

# 駅勢圏決定のための理論モデル

三輪利英\*・近藤勝直\*

## A Theoretical Model of Railway Commuters' Area around the Station in Suburban Area

Toshihide MIWA and Katsunao KONDO

### ABSTRACT

This paper describes the scope of the railway commuters' area around the station in a suburban area by geometric approach. First, under the assumption that the railway line has a infinite numbers of stations, the area that railway line covers is analyzed. The residents in this area are expected to use railway in making a trip to the city center. On the other hand, the residents outside the area make a direct trip to the city center without mode mix. Secondly, we pay attention to a microscopic state between stations along the railway line. The boundary line between the area that the station covers and that of neighboring station is resulted to be a hyperbola.

### 1. 路線圏決定モデル

#### 1. 1 混合トリップの基本モデル

まず混合トリップ (= 1トリップが複数の交通手段の組合せで構成されるトリップ) の生起に関する分析を行うための基本的なモデルを提示する。

今、問題を簡単にするために、交通手段としては鉄道とバスの2種類だけを考えよう。図1に示す鉄道ネットワーク(駅は無数にある)と、バスネットワーク(無数に存在する)のもとで、A点よりB点へ移動するトリップメーカーの混合トリップを問題にする。

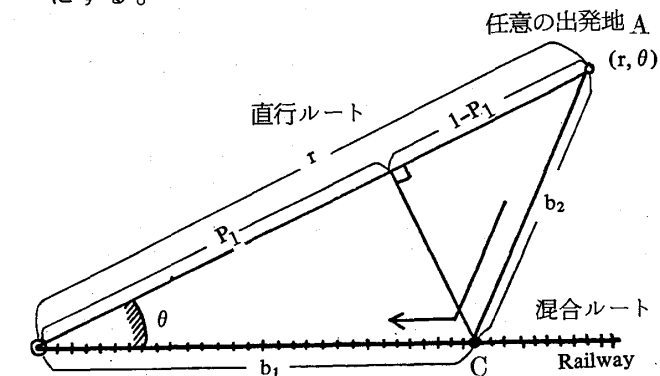


図1 基本ネットワーク

鉄道ならびにバスはそれぞれ一般化された単位距離当りの所要時間 (generalized time per unit distance)  $T_1, T_2$  をもっているものとする。すなわち、

$$T_1 = t_1 + \lambda^{-1} m_1 \quad (1)$$

$$T_2 = t_2 + \lambda^{-1} m_2 \quad (2)$$

ここに

$t_1, t_2$ : 鉄道, バスの単位距離当りの所要時間(分)

$m_1, m_2$ : 鉄道, バスの単位距離当りの運賃(円)

$\lambda$ : トリップメーカーの持つ時間評価値(円/分)

このとき、A点を出発しB点に向かうトリップメーカーが直面しているルート選択枝は、A点からB点へダイレクトにバスを利用する直行ルートと、A点からC点までバスを利用し、C点で鉄道に乗継ぐところの混合ルートの2本である。ここでの問題は、混合ルートの一般化時間が最小となる地点Cを見つけることにある。

図1の幾可学的性質より

$$d_1 = P_1 r / \cos \theta \quad (3)$$

$$d_2 = r \sqrt{P_1^2 / \cos^2 \theta - 2P_1 + 1} \quad (4)$$

ここに

$r$ : AB間の直線距離

$\theta : \angle ABR$

$P_1$ : 線分  $\overline{AB}$  上に占める鉄道利用距離  $d_1$  の  
相対距離 (線分  $\overline{AB}$  上での鉄道利用率)

このとき, 混合ルート  $A \rightarrow C \rightarrow B$  の総一般化  
時間  $G$  は

$$G = T_1 d_1 + T_2 d_2 \\ = T_1 P_1 r / \cos \theta + T_2 r \sqrt{P_1^2 / \cos^2 \theta - 2P_1 + 1} \quad (5)$$

と表わせるから, (5)式を最小にする地点は,  $dG/dP_1 = 0$  より,

$$P_1 = \cos^2 \theta (1 - \tan \theta \sqrt{\frac{k}{1-k}}), k = (T_1 / T_2)^2 \quad (6)$$

と求められる。ただし  $T_1 < T_2$  を仮定。

この結果, 最適な乗継点の位置は(6)式から判るよ  
うに, 角度  $\theta$  と交通手段の一般化時間の比  $k$  にのみ  
依存することとなる。

