

福山大学工学部紀要
第3号 1981年3月

円孔を有する固定正方形板の弾塑性せん断 座屈強度に関する実験的研究

上野谷 実

Experimental Study on Elastic-plastic Shear Buckling of Fixed Square Plates with Circular Holes

Minoru UENOYA

ABSTRACT

Elastic-plastic shear buckling of square plates with circular holes is investigated experimentally. The plates are subjected to uniform in-plane shearing deformations, and have clamped edges and centrally located circular holes. Diameters d of the hole are 0.3ℓ , 0.5ℓ and 0.7ℓ where ℓ is length of plate edge. Comparison of test results with analytical results shows excellent agreement except $d/\ell = 0.3$ in the buckling strength and relatively good agreement in elastic in-plane stresses.

1. はじめに

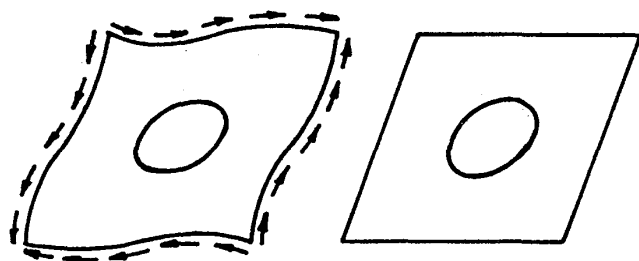
土木、建築、造船、航空機などの分野において、板は構造物を構成する重要な部材である。構造部材の板に配線、配管、維持管理用マンホール、重量軽減、材料節約などの目的で孔を設ける場合がある。このような孔を有する板要素を有孔板という。有孔板は孔のない場合に比較して、力学的強度の低下が著しく安全な設計のためには、その力学的挙動を正確に把握することが必要である。

孔のために生ずる応力集中は古くから多くの研究がなされ、その弾性応力についてはほとんど解明されている。有孔板は孔のため面外剛性も減少し、座屈に対する強度の低下も著しい。有孔板の座屈強度に影響を及ぼす要因で荷重条件と周辺の面外支持条件は無孔板と同じである。それ以外に有孔板特有のものとして、孔の大きさと形およびその位置や補剛材の有無などがある。有孔板の座屈に関する研究は、解析の複雑さからあまり多くないが、圧縮荷重を受ける有孔板の座屈解析が最も多く行なわれている。これは圧縮荷重は座屈問題の最も基本的な荷重であり、実際によく生じる荷重状態だからである。せん断荷重や曲げ荷重あるいは曲げとせん断荷重を同時に受ける有孔板の座屈解析に関する研究は少ない。これは実際にこのような荷重を受ける場合が少ないこともあるが、それ以上に解析が困難なことが原因である。しかし最近のコンピュータの発達によって、この複雑な問題はかなり精度よく解くことができるようになった。

せん断荷重を受ける有孔板の座屈解析は最初Kroll¹⁾が1949年にRayleigh-Ritzのエネルギー法(以下「エネルギー法」という)を用いて、円孔を有する単純支持正方形板について行なった。1967年にRockey²⁾は4種類の大きさの円孔を有する正方形板が単純支持あるいは固定支持される場合を有限要素法によって解き、固定支持板について実験を行なった。解析の精度はあまりよくなく、無孔板の場合古典解に対して9.7%の誤差がある。また、円孔が大きい場合には実験結果との近似もよくない。1975年にAllman³⁾はRockey²⁾より精度のよい要素を用いて有限要素解析を行ないよい結果を得ている。

いままでに述べた結果は、図1(a)に示すように有孔板の周辺境界における面内方向の拘束はなく、せん断荷重は周辺に等分布せん断応力として作用する場合である。しかし実際の構造物は周辺において何らかの面内方向拘束を受けるのが常である。特に周辺が非常に剛なもので支持される場合は、面内方向変位は完全に拘束され図1(b)のように周辺は直線を保ったままのせん断変形となる。ここでは便宜的に図1(a)と(b)の変形

