

福山大学工学部紀要
第3号 1981年3月

波の回折の計算法に関する Review

梅 田 眞三郎

Review on Numerical Analysis Methods of Water Wave Diffraction Problems

Shinzaburo UMEDA

ABSTRACT

There are various methods of diffraction analysis by linear wave theory. In this report, works dealt with diffraction problems are classified according to analytical methods and feature of these is shown with a view to be referred to future works.

1. はじめに

海洋の波浪は、水深の浅い海岸へ伝播してくるにつれ、海底や構造物の影響を受けて減衰、屈折、碎波等の現象を起こす。また波が防波堤のような波を遮るものに会うと、その遮蔽領域へ波のエネルギーが回り込む現象、すなわち回折を起こす。

波の回折計算は、港湾計画上重要な防波堤の配置や延長を決めるための強力な手段の一つである。古くは Sommerfeld の光の回折理論解が水の波の回折解と一致することを Penny と Price¹⁾らが指摘してから研究が活発に行なわれ、数多くの理論的・実験的研究成果が得られている。

その計算方法においては、港湾等の波高分布の解析を目的とする場合には波を微小振幅波として取り扱っているのがほとんどである。すなわち波を速度ポテンシャル波と考へて、基礎方程式を種々の解法によって解ている。

本報は、光の回折理論から始まった微小振幅波理論による波の回折に関して著者の知りうる限りの研究論文の整理、検討からその解法の種類と特徴をまとめ、今後の問題点発掘の資料として供することを目的としたものである。

2. 回折理論の歴史²⁾³⁾

回折現象を最初に述べたのは、Leonardo da Vinci であるが、現象を正確に記述したのは Grimaldi であり、彼の死の2年後の1665年に出版された本の中に述べられている。当時は、光の粒子説が光の伝播を正確に記述出来ると広く信じられていたが、この説では回折を説明することはできなかった。

波動説の最初の提案者である Huygens は、波面の将来の形を球面波の包絡面の形成で説明した、いわゆる Huygens の原理によって古典回折理論の基礎を作り上げた。しかしながら Huygens の原理とともに用いねばならない境界条件が正確にわかっていないので、古典回折理論は十分短い波長に対してだけ成り立つ近似にすぎない。その上この理論は光の場のベクトル性を考慮していない。

1818年に回折は、Huygens の原理と干渉の考え方をを用いることによって説明できることが Fresnel によって示された。Huygens の波面形成法に2次波が相互に干渉するという仮定を追加することによって、すなわち2次波の重ね合わせによって回折を説明した Huygens-Fresnel の原理がそれである。

この Huygens-Fresnel の理論の考え方に確固たる数学的基礎を与えたのが Kirchhoff である。彼は、

Huygens-Fresnel の原理が任意の点 P における齊次波動方程式の解を P を取り囲む任意閉曲面上の波動とその1次微係数によって表わす積分定理を近似したものであることを証明した。

1896年に Sommerfeld は、電磁波の分野で無限に薄い完全導体でできた半平面に平面波が入射するという2次元問題に対して鏡像法を用いて最初の厳密解を与えた。その解の特徴は、Fresnel 積分により正確かつ単純に表現されていたことである。

1944年に Penny と Price¹⁾らは、このような光の回折に関する Sommerfeld の厳密解が半無限防波堤による波の回折の解と一致することを指摘した。これによって波の回折理論の研究が進むに至った。

3. 波の回折問題の解析方法

Sommerfeld の光の回折理論解に基づいて研究が始まった波の回折に関しては、解析の対象となる波の波長や回折を生じさせる構造物等との関係から前述の古典的な解法では回折現象を説明するのに不十分なところがあり種々の解法が提案されるようになった。

その解法にあたっては水深を一定とし、波を微小振幅波として取り扱っているのがほとんどである。したがってその運動は速度ポテンシャルによって記述され、運動の基礎方程式が Laplace 方程式で表わされる。この Laplace 方程式を満足し、かつ水面条件式、水底条件式や無限遠における放射条件式を満足する速度ポテンシャルの一般解は、Helmholtz 方程式を満足すべき関数形で表わされている。この関数形の性質を調べることによって、すなわち Helmholtz 方程式を解くことによって波の回折問題の解析を行なうことができる。

