかる。

有孔板においては、孔が大きくなるにつれ応力分布の

変化が大きくなっている。これは、荷重点付近の応力集中と補剛材による面内変形の拘束の影響が増大するために生じたものと思われる。また、解析値と実験値を比較してみると、 $a/\ell = 0.7$ の荷重点付近において、せん断応力が解析値と比較してかなり小さい値を示す以外は、いずれの場合も実験値と解析値はよく近似している。

4-2 孔縁の応力

図6に有孔板の孔縁における接線方向垂直応力 σ_θ/τ_0 の解析値と実験値を示す。図に示しているように $a/\ell = 0.5$ の荷重点付近を除きいずれの場合も実験値は解析値によく近似している。これは、先に行なわれて来た研究による有限要素法解析の解析値では要素が粗く最大応力の生じる位置である対称象軸上での応力を精度よく求めることができなかった。それに対し本研究は、その要素分割をさらに細かくしたため良く近似したものである。

4-3 座屈挙動

図7に荷重Pと面外たわみ δ の関係を表わすP- δ 曲線を示す。表1に荷重荷重前に測定した最大初期たわみ $\delta_{0,max}$ と板厚tの比 $\delta_{0,max}/t$ を示す。この表から最大初期たわみはすべて板厚の1/2以下であることから座屈強度への影響はほとんどないものと考えられる。

無孔板では、座屈荷重の80%付近になると徐々にたわみが現われて来て座屈荷重に近づくと急激にたわみが増加する典型的な弾塑性座屈挙動を示した。塑性崩壊荷重に近い座屈のために座屈とともに塑性域が急激に拡大するので後座屈強度はみられない。

有孔板の場合、無孔板とよく似た座屈挙動を示しており座屈荷重付近で急激に大きいたわみを生じている。これは、補剛材が極めて剛なために座屈荷重よりかなり小さい荷重段階で発生した塑性域が補剛材によってその拡大が拘束されるためと思われる。これは補剛材の剛性が小さい場合にはみられなかった現象である。

図8に座屈後の面外たわみの等高線を示す。図から無孔板および有孔板の孔が小さい場合、板全域で座屈によるたわみを生じ孔が大きくなると非荷重方向隅角部に局部的にたわみが集中することがわかる。このことは、先に行なわれた研究結果と同じである。

4-4 座屈強度

純せん断を受ける単純支持無孔板の弾性座屈応力 τ_{e0} は次式で与えられる。これと実験を行なった補剛材支持の無孔板および有孔板との比を表2に示す。ただし、補剛材厚 $t_f = 12, 19, 25\text{mm}$ の値は、前回の研究結果である。

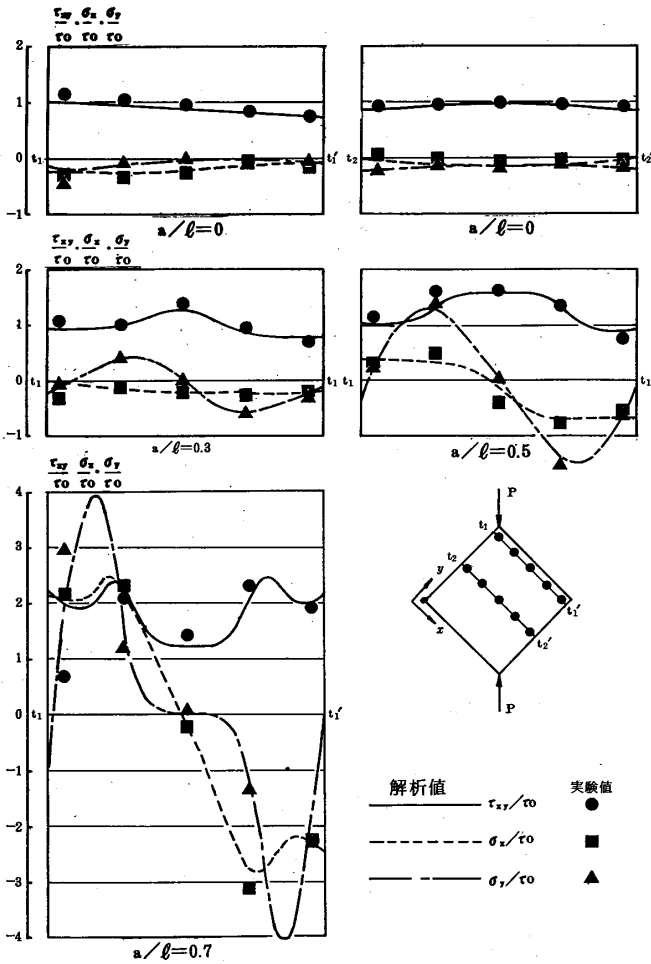


図5 周辺上の中央面における弾性応力分布
($t_f = 50 \text{ mm}$)

