

# 正方形孔を有する正方形板の弾塑性せん断座屈に関する実験的研究

上野谷 実\* 滝川 英樹\*\*

## Experimental Study on Elastic-Plastic Shear Buckling of Square Plates with Square Holes

Minoru UENOYA and Hideki TAKIGAWA

### ABSTRACT

Elastic-plastic shear buckling of square plates with square holes is investigated experimentally. The plates are subjected to in-plane shearing deformations, and have edges supported stiffeners which have three kind of thickness. Ratio of the square hole length to the plate length,  $a/l$ , are 0.3, 0.5 and 0.7.

Experimental stresses along the plate edges show good agreement with finite element analysis except the largest hole  $a/l=0.7$  in which the finite element mesh is relatively coarse. At the hole corners where there are maximum stress concentration, experimental stresses are much larger than the analysis in larger holes.

Thicker edge stiffeners decrease the stress concentration at the hole edges and increase the buckling strength of the perforated plates rather than the unperforated. Experimental buckling strength of perforated plates with the ratio  $a/l=0.3, 0.5$  and  $0.7$  is  $0.51, 0.35$  and  $0.16$  times of the unperforated plates respectively.

### 1. まえがき

板の座屈強度は板の形状、荷重条件、周辺の持示条件によって異なる。また、板が孔を有すると座屈強度は孔によって前述の要因以上に影響を受ける。さらに周辺の境界条件として面内方向変形の拘束を考慮しなければならない。例えば、図1に示すように正方形孔を有する正方形板がせん断荷重を受ける場合の周辺上の状態を考える。図1(a)は、周辺上でせん断応力が等分布し、面内方向変形の拘束がない状態である。これを等分布せん断応力変形と呼ぶことにする。また、図1(b)は周辺が非常に剛性の大きいもので拘束されて一直線を保つようにせん断変形をする状態である。このとき周辺上における応力は、

せん断応力に加えて図1(a)の変形を拘束することによって生ずる法線方向垂直応力が生じ一様な分布とはならない。このような変形を一様せん断変形と呼ぶことにする。

等分布せん断応力変形と一様せん断変形は周辺における荷重条件あるいは変位が明確であり、円孔を有する正方形板の弾塑性座屈強度が有限要素法とRaleigh-Ritz法によって文献(1)(2)で明らかにされている。ところが実際構造物の周辺は補剛材のようなもので囲まれる場合が多い。このとき有孔板の変形は、等分布せん断応力変形と一様せん断変形の中間となり応力分布や座屈強度に影響を及ぼす。先の報告では、せん断荷重を受ける円孔板の実験を行ない補剛材の影響を明らかにした。

本報告は、せん断荷重を受ける正方形板が中央に正方形孔を有する場合の実験を行い、補剛材が応力分布や座屈強度に及ぼす影響を明らかにしようとするものである。

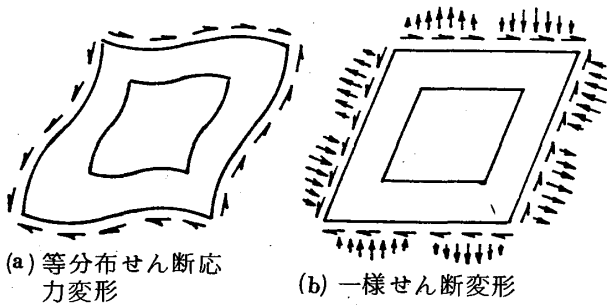


図 1 有孔板のせん断変形

## 2. 実験方法

### 2-1 荷重方法および供試体

荷重方法は、図2に示すように試験機の圧縮荷重Pが丸鋼から補剛材を経て板周辺にせん断荷重として作用する方法を用いた。

供試体は、平均板厚  $t = 4.5 \text{ mm}$  の鋼板を一辺  $450 \text{ mm}$  の正方形に切断し、正方形鋼板に補剛材をすみ肉溶接した。実験した板の種類は、正方形孔の辺長  $a$  と板の辺長  $l$  に対する比で表わすと、 $a/l = 0.3, 0.5, 0.7$  の有孔板および無孔板の4種類である。また、孔の隅角部に対する応力集中を緩和させるために半径  $0.1 a$  の丸みをつけた。