以上の最適混合ルート決定モデルを基本モデルと  
呼び, 後段の路線圏モデルにおいて活用される。

### 1. 2 路線圏決定モデル

上記基本モデルにおいては, 最適混合ルートの条  
件が導出されたが, ここでは, その最適混合ルート  
を利用した場合の一般化時間と, 直行ルートの一般  
化時間が均等する地点の軌跡を求めてみる。これは,  
とりも直さず, 対象とする鉄道路線の路勢圏を規定  
することになるからである。両ルートの一一般化時間  
を等しいと置く

$$rT_2 = d_1 T_1 + T_1 \sqrt{r^2 + d_1^2 - 2rd_1 \cos \theta} \quad (7)$$

(7)式に(3), (6)式を代入して展開し整理すると,  
(1+k)  $\cos \theta - \sqrt{k(1-k)} \sin \theta = 2\sqrt{k}$  (8)  
を得る。ここに  $k = (T_1 / T_2)^2$ 。

(8)式を満足する  $\theta$  を  $\theta^*$  とすると,  $\theta^*$  は  $k$  だけ  
の関数となっている。この軌跡は角度  $\theta^*$  の直線であ  
り, この直線上では, 直行ルートと最適混合ルート  
の一般化時間は全く等しく, ルート選択は無差別  
である。この様子が図2に描かれている。ハッチン  
グ領域がこの鉄道路線の路線圏である。

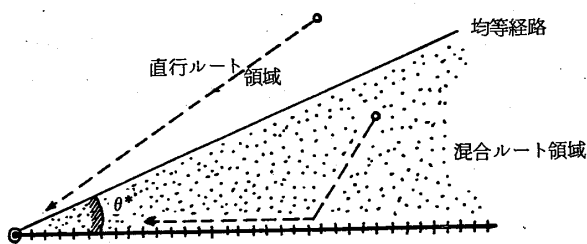


図2 路線圏図

### 1. 3 路線圏決定モデル(2)

つぎに, 競合する鉄道路線がある場合の路線圏に  
ついて考えてみよう。

まず, 先述の均等線がオーバーラップしない場合,  
すなわち, 路線Aの均等線角度を  $\theta_A^*$ , 路線Bの均  
等線角度を  $\theta_B^*$  とするとき, この和  $\theta_A^* + \theta_B^*$  が,  
路線の夾角より小さい場合は, 図3のように, 二つ  
の路線圏の間に空白地帯 (= 直行ルート領域) が生  
ずる。

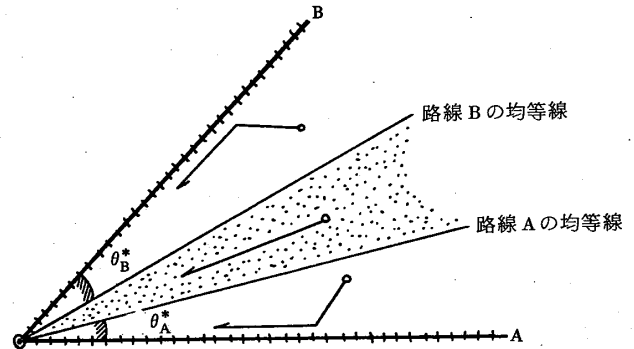


図3 路線競合のケース(1)  
〔 $\theta_A^* + \theta_B^* < \text{夾角}$ 〕

一方,  $\theta_A^* + \theta_B^* > \text{夾角}$  という場合には, 図4のよ  
うに両路線圏がオーバーラップしてしまう。この場  
合, 路線Bの均等線と路線Aではさまれる領域は,  
路線Aを利用する混合ルートの領域となり, 一方,  
路線Aの均等線と路線Bとではさまれる領域は, 路  
線Bを利用する混合ルートの領域となる。しかし,  
両均等線ではさまれる部分については, さらに検討  
が必要となる。この場合は, 二つの最適混合ルート  
の一般化時間が均等する条件を新たに導く必要があ  
る。すなわち, 図5を参考にして, 両ルートの均等  
条件は  $b_1 T_2 + T_1 \sqrt{r^2 + b_1^2 - 2rb_1 \cos \theta_1} = b_2 T_3 +$

$$T_1 \sqrt{r^2 + b_2^2 - 2rb_2 \cos \theta_2} \quad (9)$$

ここに  $(r, \theta_1, \theta_2)$ : 出発点の座標

$T_1$ : バスの単位距離当り一般化時間

$T_2, T_3$ : 路線A, Bの単位距離当り一般  
化時間

$$b_1 = r \cos^2 \theta_1 (1 - \tan \theta_1 \sqrt{\frac{k_1}{1-k_1}}), k_1 = (T_1 / T_2)^2$$

$$b_2 = r \cos^2 \theta_2 (1 - \tan \theta_2 \sqrt{\frac{k_2}{1-k_2}}), k_2 = (T_1 / T_3)^2$$