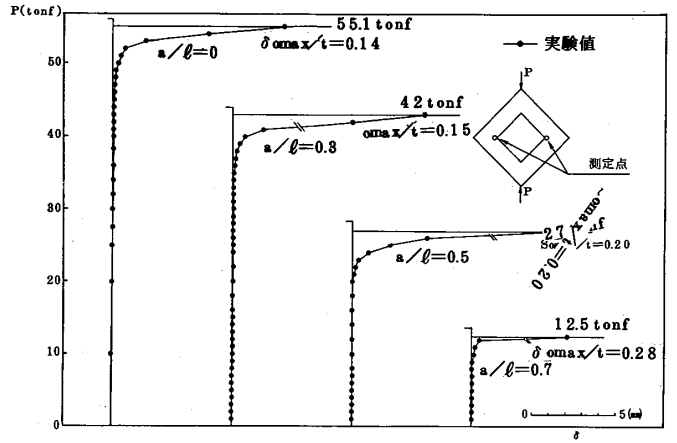


図7 荷重-たわみ曲線

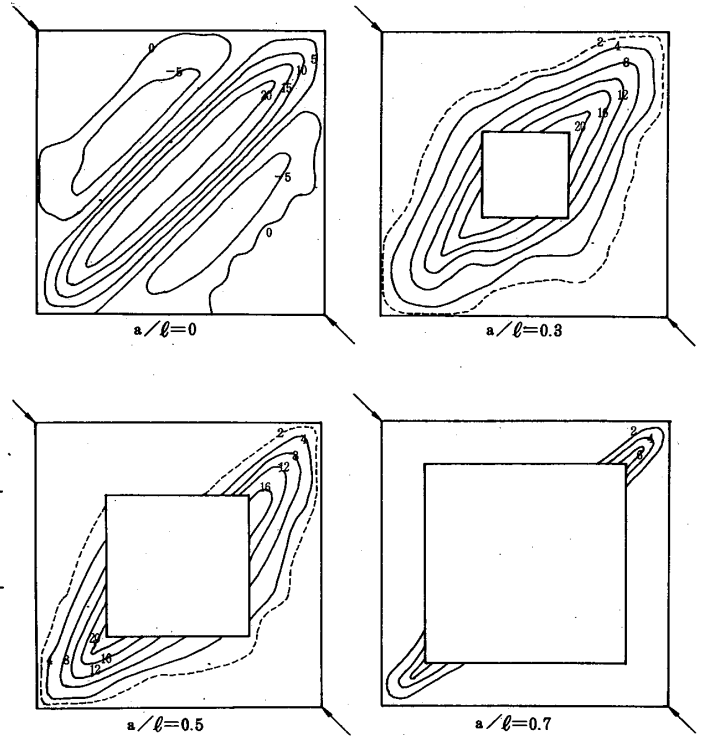


図8 座屈後の面外たわみ (単位mm)