状態をそれぞれ等分布せん断応力変形および一様せん断変形と呼ぶことにする。



(a)等分布せん断応力変形

(b)一様せん断変形

図1 有孔板のせん断変形

一様せん断変形を受ける有孔板の弾性座屈解析は1976年にGrosskurth⁴⁾らが有限要素法を用いて初めて行なった。その結果、円孔が大きくなれば、等分布せん断応力変形の座屈強度より一様せん断変形の座屈強度が大きくなることが示された。

有孔板は応力集中のため、その一部が塑性域に達することがよくあり、そのような応力状態で生ずる不安定現象を弾塑性座屈という。せん断荷重を受ける有孔板の弾塑性座屈解析は1978年に、著者らが円孔を有する正方形板に等分布せん断応力が作用する場合に、周辺が単純支持あるいは固定の場合について有限要素法とエネルギー法を組合せて行なったのが最初である。引続き曲げとせん断を受ける有孔板の弾塑性座屈の解析も行ない、有孔板の設計資料にすべくパラメトリック解析も行なっている。^{6,7)}1979年には一様せん断変形を受ける有孔板の弾塑性座屈解析を同様な面外境界条件について行なった。⁸⁾このような解析結果は実験による検討が必要であるが、板の座屈実験は境界条件や載荷方法を理論解析と同じ状態に設定することに困難な点が多い。

本報告は比較的容易に実験が行なえる一様せん断変形を受ける有孔板の弾塑性座屈実験を行ない、その結果と解析結果を比較し、理論解析の妥当性について考察を行なったものである。

2. 実験方法

2.1 実験装置および供試体

供試体の有孔板を周辺で固定するために、図2に示すような4隅がヒンジの鋼鉄製の載荷フレームを用いた。直径18mmの高力ボルトで板を載荷フレームに固定し、対角線方向の引張力によって供試体の板に一様せん断変形を生じさせる。実験に用いた鋼板は、構造用軟鋼SS41である。引張強度試験の結果は引張降伏応力 $\sigma_Y =$