Helmholtz 方程式を解く方法には、現在のところ大きく分けて二つある。一つは変数分離形の微分方程式による解法で、Sommerfeld の光の回折理論解や Mathieu 関数や円柱関数などの特殊関数を用いた解によって回折波高などを求めている。もう一つの方法は、Green 関数などを導入した積分方程式による解法で、この積分方程式の離散化による差分法、有限要素法や仮想弾性板仮想荷重近似法の略称である仮想法などによって回折計算が行なわれている。これらの二つの解法は、楕円型偏微分方程式の境界値問題を一種の Fourier 解析で解いたものでもあるが、以下の文献を紹介するにあたってその微分方程式を解く方法に便宜上 Fourier 変換による解法と名づけたものを設けた。これに相当するものは、偏微分方程式に Fourier 変換を直接適用し、回折問題を解いたものである。一方、速度ポテンシャル

を導入せずに運動の基礎方程式を波動方程式の形に導き、過渡状態の波の解析も可能である新しい波動解析法の数値波動解析法によっても波の回折計算が行なわれている。

以上の波の回折に関する計算法の派生状況を示すと図-1のようになる。この図に基づいてそれらの解法の特徴や文献の紹介を以下で行なう。

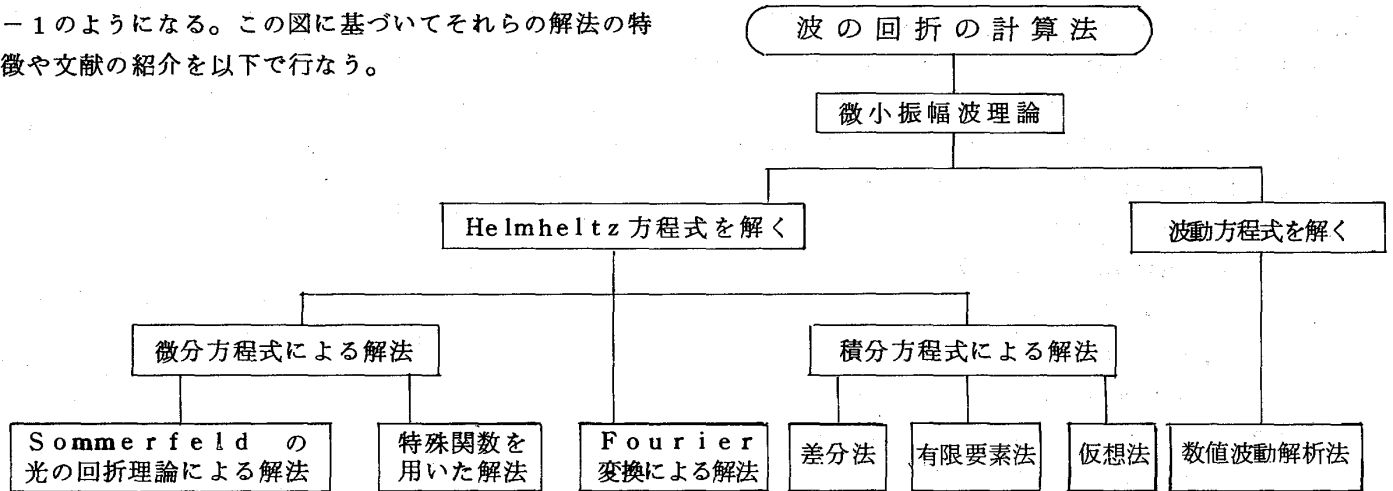


図-1 波の回折に関する計算法の派生状況

3-1 微分方程式による解法

3-1-1 Sommerfeldの光の回折理論による解法

Sommerfeld は、電磁波の分野において無限に薄い完全導体でできた半平面に平面波が入射するという2次元問題に対して最初の回折の厳密解を導いた。その解法は、半平面による回折問題には周期 2π の入射波を用いる普通の鏡像法は利用できないので周期 4π をもつ入射波を用いた鏡像法を適用し、その解をFresnel積分により正確かつ単純に表現している。