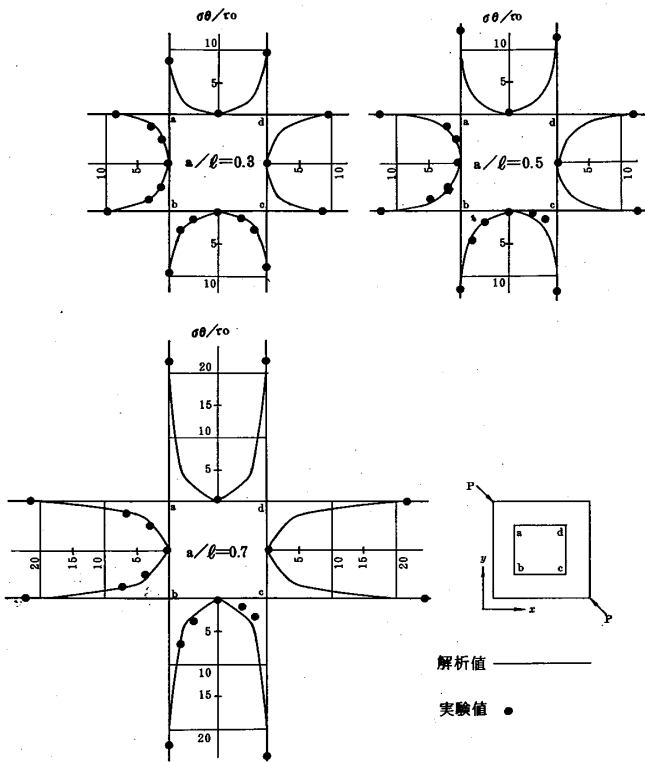


図6 孔縁の弾性応力分布 ($t_f = 50 \text{ mm}$)

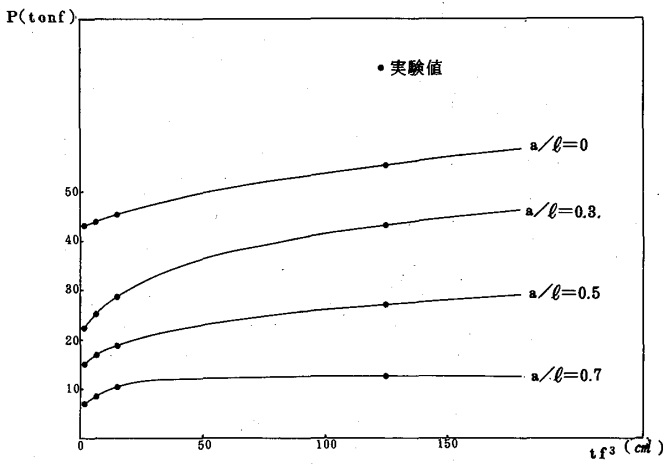


図9 補剛材厚と座屈強度の関係

表1 最大初期たわみ δ_{0max} / t

a / ℓ	$\delta_{0max} (mm)$	δ_{0max} / t
0	0.63	0.14
0.3	0.66	0.15
0.5	0.88	0.20
0.7	1.27	0.28

$$\tau_{cro} = \frac{9.34 \pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{\ell}\right)^2 \dots\dots\dots (3)$$

無孔板の本実験による座屈強度は、補剛材厚 $t_f = 12, 19, 25mm$ に対してそれぞれ 15, 13, 10% 小さいことが前回の実験により明かである。しかしながら補剛材厚 $t_f = 50mm$ については逆に 9% 大きい値である。また、有孔板においては、 $a / \ell = 0.3 \sim 0.7$ の孔に対して 84 ~ 25% の座屈強度であった。さらに、前回、報告された補剛材厚 $t_f = 25mm$ に対する今回の $t_f = 50mm$ の座屈強度は $a / \ell = 0 \sim 0.7$ に対して、それぞれ、21, 47, 49, 19% の増加であった。これは、本実験での荷重方法では補剛材厚が大きくなると純せん断に近い応力状態になるとともに補剛材による板の回転拘束の影響によって座屈荷重が増大するものと思われる。しかし、この現象も円形孔に比べて正方形孔は孔形が大きくなるほどその応力集中が大きいため座屈強度を増加させる効果は、 $a / \ell = 0.3 \sim 0.5$ まで、 $a / \ell = 0.7$ ではあまり効果はみられない。

補剛材厚の異なる無孔板に対する有孔板の座屈強度を表3に示す。これによれば、孔の大きさ $a / \ell = 0 \sim 0.7$ の座屈強度は $t_f = 12 \sim 50mm$ に対して、それぞれ、

0.51 ~ 0.78, 0.35 ~ 0.49, 0.16 ~ 0.23 であることから孔が大きくなるにつれ座屈強度は著しい低下を示すことがわかる。

図9に補剛材厚と座屈強度の関係を示す。これによると、無孔板及び有孔板の $a / \ell = 0.3, 0.5$ については補剛材の厚みを大きくすることで座屈強度は大きくなるが、増加の割合は小さくなる傾向が認められる。