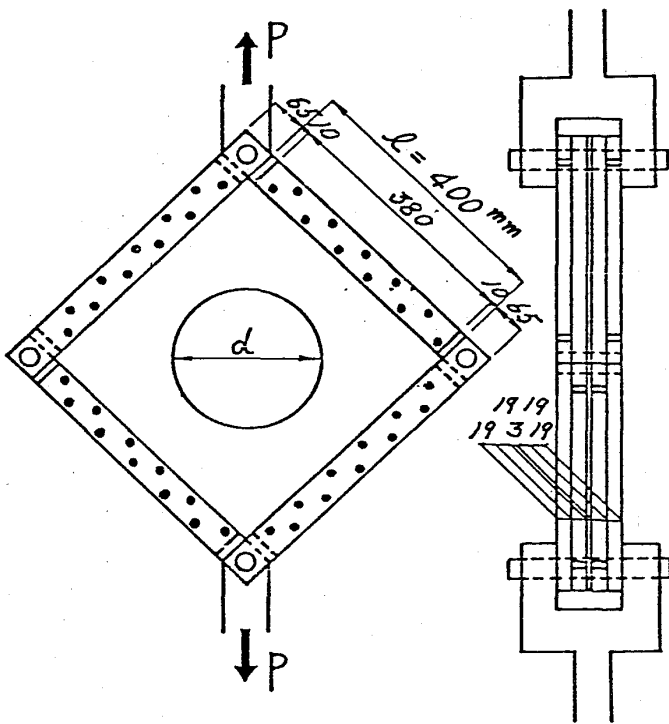


図2 一様せん断変形载荷装置

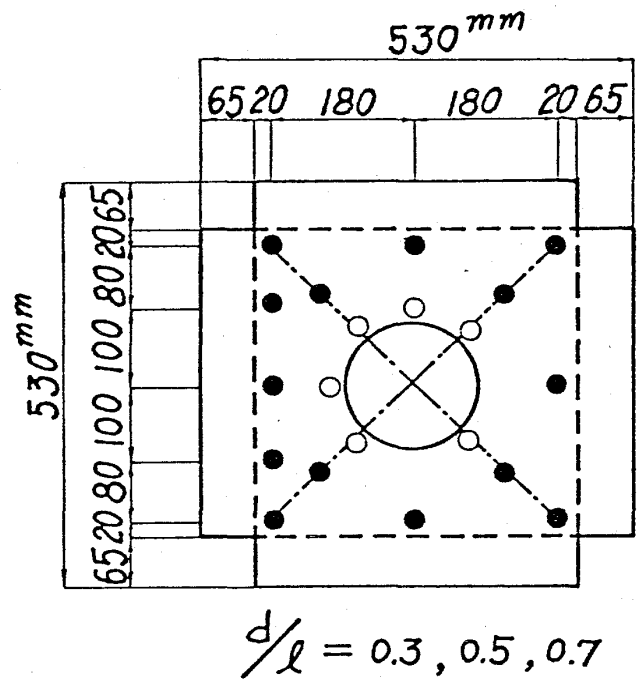
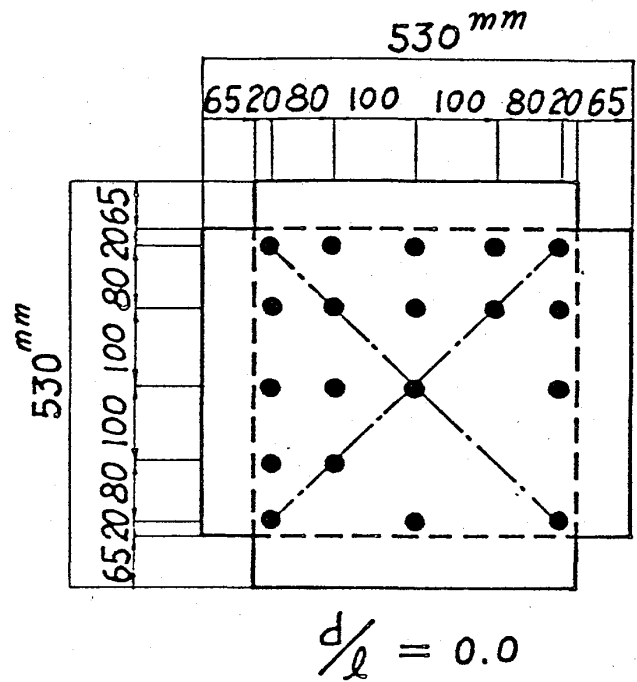
2680 kg/cm², ポアソン比 $\nu=0.279$, 弾性係数 $E=2.09 \times 10^6$ kg/cm²であった。供試体は正方形板の辺長 l と円孔径 d の比で表わせば, 無孔板($d/l=0$)と有孔板 $d/l=0.3, 0.5, 0.7$ の4種類である。また, 供試体の寸法は平均板厚が $t=3.0$ mmであり, 正方形の辺長は530 mmであるが $d/l=0.3$ の供試体を除いて4隅のヒンジ部分を切除しているため座屈強度試験を受ける部分は载荷フレーム内の一辺400 mmの正方形である。

2.2 ひずみと変位の測定法

供試体の板が座屈するまでの面内応力分布や面外の曲げ挙動を調べるために電気抵抗線ひずみゲージを図3に示す位置に貼付けた。座屈時に板のたわみが最大になると予想される位置として, 無孔板は板の中央に, また有孔板は対角線上の孔縁にダイヤルゲージを設置して面外たわみを測定した。

2.3 载荷実験

载荷実験はならし荷重として予想座屈強度の $1/4$ を载荷した後本载荷を行なった。局部的塑性域の発生あるいは座屈挙動の兆候があるまでは荷重増分を大きくとり, その後は荷重増分を徐々に小さくした。弾塑性域で, 荷重を一定に保っても面外たわみの増加がみられる場合は, その増加がほとんどなくなってから変位やひずみの読み取りを行なった。