このSommerfeldの光の回折理論解が波の回折の解と一致することをPennyとPriceらが指摘して以来この解を用いた研究が活発に行なわれるようになった。⁴⁾ PutnamとArthurらに始まり、BlueとJohnson、田中⁹⁾、Wiegel¹⁰⁾、森平・奥山¹¹⁾、高井¹²⁾らによって半無限防波堤、両翼防波堤、左右の防波堤が一直線線上になった場合、あるいは波の入射が一直線線上にない場合、あるいは波の入射が直角および斜めの場合のそれぞれの波の回折を計算し図表などを作成して実用に供するようになった。

これらの研究で対象とする波は規則波であったが、その間にPierson, NeumannおよびJamesらに始まる海の波の不規則性についての研究も進み、周波数スペクトルはもとより波の方向スペクトルについてもその標準形が提案されるようになった。このような海の波の研究の進歩とともに波の回折計算において不規則波の回折計

算手法の開発が行なわれるようになった。

まず永井¹³⁾は、方向スペクトル波の成分波の線型重ね合わせ法を用いて平行直線状等深線海岸における屈折と半無限堤および防波堤開口部による回折の計算を行なった。その結果、回折に関しては不規則波の回折係数の分布が正弦波の場合と比べてなめらかとなり、両者の値の差は防波堤から奥に入るほど大きくなった。また回折による不規則波の周期の変化は高々15%であるという結果を得ている。

合田、鈴木らは、光易型方向スペクトルによる半無限防波堤と開口防波堤の回折図を計算するとともに現地防波堤に関する回折計算例を示し、観測データを比較した。さらに彼らは高山¹⁵⁾を加え開口防波堤の斜め入射に対する回折図を新しい近似法で求めた。すなわち斜め入射の場合回折波の軸線方向が入射波の方向からずれているので、回折波の軸線方向を用いた仮想開口幅比を導入して計算を行なっている。^{16), 17)}

高山・神山^{16), 17)}らは、従来の回折に関する残された問題に対する計算方法、すなわち

- (1)二次回折を生じる場合
- (2)防波堤による反射波が港内に侵入する場合
- (3)防波堤が消波堤である場合

などの計算方法を提案するとともに、単一方向の不規則波を用いた開口防波堤に対する回折実験を行ない、この計算法の妥当性を検証している。さらに高山・横田・河内¹⁸⁾らは、この不規則波の回折計算手法に基づき波の回折

計算精度と波のスペクトル分割数の関係を詳細に検討し、必要で十分な分割数を求める近似式を提案してその資料を提供している。

以上のように Sommerfeld の光の回折理論による解法を用いた波の回折計算法に関しては研究がかなり進み、種々の形状や配置の防波堤に対して規則波はもちろん不規則波の回折波高も計算されている。この計算法においては、防波堤堤端における境界条件の問題や防波堤開口部が狭くなった場合の防波堤による相互干渉の問題などが残されているように思われる。

3-1-2 特殊関数を用いた解法

ここでの特殊関数とは Mathieu 関数や円柱関数のことをいい、これらは Helmholtz 方程式を解くにあたっての境界条件を考慮するとその解に用いられる。すなわち島状構造物や円柱構造物による波の回折を求めるときにこれらの関数を微分方程式の一般解として用いる。島状構造物の境界が楕円柱面となっている場合には、解析の基礎となる Helmholtz 方程式を楕円筒座標変換して Mathieu の微分方程式を導き、その解を Mathieu 関数で表わす。一方、境界が円柱面となっている場合には、微分方程式の一般解を Bessel 関数や Hankel 関数などの円柱関数で表わす。

Mathieu 関数に関しては、Carr と Stelzriede¹⁹⁾ がこの関数の展開を用いて開口部からの回折波の厳密解を求めているが、Mathieu 関数の計算に数表を用いているために各点の回折係数を求めるのに時間を要している。