補剛材は、それぞれの孔の大きさに対して、巾  $100 \text{ mm}$  で厚さ  $t_f = 12, 19, 25 \text{ mm}$  の3種類である。実験に用いた鋼板は構造用軟鋼  $SS = 41$  で、引張強度試験の結果は、引張降伏応力  $\sigma_y = 3020 \text{ kgf/cm}^2$  であった。

### 2-2 ひずみと変位の測定方法

供試体の板が座屈するまでの面内応力や補剛材の軸力および面外の曲げ挙動を測定するために電気抵抗線ひずみゲージ(ゲージ長  $5 \text{ mm}$ )を図3の位置に貼り付けた。また、板のたわみが最大と予想される位置として、無孔板では板中央、有孔板では荷重軸に垂直な対角線上の孔縁に最小目盛  $1/100 \text{ mm}$  のダイヤルゲージを設置した。

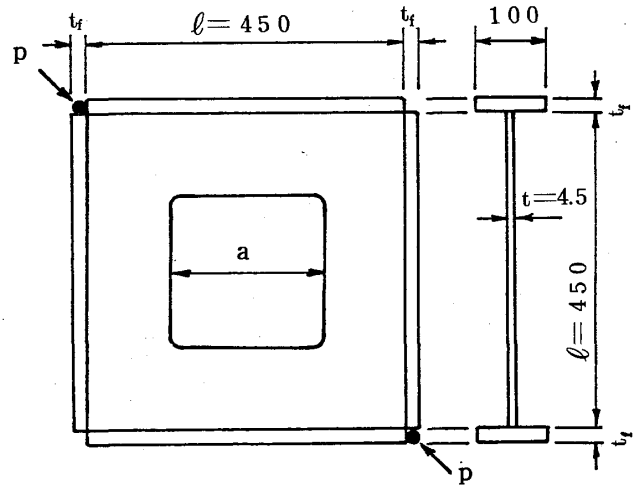


図 2 供試体(単位: mm)

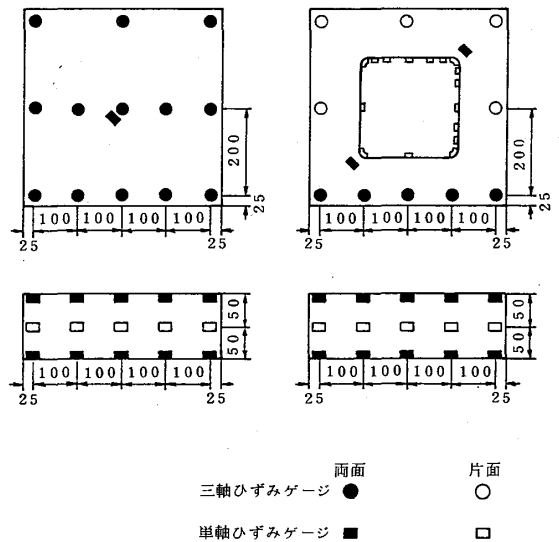


図 3 ひずみゲージ貼り付け位置(単位: mm)

### 2-3 荷重実験

荷重は、荷重が偏心しないように供試体を設置し、予想座屈荷重の  $1/4 \sim 1/5$  のならし荷重を載荷する予備実験の後、本実験を行った。局部的塑性域の発生、あるいは座屈挙動の兆候があるまでは荷重増分を大きくとり、その後は荷重増分を小さくした。弾塑性域での荷重において所定の荷重増分を行った後も面外変形が進行するので、荷重を一定に保ち面外変位の変化が十分小さくなってから変位やひずみの読み取りを行った。