正方形孔を有する板の弾塑性せん断座屈に関する解析値はない。ここでは実験値と比較する解析値として円孔板に対する解析値を図10に一樣せん断変形と等分布せん断応力変形の弾塑性座屈曲線を、図11に孔の大きさと座屈強度の関係を示す。縦軸の Q_p はミゼスの降伏条件における塑性せん断応力と周辺の断面積との積であり次式で定義するせん断力である。

$$Q_p = \sigma_v \cdot A / \sqrt{3} \dots\dots\dots (4)$$

図10の補剛材厚 $t_f = 50mm$ について、無孔板では、約9%おおい。有孔板では、 $a / \ell = 0.3$ について、一樣せん断変形の解析値に比べ約21%大きく、 $a / \ell = 0.5$ では、一樣せん断変形の解析値に等しい。しかし、 $a / \ell = 0.7$ については、一樣せん断変形の解析値に比べ約37%小さい。

図11において、解析値は円孔形に対するものであるから実験値は正方形孔を面積の等しい円孔に換算した値をプロットして比較する。補剛材厚が増すにつれ等分布せん断応力変形の解析値から一樣せん断変形の解析値に移行していくことは、前回の研究により明かである。さらに補剛材厚 $t_f = 50mm$ についてみると、 $a / \ell = 0 \sim 0.5$ については、一樣せん断変形の解析値よりそれぞれ 12%, 29%, 17% 大きいが、 $a / \ell = 0.7$ は、一樣せん断変形の解析値より小さくなっている。これは、補剛材が厚くなるほど純せん断に近い荷重状態になると周辺境界における面外への回転拘束が大きくなることと原因と思われる。しかし、この影響も孔が大きくなると円孔と異なり正方形孔は応力集中が著しく、これが前述の強度を増加させる要因を上まわるため $a / \ell = 0.7$ では座屈強度の増加はわずかである。これは、あまりにも孔が大きくなると補剛材による面内剛性の増加より孔縁の隅角部からの降伏領域の拡大の影響より対角線上における塑性貫通による影響の方が大きいためと思われる。