- 単軸ひずみゲージ
- 直角ロゼットひずみゲージ

図3 ひずみゲージ位置

3. 実験結果と考察

3.1 弾性応力

図4に板の周辺の弾性応力について、直角座標系に対する応力成分、垂直応力 σ_x と σ_y およびせん断応力 τ_{xy} の理論値⁸⁾と実験結果を示す。理論値は有限要素法によるもので、解析に用いられた要素は要素内応力一定の三角形要素である。図中、応力は次式で定義される平均せん断応力 τ_0 によって無次元化している。

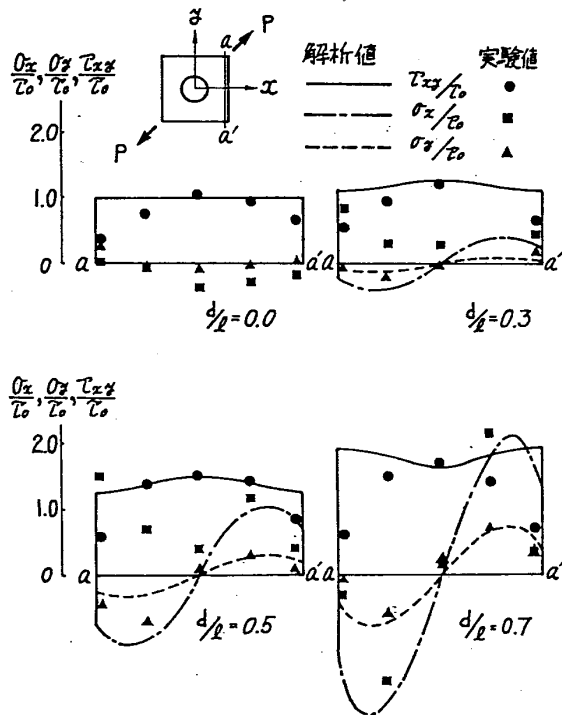


図4 固定辺の弾性応力

$$\tau_0 = \frac{Q}{A}$$

$$Q = \frac{P}{\sqrt{2}}$$

ここに、 Q : 板の周辺に作用するせん断力

A : 正方形板の断面積 ($= t\ell$)

P : 対角線方向の合力

無孔板の場合、孔の影響が全くないので理論的には板内いたるところで $\tau_{xy}/\tau_0 = 1$, $\sigma_x/\tau_0 = \sigma_y/\tau_0 = 0$ でなければならない。したがって実験による応力分布を検討することによって本载荷装置の妥当性が検証できる。図4(a)によれば、実験によるせん断応力 τ_{xy}/τ_0 は固定辺の中央付近で理論値によく近似するが、両端付近すなわち隅角部付近では理論値をかなり下まわる傾向がみられる。垂直応力 σ_x/τ_0 は固定辺の中央付近でせん断応力

の $1/3$ くらいの大きさを示すが両端付近では零に近い。垂直応力 σ_y/τ_0 は固定辺の全体にわたって零に近い値を示し理論値とよい近似をする。また図には示していないが、板中央ではそれぞれの応力がほぼ理論値に近い値である。実験終了後に明らかになったことであるが引張力の作用するヒンジ近傍において载荷フレームと供試体との間にわずかながらずれを生じた痕跡が観測された。これが上述の理論値と実験値の差異のおもな原因と思われる。

図4(b)~(d)によれば、有孔板の場合にも理論値と実験値の間に同様な傾向がみられる。すなわち、せん断応力 τ_{xy}/τ_0 および垂直応力 σ_x/τ_0 の実験値は固定辺の両端を除いて理論値とよく近似するが、垂直応力 σ_y/τ_0 は $d/\ell = 0.3$ と 0.5 の場合、载荷点から辺の中央までにおいて理論値と逆の分布がみられる。

図5に有孔板の円孔縁における接線方向の垂直応力 σ_θ/τ_0 を示す。実験値は円孔径の小さい $d/\ell = 0.3$ の場合、理論値よりやや小さめであり、 $d/\ell = 0.5$ と 0.7 の場合はやや大きめであるが全体的に理論値とよい近似を示している。このように载荷フレームのボルト締めが少し不十分なために周辺の応力分布が理論値と若干の差異を示しても板中央付近ではほぼ理論値に近い応力状態になることがわかる。