## 3. 弾性応力解析

本研究では、正方形孔板の平面弾性応力解析を有限要素法で行った。用いた要素は、要素内応力一定

の三角形要素で、図4に示すような要素分割である。また、対称性を利用して実際の計算は正方形板の1/4について図のような境界条件と荷重条件で行った。

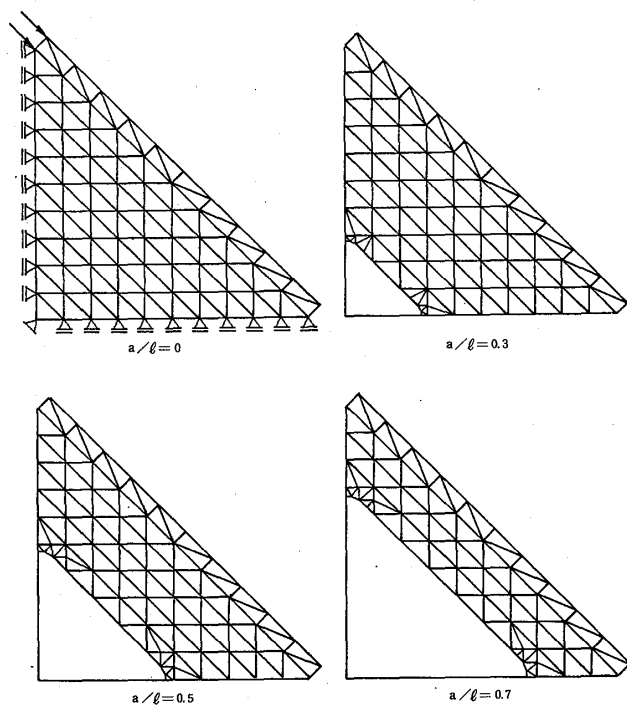


図4 解析に用いた供試体の有限要素分割  
( $t_f = 1.9 \text{ mm}$ )

## 4. 解析および実験結果

### 4-1 弾性応力

図5～図7に無孔板と有孔板の周辺近傍の断面 $t_1-t_1'$ および板中央断面 $t_2-t_2'$ を示す。解析および実験値は、次式で定義される平均せん断応力で各成分を除することにより無次元応力として表示する。

$$Q = \frac{P}{\sqrt{2}} \dots \dots \dots (1)$$

$$\tau_o = \frac{Q}{A} \dots \dots \dots (2)$$

ここに、P: 対角線方向の荷重

Q: 荷重Pの板の周辺方向への分力

A: 正方形板の断面積 ( $t \times t$ )

孔の影響が全くない無孔板の純せん断応力状態は、 $\tau_{xy}/\tau_o = 1, \sigma_x/\tau_o = \sigma_y/\tau_o = 0$  である。本実験の荷重方法は対角線方向の圧縮力を周辺の補剛材を通じて、せん断荷重として板へ作用させるので、純せん断応力状態では生じない垂直応力が図示のように生じている。解析値と実験値はよい近似を示している。周辺の応力分布はせん断応力および垂直応力が、とも

に荷重点に近い断面 $t_1$ から非荷重点の断面 $t_1'$ へ漸減するような分布をする。しかし板の中央断面では、 $\tau_{xy}/\tau_o$  はほぼ1に近い分布であり、 $\sigma_x/\tau_o$  や  $\sigma_y/\tau_o$  は0.2～0.3の圧縮応力となっており、せん断の卓越する応力状態である。

有孔板の応力分布は、解析結果によれば孔が大きくなるほど応力集中と補剛材の面内変形拘束の影響で、各応力成分とも変化の大きい複雑な分布をする。また解析と実験結果を比較すると、孔の小さい場合は解析値と実験値はよい近似を示すが、 $a/l = 0.7$  と孔が大きくなると実験値は解析値よりかなり大きい値を示す。これは有限要素法による要素分割が、 $a/l = 0.3, 0.5$  に比べ  $a/l = 0.7$  の場合相対的に粗くなっているのが原因と思われる。

### 4-2 孔縁の応力

表1へ解析によって得られた孔縁における最大応力集中係数を示す。これによれば、四角形孔であるため隅角部に丸みをつけているにもかかわらず非常に大きい応力集中である。また周辺の境界条件についてみると、面内方向変位の拘束のない等分布せん断応力の場合、応力集中係数が最も大きく、補剛材厚が厚くなる程、すなわち周辺における面内方向変位の拘束が強くなるほど孔縁の応力集中が緩和される。

図8に有孔板の孔縁における接線方向垂直応力 $\sigma_o/\tau_o$ の解析値と実験値を示す。図に示すように孔の大きさが、 $a/l = 0.3, 0.5$  と小さい場合は解析値と実験値は比較的良い近似をするが、 $a/l = 0.7$  と孔が大きくなると、実験値は解析値の1.5～2.5倍の値となる。これは有限要素法による要素分割が粗いためと、本解析で用いた要素では最大応力の生ずる位置である対称軸上の応力は求めることができないためと思われる。