結局, (9)式と

$$\theta_1 + \theta_2 = \text{const.} \quad (\text{路線間夾角}) \quad (10)$$

を同時に満足する  $(\theta_1, \theta_2)$  を  $(\theta_1^*, \theta_2^*)$  とすると、これが路線圏境界を表わすことになる。この領域を図6に示す。いずれにしても、このケースでは直行列の領域はない。

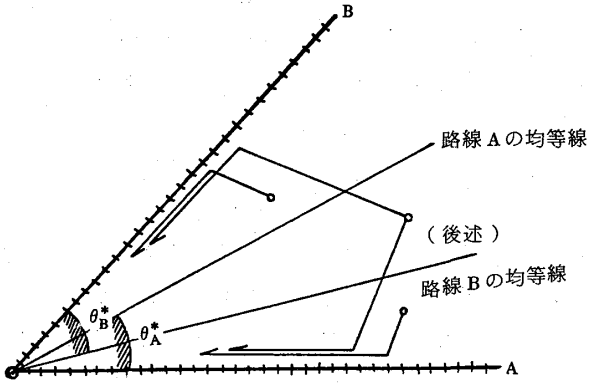


図4 路線競合のケース(2)  
〔 $\theta_A^* + \theta_B^* > \text{夾角}$ 〕

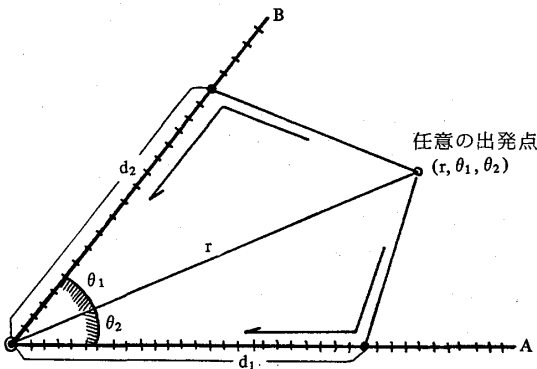


図5 路線競合のケース(2)'

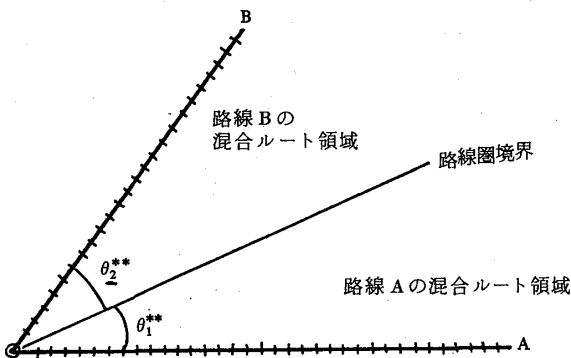


図6 路線競合のケース(2)''

## 2. 駅勢圏決定モデル

前節で路線圏の概形が明らかになったので、つぎに本節では、前節で求められた路線圏内の領域でトリップメーカーがどの駅を選択するかを決定するモデルについて考えてみよう。前節では駅は無数があると想定してモデルを構成したが、本節で対象とするのは駅が離散的に存在する場合である。図7のケースについて考えてみよう。トリップメーカーはA駅、B駅のいずれを選択するのが有利となるであろうか。この場合も先段と同様に、両駅を利用した場合の一般化時間が均等となる点の軌跡を求めてやれば、それが駅勢圏境界となっているはずである。

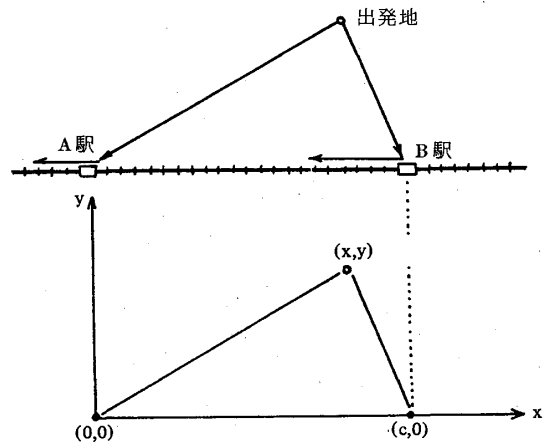


図7 駅勢圏のモデル

簡単のため、座標を用いて求めてみよう。図中、 $(x, y)$  は出発点の座標、目的地は座標原点  $(0, 0)$ 、駅間距離は  $c$ 、鉄道の単位距離当り一般化時間は  $d$ 、駅へのアクセス手段の単位距離当り一般化時間を  $e$  としている。ただし、 $d < e$  とす。このとき、出発点からA駅までの両ルートの一般化時間の均等式は