合田・吉村・伊藤²⁰⁾らは、波と島堤の相互作用の解明の一つとして楕円柱構造物による波の反射および回折を取り上げ、回折散乱波の厳密解を Carr・Stelzriede と同様に Mathieu 関数の級数の形で求めた。この厳密解は、島堤の形状を楕円から円に漸近させたときにすでに解かれている円柱構造物による回折散乱波の解²¹⁾に一致することが確認されている。さらにこの楕円形状の他方の極限である直線上島堤による回折散乱波の厳密解を求め、これによって反射、回折、島堤周辺の波高分布などを各種の条件について計算するとともに、近似解との比較検討を行ないその適用範囲を明らかにしている。また実験によって厳密解による計算値が実験値とよく一致していることを示している。

Stiassmie と Dagan²²⁾らは、開口部をもつ不透過防波堤による波の回折を Mathieu 関数を用いて計算し、さらに透過堤に対するものと不規則波が入射した場合にもそれを適用し解を求めている。

一方、円柱関数に関しては田中²¹⁾が円柱構造物による回折散乱波について無限遠点で散乱波が消滅する条件の下

に、入射と散乱波を分離し、円柱構造物での境界条件から Bessel 関数と Hankel 関数を用いて回折散乱波を求めている。

以上のような特殊関数を微分方程式の一般解に用いた回折計算法は、その数学的解法の威力を発揮することができ特殊形状構造物への回折問題に適していると思われる。しかし構造物背面や極大波高などが現われる付近での波高を実験など他の解法との比較を行なうとその差が目立っている。

3-2 積分方程式による解法

3-2-1 差分法

速度ポテンシャルをもつ波に関する境界値問題の数値解析における最も一般的な方法の一つは、Green 関数による方法である。ここでの差分法は、Helmholtz 方程式の解としてこの Green 関数を用いて積分方程式を導き、それを離散化して解く方法である。

井島・周・湯村²³⁾は、円形、楕円形および矩形の透過および不透過防波堤による波の散乱に関して 0 次の Hankel や変形 Bessel 関数を導入した Green 関数を用いて数値計算を行なっている。

Harms²⁴⁾は、任意形状の島による回折問題を井島らと同じ積分方程式による解法と他の近似解法とによって数値計算を行なうとともに、実験によってそれらの解の妥当性を検証している。数値解のそれぞれはよく一致しているが、構造物の影の領域で実験値が理論値よりかやや大きいところがあるという結果となっている。

このような解法は、任意形状および任意透過率の構造物への回折問題に適用可能であるが、物体の形状などによっては領域の面素分割が細くなり、計算機メモリおよび処理時間の増加等の問題が生じるであろう。

3-2-2 有限要素法

構造解析の分野で発展してきた有限要素法である FEM は、一般連続体に拡張されるようになり、流体力学にも急速に応用が試みられ、潮流解析や水質汚濁問題など海岸工学の分野での数値解析に利用されている。

Berkhoff²⁵⁾は、水深が変化する円形島回りにおける回折問題に有限要素法を適用している。

坂井・月岡²⁶⁾は波動解析への FEM の適用例として地形および構造物による波の散乱問題を取り扱った。ここでの FEM による解法では、Green の公式を用いて、無限遠で放射条件を満足する Green 関数を FEM に接続させることにより、FEM 境界に離散積分方程式の形の境界条件を与える方法を用いている。

このような手法によると任意形状構造物および水深変化に対応できるばかりでなく、波の攪乱源のない一様水

深領域に解析解を適用することにより、FEM解析領域を必要最小限にとどめて無限領域の波動解析を行なえるようになってきている。確かにこのような工夫によってFEM解析におけるコンピュータ容量および費用面での改善がなされているが、FEM解析特有の大行列演算は避けることはできないと思われる。

3-2-3 仮想法

日野・宮永^{27), 28)}は仮想法によって任意形状の三次元的構造物に働く波力および波の回折に関する数値計算を行なっている。この仮想法とは、仮想弾性板仮想荷重近似法の略称である。この方法は、Green関数を導入した積分方程式の積分面の分割を少なくし、その要素内を複雑な関数形で近似して、積分方程式を小次元行列の計算に帰着させようとするものである。