### 4-3 座屈挙動

図9に荷重Pと面外たわみ $\delta$ の関係を表わすP- $\delta$ 曲線を示す。表2に荷重載荷前に測定した最大初期たわみ $\delta_o \text{ max}$ と板厚tの比 $\delta_o \text{ max}/t$ を示す。この表からわかるように最大初期たわみはすべて板厚の1/2以下であり、座屈強度への影響はほとんどないものと考えられる。

無孔板では、座屈荷重直前までたわみの増加は起こらず、座屈荷重に達すると急激にたわみが増加する典型的な板の座屈挙動を示したが、塑性崩壊荷重に近い座屈のため後座屈強度は全くみられなかった。

有孔板では座屈荷重よりかなり小さい荷重段階から面外たわみの増加が著しく、座屈荷重に近づいた

時にはかなり大きな面外たわみを生じている。これは、座屈荷重よりかなり小さな荷重段階で孔縁隅角部に局部的塑性域が荷重の増加と共に徐々に拡大するため、板の面外剛性が低下し、面外たわみが付加的に増加するものと考えられる。図をみると有孔板の座屈強度は、補剛材が厚いほど大きくなることが明らかである。

図10～図12に座屈後の面外たわみの等高線を示す。図より孔が小さい場合は板全域で座屈によるたわみを生じるが、孔が大きくなると非荷重方向隅角部にたわみが集中することがわかる。図12の  $a/l = 0.7$  の場合だけ逆対称座屈になった。これは、一様せん断変形を受ける円孔板の対称座屈強度は、円孔が非常に大きくなると逆対称座屈に移行する可能性を示す。本実験は正方形であるが補剛材は  $t_f = 25\text{mm}$  と厚く、一様せん断変形に近い面内変位拘束となるので、このような逆対称座屈が生じたものと思われる。

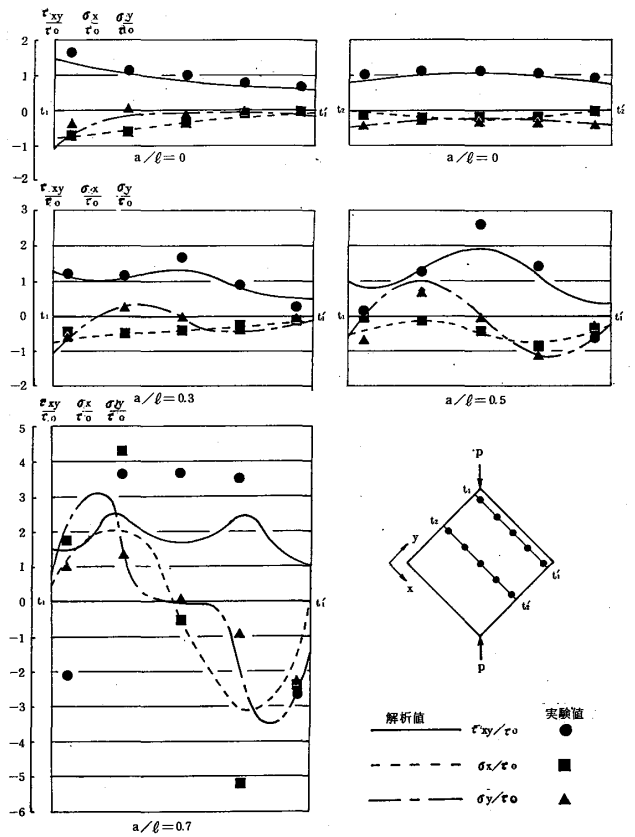


図 6 周辺上の中央面における弾性応力分布 ( $t_f = 19\text{mm}$ )