$$e\sqrt{x^2+y^2} = e\sqrt{(c-x)^2 + y^2} + d \cdot c \quad (11)$$

と表わされる。ここで  $dc/e = f$  と置き、(11)式を展開してゆくと整理したのちにつきのように書くことができる。

$$\frac{(x-c/2)^2}{f^2/4} - \frac{y^2}{(c^2-f^2)/4} = 1 \quad (12)$$

これは双曲線を標準形で表わしたものに他ならない。これを図8に示す。漸近線は、

$$y = \pm \frac{f}{\sqrt{c^2-f^2}} \left(x - \frac{c}{2}\right) \quad (13)$$

となり、駅間2等分点で交差する。双曲線は2本存

在するが、問題の性質上、右半分が有効となる。具体的な局面では、図9のように駅勢圏が描かれることになる。

ここで、さらに先ほどの路線圏のエリアを重ねると、図10のように一つの鉄道沿線についての駅勢圏図を書くことができる。

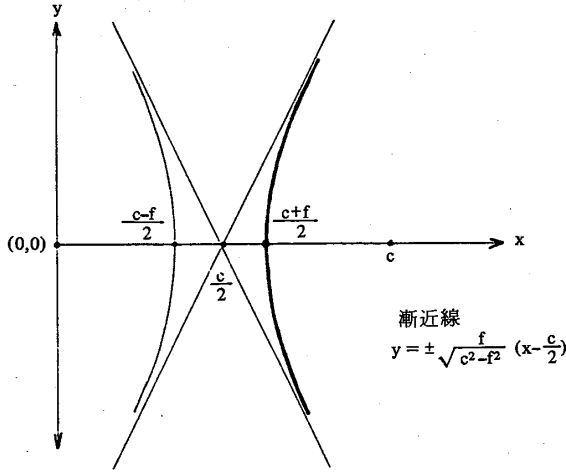


図8 双曲線図

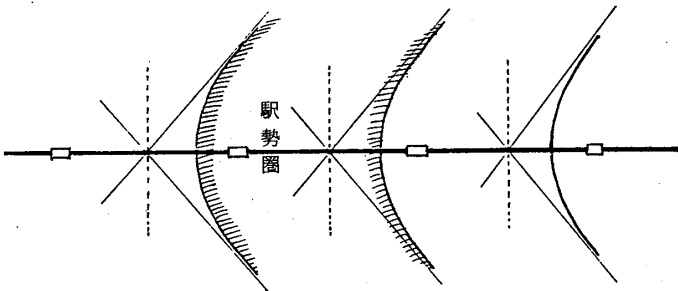


図9 駅勢圏

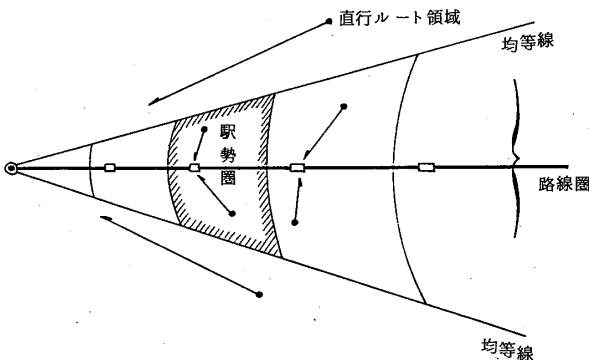


図10 路線圏と駅勢圏

以上が路線圏および駅勢圏決定のための基本的なモデルである。これをベースにして、いくつかのバリエーションを用意することにより、実際の局面への応用が可能となる。

### 3. 路線圏/駅勢圏モデルの感度分析

まず最初に、路線圏を規定しているのは、(8)式で見てきたとおり、二つの交通手段の単位距離当りの一般化時間の比率  $k (= T_1^2/T_2^2)$  である。この  $k$  の変化につれて、均等線  $\theta$  はどう変化するであろうか。(8)式、すなわち