従来、差分法の計算方法は、散乱波の速度ポテンシャルについてのLaplaceの式を基礎式としてGreen関数を用いた積分方程式を差分化して解いている。それに対して仮想法は、速度ポテンシャル曲面を仮想の弾性板と考え、そのたわみが数値的に速度ポテンシャルと等しくなるような条件から仮想荷重を求めようとするものである。

このような仮想法は、差分法に比べより複雑な曲面近似が可能であると同時に計算時間短縮の効果も面素分割が大きければ著しいという結果を得ている。さらに3次元問題にも適用可能である。

以上のGreen関数を導入した積分方程式による差分法、FEM法や仮想法は、それぞれともに任意形状の構造物による波の回折問題を解析することができるが、現在のところ波としては規則波に対するもので不規則波に対する解析はまだみられない。

3-3 Fourier変換による解法

まずFourier変換の特別な場合と考えるFourier級数によって微分方程式の解を求めて回折問題を取り扱っている文献から紹介する。

三井らは防波堤、河口、埋立地護岸のように、折れ曲がったり不連続になった法線形状の海岸・港湾施設による波の回折について研究を行なった。この回折計算において境界条件に応じたFourier級数のBessel関数表示による近似計算法を提案している。

Lick³⁰⁾は、ウェッジによる波の回折問題の厳密解をFourier級数の形で表わし、Bessel関数の積分表示式で変換を行ない、最急降下法による数値積分を試みている。

つぎに楕円型偏微分方程式にFourier変換を直接適用し積分方程式を作る代りに複素変数方程式を導き回

折問題を解いているのに次のようなものがある。

和田は、³¹⁾Helmholtz方程式に関連する境界値問題をWiener-Hopf法で解く解法の内JonesのFourier変換による方法を用いて島堤の回折問題を解いている。この解法は、Fourier変換を偏微分方程式に適用しただけでWiener-Hopf方程式が直接得られる点やGreen関数による積分方程式の解法にみられるHankel関数などの特殊関数を避けることができる点など比較的簡便な方法である。計算結果に関しては、島堤の長さが5波長以上では前述のSommerfeldの解の重ね合せが十分成り立つが、島堤が波長に比して短くなると、両端よりの相互干渉の項が強くなり、近似解を補正する必要があることを示している。しかしこの解法は、島堤近傍での計算信頼度が低く、島堤沿いの波高分布や波力を計算することができない。²⁰⁾

海の波を取り扱ったものではなく音波の平面波回折問題をWiener-Hopf法で解いた文献としてRawlins^{32), 33)}の研究を紹介する。彼は、吸音性のエッジをもつ半平面による平面波回折問題をFourier変換を導入したWiener-Hopf方程式で解き、吸音性材料の長さとその位置を検討している。

このような音波の回折問題の解法より透過性防波堤の回折問題へもWiener-Hopf法の解法が適用可能であることが推定される。

3-4 波動方程式による解法

伊藤・谷本³⁴⁾らは、任意形状の水域における波動問題の解法として、「数値波動解析法」を新たに提唱し、防波堤周辺の波高分布への応用例を示した。この方法における計算の基礎式は、従来の回折波理論等における扱いと同様に一定水深水域の微小振幅波動に対して導かれたもので、未知関数として表面の水位と粒子速度だけを含む線型方程式である。これを与えられた境界条件のもとに初期状態から出発して差分法によって解くもので、過渡状態と定常状態における解を数値的に求めることができる。

この解法をもとに谷本・小舟・小松³⁵⁾らは、実際の港湾施設の配置条件のもとで、開口部からの侵入波による港内波動を解き得るようにするため任意反射率境界の計算方法を新しく導入し、数値波動解析法を発展させた。その計算方法は、線流量表現における線型の波動方程式を初期条件から出発して差分計算法により逐次解いていくもので、任意形状港内におけるたとえば波高分布を水深変化による波の変形や境界からの反射波の影響を含めて算定することができる。新しく導入した任意反射率境界の計算法は、境界上の線流量成分をその1メッシュ前の