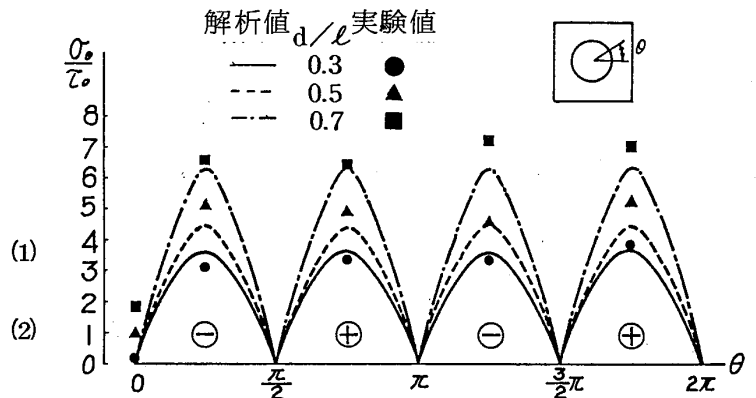


図5 円孔縁の弾性応力

3.2 座屈挙動

図6に荷重 P と面外たわみ δ の関係を示す $P-\delta$ 曲線を示す。座屈荷重は図に示すように $P-\delta$ 曲線の初期勾配を表わす直線と座屈によって面外たわみが急激に増大し、曲線の勾配が最小になるときの接線との交点によって決定した。初期たわみは供試体を载荷フレームに固定した状態で測定した。その結果、初期たわみはきわめて小さく全ての供試体において板中央付近が最大となる分布

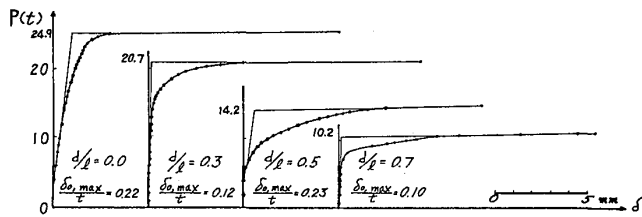


図6 荷重-面外たわみ曲線

をしている。各供試体の最大初期たわみ $\delta_{o,max}$ を、板厚 t との比として図中に示しているが、いずれも板厚よりかなり小さく座屈強度に影響を与えるような大きさではない。

座屈挙動についてみれば、図からわかるように無孔板は典型的な板の座屈挙動を示している。すなわち、座屈荷重直前まで面外たわみは小さく座屈時に急激な面外たわみの増加を示す。一方、有孔板は座屈荷重へ到達するまでかなりの面外たわみを生じる。これは孔による応力集中のため孔縁付近では早期に局部的塑性域が発生し荷重の増加とともにその領域は拡大する。この塑性域は板の面外および面内剛性の低下をもたらし、面外たわみを付加的に増加させる原因となる。このような挙動は弾性座屈にはみられず、弾塑性座屈にみられる特性である。

3.3 座屈強度

周辺で固定された正方形板が円孔を有する場合のせん断座屈強度を表わす理論曲線と実験値を図7に示す。座屈強度は縦軸に固定辺のせん断力 Q を次式で定義する塑性せん断力 Q_p との比で表わしている。

$$Q_p = \frac{\sigma_y A}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

図7の理論座屈強度曲線に着目すれば、有孔板の座屈強度は円孔によって著しく低下することがわかる。また、周辺境界における面内方向の拘束条件によっても座屈強度は異なることがわかる。

実験値と理論値を比較すると、 $d/l=0.3$ を除いて実験値は一樣せん断変形の理論値によく近似し、等分布せん断応力変形の理論値とは異なることが明らかになっている。 $d/l=0.3$ の実験値は理論値より16%大きく、塑性崩壊荷重よりも大きい値を示している。これは図中に示すように $d/l=0.3$ の供試体だけ斜線で示す部分を切除しなかったため、載荷フレーム内の正方形板とともに斜線部分も荷重に抵抗したため、座屈荷重が理論値をかなり上まわったものと思われる。