$$(1+k) \cos \theta - \sqrt{k(1-k)} \sin \theta = 2\sqrt{k}$$

は、以下のように  $\theta$  と  $k$  に関して分離形に直すことができる。

$$\sin \theta = \frac{-k\sqrt{1-k} + \sqrt{1+k-k^2-k^3}}{1+3k} \quad (14)$$

定義により、 $1 > k > k^2 > k^3$  であるから、(14)式右辺は正となる。 $\theta$  と  $k$  の関係は少し数値計算を試みると、 $k$  の増大につれて  $\theta$  がほぼ直線的に減少していくところの減少関数であることが確かめられる。したがって、一般化時間比  $k$  が大きくなると、均等線と鉄道路線とのなす角度  $\theta$  は小さくなってゆく。いいかえると、鉄道へ乗り継ぐメリットが失われてゆくわけであるから、路線圏は縮小し、直行ルート領域が支配的となる。

逆に、鉄道のサービス水準が上昇し、アクセス手段に対する優位性を増せば増すほど、鉄道への乗継ぎが有利となるので路線圏は拡大することになる。

つぎに駅勢圏を規定しているのは、図8から明らかごとく、二つの漸近線の傾き  $\pm f/\sqrt{c^2-f^2}$  と、双曲線が  $x$  軸を切る点の座標、 $(c+f)/2$  の大きさである。前段の議論との整合を図るため

$$T_1 = d, \quad T_2 = e$$

とおけば、 $f = dc/e = T_1^c/T_2$  と書き直されるので、漸近線の傾きは

$$f/\sqrt{c^2-f^2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right) / \sqrt{1 - \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2}$$

$x$  軸切片は

$$(c+f)/2 = (1+T_1/T_2)c/2$$

と書くことができる。したがって、ここで

$$k = (T_1/T_2)^2 \text{ を用いれば、結局}$$

$$\text{漸近線の傾き} = \sqrt{\frac{k}{1-k}} \quad (15)$$

$$x \text{ 軸切片} = (1+\sqrt{k})c/2 \quad (16)$$

となる。いま、我々は、鉄道を優等モード、バスないしアクセス手段を劣等モードと規定している。すなわち、 $T_1 < T_2$  を仮定しているので、 $k$  は1より小さい。鉄道の運賃が引下げられたり、あるいは所要時間が短縮されるといったサービス水準の上昇が

あれば一般化時間 $T_1$ はより小さくなるので、バスのサービス水準が不変であれば、比率 $k$ は小さい方向に向かう。このとき、(15)式、(16)式の右辺はともに小さい方向に向かうので、双曲線はよりきつく彎曲して、 $x$ 軸切片は駅間2等分点に近づくことになる。

一方、逆に鉄道のサービス水準が低下したり、あるいはバスのサービス水準が上昇するときには、双曲線は立ち上ってくることになる。このもようが図11に示されているが、 $k$ の値の変化につれて、例えばA駅の駅勢圏の形状は大きく変化することがわかる。

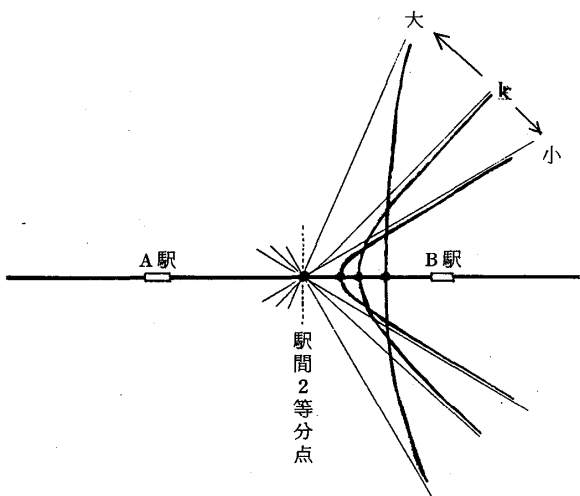


図 11  $k$ の大小による駅勢圏境界の変動

### おわりに

本稿では駅勢圏決定のための理論的モデルを提示するにとどまったが、今後はこのモデルをベースにして、さらに、

- (1) 駅へのアプローチ手段選択問題との結合，すなわち，徒歩圏，自転車圏，バス圏の決定ならびにP & R問題等への接近，
  - (2) 特急および急行停車駅における乗継ぎ問題への接近
  - (3) 特定路線についての実証的検討
- などが課題となろう。