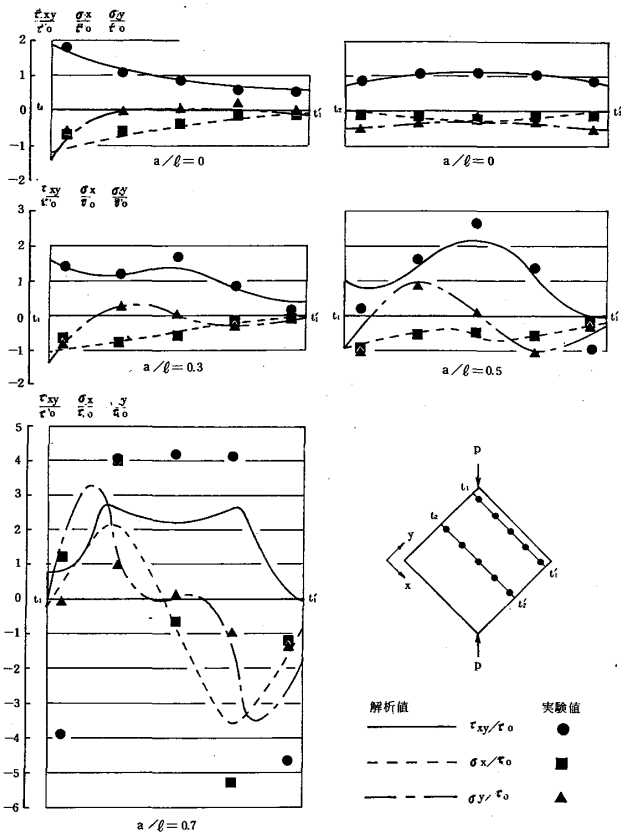


図 5 周辺上の中央面における弾性応力分布 ( $t_f = 12\text{mm}$ )

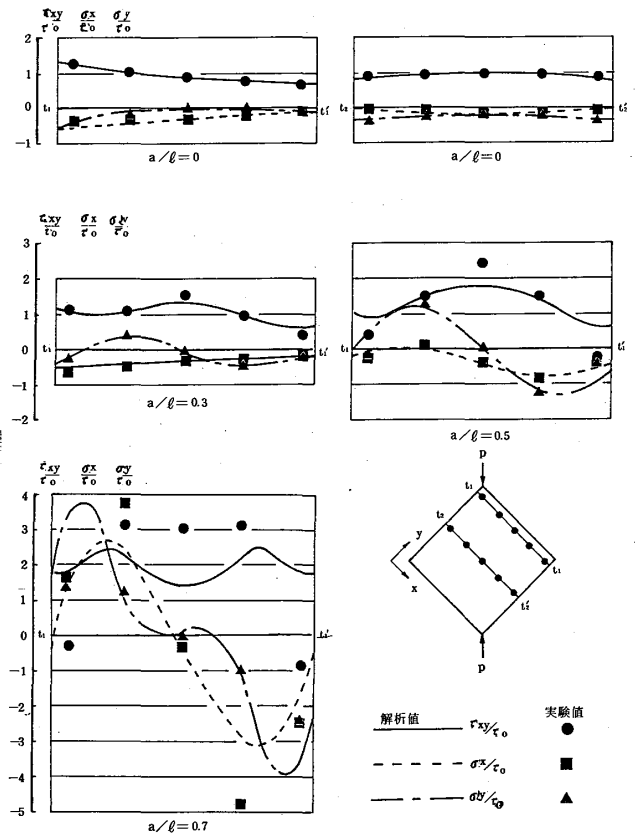


図 7 周辺の中央面における弾性応力分布 ( $t_f = 25\text{mm}$ )

表 1 孔縁の最大応力集中係数

周辺の境界条件	正方形孔の大きさ $a/l$		
	0.3	0.5	0.7
等分布せん断応力変形	12	17	40
$tf = 12mm$	11	14	24
$tf = 19mm$	11	12	20
$tf = 25mm$	9	11	18
一様せん断変形	8	10	17

表 2 最大初期たわみ  $\delta_{max}/t$

補剛材厚 $tf (mm)$	正方形孔の大きさ $a/l$			
	0	0.3	0.5	0.7
12	0.442	0.198	0.244	0.269
19	0.080	0.018	0.035	0.026
25	0.078	0.260	0.247	0.180