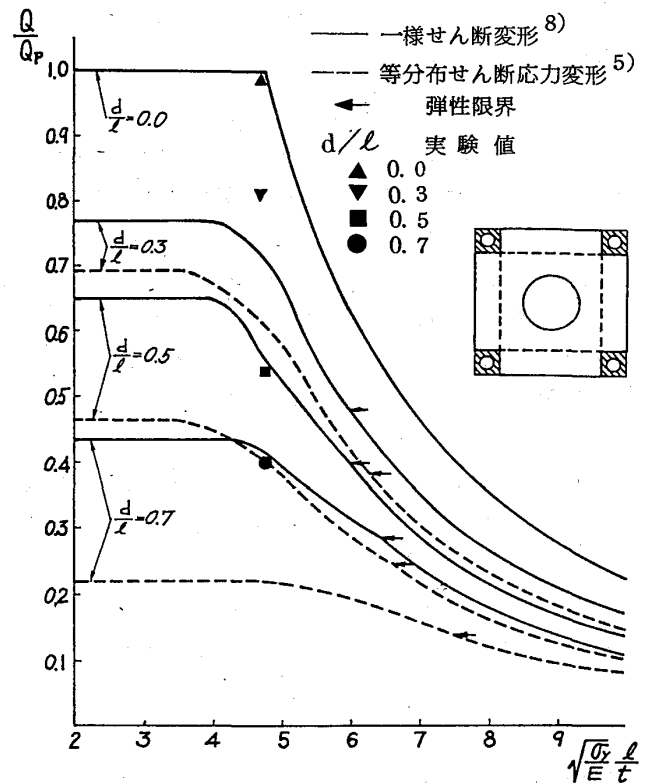


図7 円孔を有する固定正方形板の弾塑性せん断座屈強度

4. む す び

円孔を有する正方形板のせん断座屈強度は周辺における面外方向の境界条件だけでなく、面内方向の境界条件にも依存することが従来の理論的研究で明らかにされていた。本研究はこれらの理論解析結果の妥当性を検討する目的で、一樣せん断変形を受ける円孔板の弾塑性座屈実験を行なった。その結果、次のことが明らかになった。

- (1) 弾性応力について実験値と理論値は、載荷フレームのヒンジ近傍を除いてよい近似をする。
- (2) 有孔板の弾塑性せん断座屈挙動は座屈前にかんがりの面外たわみが生じるなど無孔板とは異なる特性を有する。
- (3) 実験による座屈強度は $d/l=0.3$ を除き、一樣せん断変形の理論値とよく近似し、有孔板の座屈強度は周辺境界における面内方向条件を考慮しなければならない。

《参 考 文 献》

- (1) W.D.Kroll, Instability in shear of simply supported square plates with reinforced hole, J.Res.Natl.Bur.Stand., 43, 465-472, Nov. 1947.
- (2) K.C.Rockey, R.G.Anderson and Y.K.Cheung, The behaviour of square shear webs having a

circular hole, Symp. on Thin Walled Steel Structures, University College of Swansea, Sept. 1967.

- (3) D.L.Allman, Calculation of the elastic buckling loads of thin flat reinforced plates using triangular Finite elements. Int. J. Num. Meth. Engng 9, 415-432, 1975.
- (4) J.F.Grosskurth, Jr., R.N.White and R.H. Gallagher, Shear buckling of square perforated plates, J. Engng. Mechanics ASCE Vol. 102, No. EM6 Dec. 1976.
- (5) M.Uenoya and R.G.Redwood, Elasto-plastic shear buckling of square plates with circular holes, Computers and Structures, Vol. 8, No. 2, Jan. 1978.
- (6) M.Uenoya and R.G.Redwood, Buckling of webs with openings, Computers and Structures, Vol. 9, No. 2-F, Feb. 1978.
- (7) R.G.Redwood and M.Uenoya, Critical loads for webs with holes, J. Structural Div. ASCE, Vol. 105, No. ST10, Oct. 1979.
- (8) 大村 裕, 上野谷実, 向井博之, 円孔を有する正方形板のせん断座屈について, 第31回土木学会中国四国支部学術講演概要, 昭和54年5月。