線流量成分の時間的変化から求めるという特徴を有している。さらにその計算においては、任意水深および入射波の不規則性をも考慮した適用例を示している。

また酒井・佐藤・岩垣³⁶⁾らは、この数値波動解析法を用いて、任意反射率のみでなく任意透過率をもつ防波堤による波の変形を計算する手法を開発した。

このような数値波動解析法は、波の定常状態だけでなく過渡状態における解析も可能で、さらに任意形状の構造物に対しての波の変形を算定することができる。すでに入射波として不規則性をも考慮した場合など数々の適用例が示されているが、この解法が最も効果的に適用できるのは外海に面した小港湾に対してであろうと言われている³⁵⁾。ただこの解析法は、他の差分法と同様分割数によっては計算機メモリーや処理時間が問題となろう。

4. 結 び

微小振幅波理論による波の回折の計算法に関して、その解法の違いによって分類し、それぞれの特徴や文献を紹介してきた。研究目的、数値計算上の問題、解析を行なう者の解法の好み等によって解析方法が使い分けられているようである。それぞれの解法自身は、回折の対象となる構造物の形状等によってその威力を発揮する場合もあり、かなり確立されたものとなっている。

実際の海に存在する波は、一つの振幅、一つの波長および周期をもった変形しない理論的な波ではなくて不規則波となっている。この不規則波の研究が進むにつれて各種の波の問題にもそれが適用されている。回折問題にも適用され文献で紹介してきたようにその解析結果も信頼されうるものになりつつある。今後さらに不規則波の研究の発展とともに、回折問題への不規則波の適用結果の精度の向上が期待されるであろう。

残された問題としては、それぞれの解法にみられる波の波長と障害物との大きさの比較における近似の適用範囲の検討にあると思われる。確かに海の波を取り扱うときには、障害物の寸法よりかその波長が長い場合が多いが、大型海洋構造物や島等による波の回折問題では、構造物の寸法と波の波長とが同程度となるので、従来の光の理論の適用や厳密解における数値計算上の近似の適用に注意を払うべきではないかと考える。すなわち近似解などが成り立つ条件をさらに明確にすべきではないかと考える。

その他、防波堤等の障害物近傍における解析にあたっては従来以上に細かく検討し、その結果の信頼度を上げることも目的によっては必要かと思われる。当然ながらこれらの解の検討にあたっては、実験や現地観測結果が重要となるであろう。

なお、本文での文献の解法による分類にあたっては、説明の便宜上図-1のように分類したためにそれぞれの著者にとって意に反する範ちゅうに属した結果となっておればお許し下さい。

最後に本文作成にあたり神戸大学窪源亮教授に有益な助言を賜った。ここに記して謝意を表します。

《参 考 文 献》

- 1) Wiegel, R.L.: Oceanographical Engineering, Prentice-Hall, pp. 180~184, 1964
- 2) Born, M. and E. Wolf (草川; 横田訳): 光学の原理Ⅱ, 東海大学出版会, pp. 568~569, 1975
- 3) Sommerfeld, A. (瀬谷・波岡訳): 光学, 講談社, pp. 209, 1969
- 4) Putnam, J.A. and R.S. Arthur: Diffraction of water waves by breakwaters, Trans. Amer. Geophys. Union, 29, 4, 1948
- 5) Blue, F.L. Jr. and J.W. Johnson: Diffraction of water waves passing through a breakwater gap, Trans. Amer. Geophys. Union, 30, 5, 1949
- 6) Johnson, J.W.: Generalized wave diffraction diagrams, Proc. First Conf. Coastal Eng., 1951
- 7) Johnson, J.W.: Generalized wave diffraction diagrams, Proc. Second Conf. Coastal Eng., 1952
- 8) Johnson, J.W.: Engineering aspects of diffraction and refraction, Trans. ASCE, 118, 1953
- 9) 田中清: On the Distribution of waves in Harbour, Tech. Rep. Osaka Univ., Vol. 3, No. 81, 1953
- 10) Wiegel, R.L.: Diffraction of waves by semi-infinite breakwater, Proc. ASCE, Vol. 88, No. HY1, 1962
- 11) 森平倫生, 奥山育英: 海の波の回折計算法と回折図, 港湾技研資料, No. 21, 1966
- 12) 高井俊郎: 防波堤開口部に斜め入射する波の回折図, 港湾技研資料, No. 66, 1969
- 13) 永井康平: 不規則な海の波の屈折および回折の計算 - 線型重ね合せ法による平行直線状等深線海岸での屈折と防波堤での回折の計算図 -, 港湾技術研究所報告, Vol. 11, No. 2, 1972
- 14) 合田良実, 鈴木康正: 光易型方向スペクトルによる