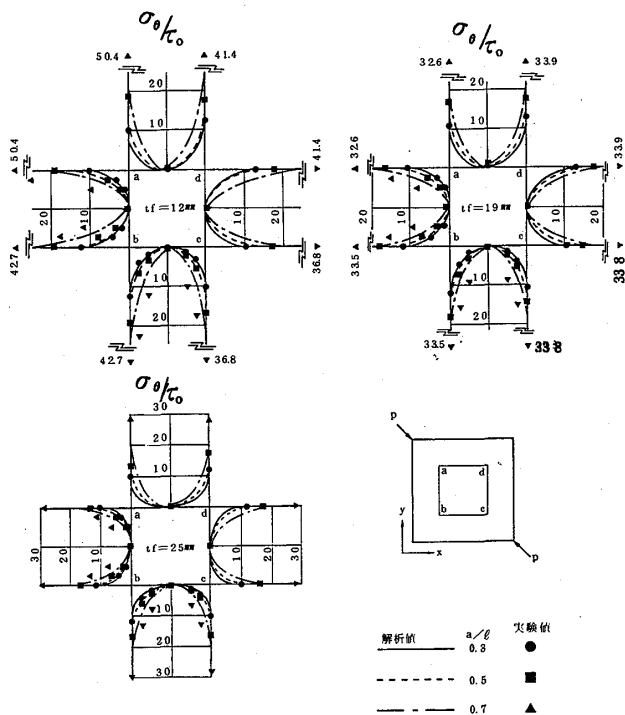


図 8 孔縁の弾性応力分布

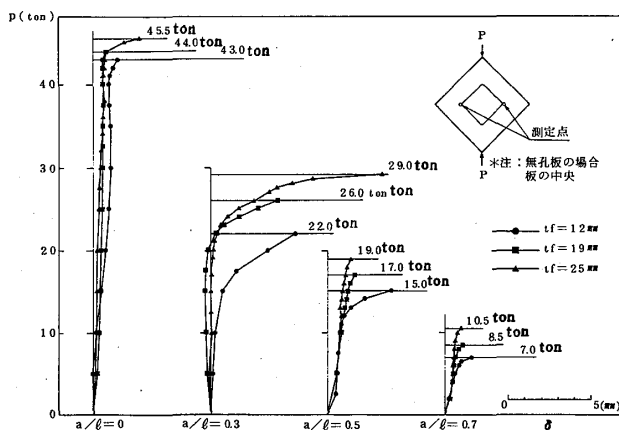


図 9 荷重 - たわみ曲線

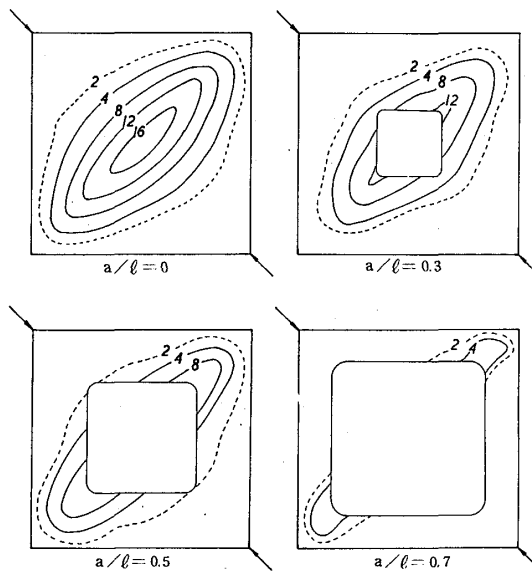


図 10 座屈後の面外たわみ ( $tf = 12mm$ )

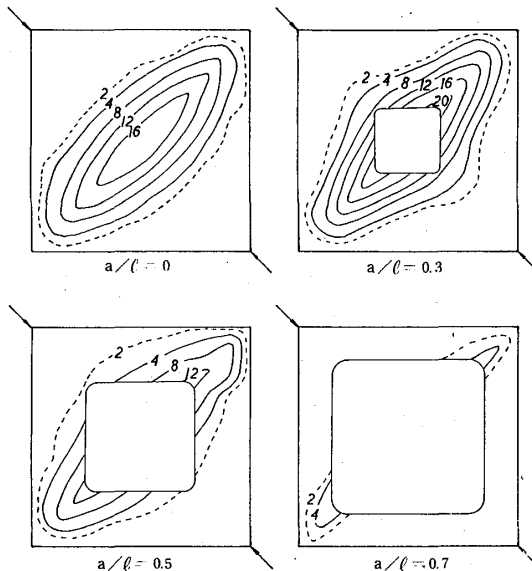


図 11 座屈後の面外たわみ ( $tf = 19mm$ )