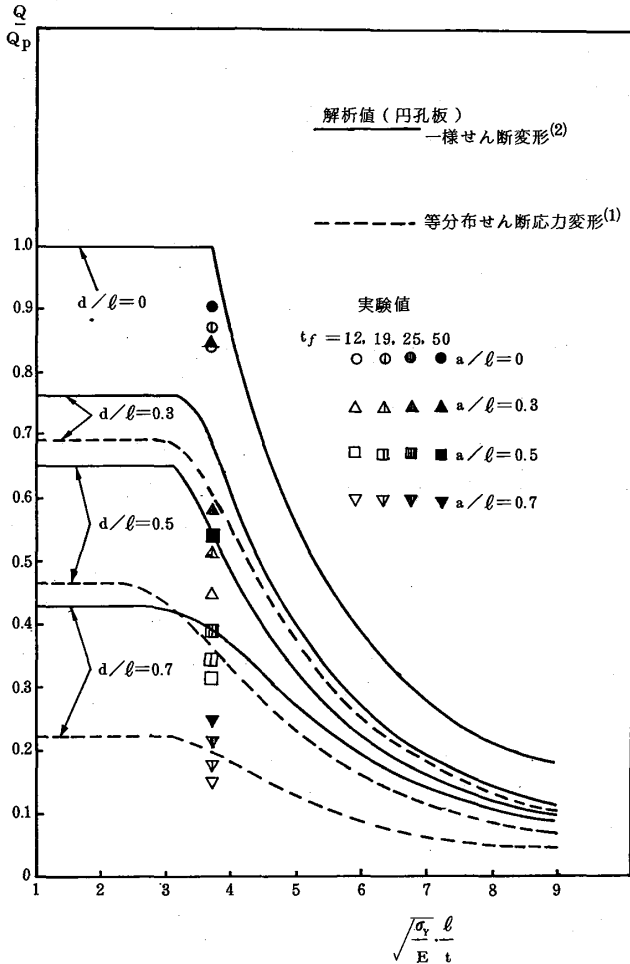


図10 一様せん断変形と等分布せん断応力変形の弾塑性せん断座屈曲線(単純支持)と実験値の比較

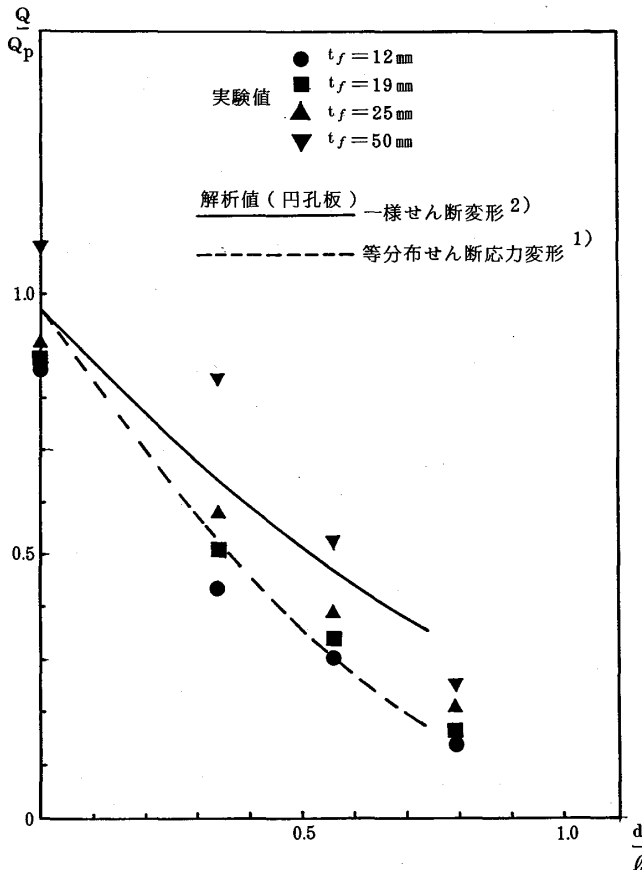


図11 孔の大きさと座屈強度の関係

表2 無孔板の純せん断弾性座屈強度に対する座屈強度

補剛材厚 t_f (mm)	正方形の大きさ a/l			
	0	0.3	0.5	0.7
12	0.85	0.43	0.30	0.14
19	0.87	0.51	0.34	0.17
25	0.90	0.57	0.37	0.21
50	1.09	0.84	0.55	0.25

表3 補剛材厚の異なる無孔板に対する有孔板の座屈強度

補剛材厚 t_f (mm)	正方形孔の大きさ a/l			
	0	0.3	0.5	0.7
12	1.00	0.51	0.35	0.16
19	1.00	0.59	0.39	0.19
25	1.00	0.64	0.42	0.23
50	1.00	0.78	0.49	0.23

5. まとめ

正方形孔を有する正方形鋼板が周辺で極めて剛性の大きい補剛材に支持され、せん断荷重を受けるときの弾塑性座屈実験を行ない、弾性応力分布、弾塑性せん断座屈挙動および座屈強度を解析結果と比較検討した結果、本実験の範囲内で次のようなことが明らかになった。

- (1) 本実験での応力分布状態は解析値によく近似しており純せん断応力に近い状態である。
- (2) 座屈荷重は孔を有することによって著しく低下する。実験による有孔板の無孔板に対する座屈程度は孔の大きさ $a/l = 0.3 \sim 0.7$ に対し、それぞれ、0.78, 0.49, 0.23である。
- (3) 補剛材を厚くすることで座屈強度は著しく増加する。補剛材厚 $t_f = 25\text{ mm}$ に対して補剛材厚 $t_f = 50\text{ mm}$ の座屈強度は、19~49%も増加する。
- (4) 補剛材厚が $t_f = 25 \sim 50\text{ mm}$ の範囲において補剛材が厚くなるほど、支持辺の面外方向回転と面内方向変形の拘束が強まり座屈強度が増加する。
- (5) 補剛材が剛であるため面外剛性が大きく、そのために面外変形が大きい拘束力を受け座屈荷重の70%~80%の付近まで目立った面外変形は起こらない。

参考文献

- (1) M. Uenoya and R. G. Redwood, Buckling of webs with openings, Computers and Structures, vol. 9, No. 2-F, Fed. 1979.
- (2) 大村裕, 上野谷実, 向井博之, 円孔を有する正方形板の座屈強度について, 第31回土木学会中国四国支部学術講演概要, 1979年.
- (3) 上野谷実, 滝川英樹, 正方形孔を有する正方形板の弾塑性せん断座屈に関する実験的研究, 福山大学工学部紀要, 第6号, 1984年.
- (4) 上野谷実, 原田和秋, 補剛材で支持される有孔板の弾塑性せん断座屈強度に関する実験的研究, 福山大学工学部紀要, 第4号, 1982年.
- (5) 上野谷実, 岡田雅博, 有孔板の弾塑性せん断座屈強度に及ぼす周辺支持補剛材の影響, 福山大学工学部紀要, 第5号, 1983年.