- 不規則波の屈折・回折計算, 港湾技研資料, No.230, 1975
- 15) 合田良実, 鈴木康正, 高山知司: 不規則波に対する防波堤の回折図について, 第23回海岸工学講演会論文集, 1976
- 16) 高山知司, 神山豊: 完全反射堤及び消波堤による波の回折計算, 港湾技術研究所報告, 第16巻, 第3号, 1977
- 17) 高山知司, 神山豊: 不規則波の回折計算, 第24回海岸工学講演会論文集, 1977
- 18) 高山知司, 横田慎二, 河内隆秀: 新しい波の回折計算法とスペクトルの最適分割数, 港湾技研資料, No. 303, 1978
- 19) Carr, J.H. and M.E. Stelzriede: Diffraction of water waves by breakwater, U. S. National Bureau of Standards, Circular No. 521, 1952
- 20) 合田良実, 吉村知司, 伊藤正彦: 島堤による波の反射および回折に関する研究, 港湾技術研究所報告, 第10巻, 第2号, 1971
- 21) 田中清: 円形島による波浪の回折, 第3回海岸工学講演集, 1956
- 22) Stiassnie, M. and G. Dagan: Wave diffraction by detached breakwater, Proc. ASCE, No. WW2, 1972
- 23) 井島武士, 周宗仁, 湯村やす: 任意形状の透過および不透過防波堤による波の散乱, 土木学会論文報告集, 第22号, 1974
- 24) Hams, V.W.: Diffraction of water waves by isolated structures, Proc. ASCE. No. WW2, 1979
- 25) Berkhoff, J.C.W.: Computation of combined refraction-diffraction, Conf. on Coastal Eng., Instn Civ. Engrs., 1973
- 26) 坂井藤一, 河合三四郎: 波動解析への有限要素法の適用(第3報)—地形および構造物による波の散乱について—, 第22回海岸工学講演会論文集, 1975
- 27) 日野幹雄, 宮永洋一: グリーン関数および仮想法による波力と波の回折計算, 土木学会論文報告集, 第237号, 1975
- 28) 日野幹雄, 宮永洋一: 仮想法による波力と波の回折の計算, 第22回海岸工学講演会論文集, 1975
- 29) 三井宏, 他: 海岸構造物不連続部の波高分布について(第1報)~(第5報), 第13回~第17回海岸工学講演会論文集, 1966~1970
- 30) Lick, W.: Diffraction of waves by a wedge, Proc. ASCE, No. WW2, 1978
- 31) 和田明: 回折問題の一解法について, 第11回海岸工学講演集, 1964
- 32) Relins, A.D.: Diffraction of sound by a rigid screen with a soft or perfectly absorbing edge, J. Sound and Vib., 45, 53, 1976
- 33) Ralins, A.D.: Diffraction of sound by a rigid screen with an absorbent edge, J. Sound and Vib., 47, 523, 1976
- 34) 伊藤喜行, 谷本勝利: 新しい方法による波動の数値計算—防波堤周辺の波高分布への適用—, 港湾技術研究所報告, 第10巻, 第2号, 1971
- 35) 谷本勝利, 小舟浩治, 小松和彦: 数値波動解析法による港内波高分布の計算, 港湾技術研究所報告, 第14巻, 第3号, 1975
- 36) 酒井哲郎, 佐藤孝夫, 岩垣雄一: 任意反射率・任意透過率の防波堤による平面的な波浪変形の数値計算, 第25回海岸工学講演会論文集, 1978