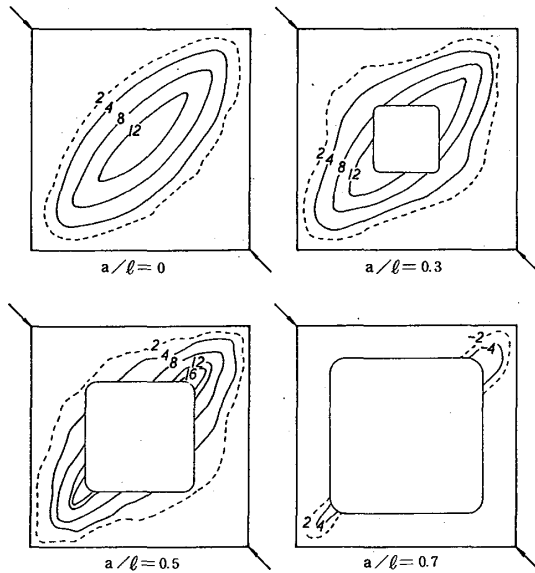


図 12 座屈後の面外たわみ (  $t_f = 2.5 \text{ mm}$  )

4-4 座屈強度

純せん断を受ける単純支持無孔板の弾性座屈応力  $\tau_{cro}$  は次式で与えられるが、これと実験を行った補剛材支持の無孔板および有孔板との比を表 3 に示す。

$$\tau_{cro} = \frac{9.34\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{l}\right)^2 \dots\dots\dots (3)$$

無孔板の本実験による座屈強度は、補剛材厚  $t_f = 12, 19, 25 \text{ mm}$  に対してそれぞれ 15, 13, 10% 小さい。周辺の支持は、補剛材を溶接しているため完全な単純支持ではなく、座屈強度を増加する要因である。本実験の荷重方法は純せん断ではなく、垂直応力  $\sigma_x$  や  $\sigma_y$  の存在によって座屈強度が低下したものである。孔による座屈強度の低下は著しく  $a/l = 0.3 \sim 0.7$  の孔に対して純せん断座屈強度の 0.57 ~ 0.14 の強度しかないことがわかる。

本実験の無孔板の座屈強度に対する各有孔板の座屈強度を表 4 に示す。これによれば孔の大きさ  $a/l = 0.3, 0.5, 0.7$  の有孔板の座屈強度は、無孔板に対してそれぞれ 0.51 ~ 0.64, 0.35 ~ 0.42, 0.16 ~ 0.23 であり、孔が大きくなるに従い著しく座屈強度が低下する。

補剛材の厚さが座屈強度に与える影響をみるために各孔の大きさにおける補剛材厚  $t_f = 12 \text{ mm}$  に対する  $t_f = 19, 25 \text{ mm}$  の座屈強度の比を表 5 に示す。この表によれば無孔板の場合、補剛材による座屈強度の増加はわずか 6% であるが、有孔板の場合、 $t_f = 19 \text{ mm}$  で 13 ~ 21%,  $t_f = 25 \text{ mm}$  で 27 ~ 50% も座屈強度が増加する。

図 1 3 に孔の大きさと本実験の座屈強度との関係

を示す。図中の解析値は、円孔板の弾塑性せん断座屈強度である。正方形孔に対する解析値はないので、ここでは正方形孔を面積の等しい円孔に換算する式 (4) を用いて比較を行うが、応力集中の度合など異なるため便宜的なものである。

$$d = 1.128 a \dots\dots\dots (4)$$

縦軸の  $Q_p$  は、ミゼスの降伏条件における塑性せん断力と鋼板周辺の断面積との積で表わす塑性せん断力である。

$$Q_p = \frac{\sigma_y \cdot A}{\sqrt{3}} \dots\dots\dots (5)$$

無孔板の座屈強度は、 $t_f = 12, 19, 25 \text{ mm}$  に対して、それぞれ約 14, 12, 9% 小さい。

有孔板では、補剛材の厚さが大きいほど座屈強度が大きくなっている。これは周辺の補剛材が面内変形を拘束し、孔縁の応力集中を緩和するなど補剛材が厚いほど一様せん断変形に近づき、座屈強度に影響を与えるものと思われる。また孔が大きくなるほど図中の等分布せん断応力変形の解析値より大きくなる傾向が見られる。これは、応力集中が大きくなることによって無孔板のとき座屈強度に影響した垂直応力成分の影響が相対的に低下するためと思われる。

表 3 無孔板の純せん断弾性座屈強度に対する座屈強度

補剛材厚 $t_f$ (mm)	正方形孔の大きさ $a/l$			
	0	0.3	0.5	0.7
12	0.85	0.43	0.30	0.14
19	0.87	0.51	0.34	0.17
25	0.90	0.57	0.37	0.21

表 4 無孔板に対する有孔板の座屈強度

補剛材厚 $t_f$ (mm)	正方形孔の大きさ $a/l$			
	0	0.3	0.5	0.7
12	1.00	0.51	0.35	0.16
19	1.00	0.59	0.39	0.19
25	1.00	0.64	0.42	0.23

表 5 補剛材の座屈強度に及ぼす影響

補剛材厚 $t_f$ (mm)	正方形孔の大きさ $a/l$			
	0	0.3	0.5	0.7
12	1.00	1.00	1.00	1.00
19	1.02	1.18	1.13	1.21
25	1.06	1.32	1.27	1.50

## 5. まとめ

正方形孔を有する正方形鋼板が周辺で補剛材に支持され、せん断荷重を受けるときの弾塑性座屈実験を行い、弾性応力分布、弾塑性せん断座屈挙動および座屈強度を等分布せん断応力変形あるいは一様せん断変形の解析値と比較検討した結果、本実験の範囲で次のようなことが明らかになった。

- (1) 本実験の応力状態は純せん断ではないが、無孔板中央において生ずる純せん断応力の20～30%の大きさの垂直応力が生じる高せん断応力状態である。
- (2) 正方形孔によって座屈強度は著しく低下する。無孔板に対する有孔板の強度は、孔の大きさが  $a/l = 0.3, 0.5, 0.7$  の補剛材厚  $t_f = 12, 19, 25$  mm に対して、それぞれ 0.51～0.64, 0.35～0.42, 0.16～0.23 である。
- (3) 補剛材が厚くなると周辺の面内変形が拘束されるため、孔縁の応力集中は緩和され座屈強度は増加する。補剛材による座屈強度の増加は、有孔板において顕著で、補剛材厚  $t_f = 12$  mm に対して  $t_f = 25$  mm の座屈強度は、無孔板が6%増加するのに対して有孔板は 27～50% 増加する。

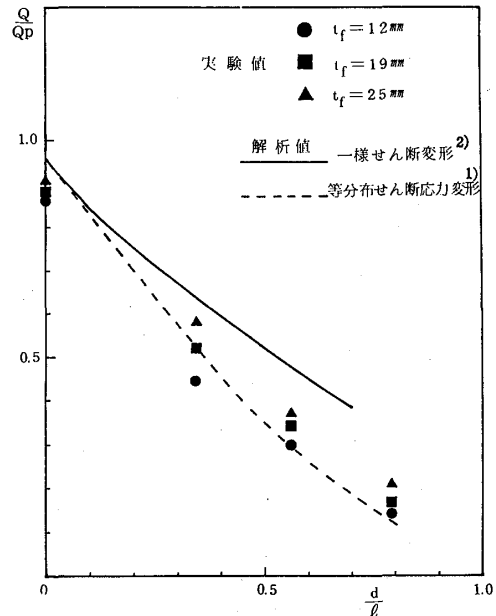


図 13 孔の大きさと座屈強度の関係

## 参考文献

- (1) M. Uenoya and R. G. Redwood, Buckling of webs with openings, *Computers and Structures*, vol. 9, No. 2-F, Feb. 1979.
- (2) 大村裕, 上野谷実, 向井博之, 円孔を有する正方形板の座屈強度について, 第31回土木学会中国四国支部学術講演概要, 昭和54年。
- (3) 上野谷実, 原田和秋, 補剛材で支持される有孔板の弾塑性せん断座屈強度に関する実験的研究, 福山大学工学部紀要, 第4号, 1982年。
- (4) 上野谷実, 岡田雅博, 有孔板の弾塑性せん断座屈強度に及ぼす周辺支持補剛材の影響, 福山大学工学部紀要, 第5号, 1983年。