

## 電気変位流の仮定と電磁界

菅 沼 春 幸\*

### Electromagnetic Theory based on Electric - Displacement - Flow Hypothesis

Haruyuki Suganuma

SUMMARY : Electric force between electric charges acts through medium and is analogized to stress. Accordingly, correspondent to strain, electric-displacement  $D$  is assumed in dielectrics including vacuum.

The movement of electric charges produces electric current which is represented in  $i=dQ/dt$  and in dielectrics, displacement current  $dD/dt$  is imagined in the direction of vector  $D$ .

Author's attention is first directed toward the  $dD/dt$  in this paper.  $D$  is represented in polarized charge density,  $\pm Q_D$ . So, he assumes that  $dD/dt$  is a pair of  $\pm dQ_D/dt$  and  $dQ_D/dt$  is a current having direction perpendicular to vector  $D$ . To distinguish the current of  $\pm dQ_D/dt$  from displacement current, he provisionally names it electric-displacement-flow.

With displacement flow of velocity  $u$ , he led  $H=[uD]$  and  $E=[Bu]$ , identical with Poynting vector  $[EH]$  in vectors diagram. Next, he divides electric and magnetic fields into imaginative impulsive fields which are instantaneously polarized into  $\pm[EH]$

Static fields and electro-magnetic inductions are conceptually made clear by means of imaginative impulses,  $\pm[EH]$  and their reflections at boundaries in the field.

## 1. ま え が き

電気磁気に関する現象はマクスウェルの基礎方程式で体系づけられ、その理論は巨視的には完成されていると看做されている。たしかに静電界、静磁界、電磁界の個々の分野での理論体系は明快である。しかしながら、その境界に関すること、例えば静電界と電磁誘導にもとづく電界との関連などでは必ずしも明確ではない。すなわち、広義の電磁界に関しては、巨視的にもその原理は統一されているとは云い難い。

筆者はその原因として、基礎方程式の一つである  $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{i} + \partial \mathbf{D} / \partial t$  の右辺における伝導電流と変位電流の概念に着目した。

伝導電流  $\mathbf{i}$  は自由電荷  $Q$  の移動、変位電流  $\partial \mathbf{D} / \partial t$  は電気変位するとき（あるいは分極するとき）の電荷の移動とされている。この解釈にしたがうと、電気変位は仮想的な電気分極であるから変位電流は変位方向において、単位時間当りに発生する分極電荷の密度を示すことになる。

一方、 $\mathbf{i} = \partial \mathbf{Q} / \partial t$  が  $Q$  の流れを表わすとするれば、 $\partial \mathbf{D} / \partial t$  は  $\mathbf{D}$  の流れを意味するとも解せられる。これを分極するときに発生する電流とするよりは、むしろ分極した電荷の流れと解する方が概念的な把握が容易である。すなわち、静電界で自由電荷  $Q$  に対応して誘電体内に分極電荷  $\mathbf{D}$  が想定されるとすれば、 $Q$  が移動して電流となる電磁界では誘電体内に分極した電荷の移動が想定できるとし、筆者はこの仮定的な  $\mathbf{D}$  の流れに対して変位電流と区別するために、電気変位流と仮称することにした。

マクスウェルの方程式から電磁波の伝ぱんが誘導されたのに対し、本文では電磁界のベクトルは本質的に移動（伝ぱん）することを前提にし、更に電界、磁界と電磁界を関連づけるものとして、電界と磁界の時空的インパルスを設定し、両者の面から界の姿態を巨視的見地から追究したもので、概要は次のようである。

1. 電磁界の巨視的概念を基本的仮定に遡って確かめることより出発し、ひずみと応力の類推による意味づけをし、
2. ひずみの類推に当って、新しく塑性の概念を導入し、電気変位の分極電荷を弾性ひずみ、

自由電荷を塑性ひずみ（あるいは塑性的電気変位）とした。

3. 電気変位流を仮定すると、反射現象が重要な意味をもつので、反射と界および電流などの関係を概念的に明らかにした。
4. 数式モデルでは動的電磁界と静電界の移動との関連づけを行ない、発散がスケラ（電荷）を源泉とする電界を示すのに対し、回転はベクトル（電流）を源泉とする磁界を表わすとの解釈を示し、
5. 数式モデルから電気変位流を解析してポインティングベクトル  $[\mathbf{E} \mathbf{H}]$  を誘導した。
6. 電磁界を構成する基本要素として、電界と磁界の時間、空間的なインパルスを設定し、両インパルスとも瞬時に反対方向に進行するエネルギーベクトル  $[\mathbf{E} \mathbf{H}]$  に分離するものとし、
7. この仮定にもとづいて静電界、静磁界、電磁誘導現象などを概念的に解析した。

## 2. 電磁界の媒体とひずみ

本文は巨視的な電磁界の理論に関するものであるが、ここで巨視的な見地とは次のような基礎的見解の上に成り立つものとする。

### 2.1 ひずみと応力の類推

空間の状態を変化させる原因は力である。この場合の変化とは直線変位、回転変位、公転あるいは自転などの状態の変化を意味する。自転を除けば、力は物を移動させる能力であって、それ自体には実体がなく、物の移動に関連して認識の対象となる抽象的概念である。

実体のない力に関しては従来、力の根源は物自体にあるとする説と、力の根源は空間にあるという説があるが、本文では後者の仮説に基礎をおくことにする。更に物は質的要素、電荷的要素、磁性的要素などから構成され、それぞれに作用する力の種類が異なるが、ここで対象となるのは電気力と磁力である。

空間が真空と物的要素だけから構成されるとすれば、力は物的に無なる真空中に存在するとしなければならない。しかしながら、物の移動という概念は空間的な変位に結び付いているから、そこに材料力学的ひずみが類推される。す

なわち真空中に概念的な空間のひずみを仮定すれば、力は応力という概念で空間に潜在することになる。もちろん、このようなひずみを仮定すると、空間を表示する座標系に対して、真空は力の種類に応じた媒体として扱われなければならない。

真空を含む電気媒体にひずみの類推を適用すると、そこには更に、弾性的と塑性的という種類の類推的拡張ができる。

電気ひずみのある真空中に物的要素を持ち込むと、分極的な電荷と正負の自由電荷が現われる。真空の電気ひずみを分極電荷で仮想し、物的要素の分極電荷との総合効果を電気変位と呼ぶことにすれば、電気変位は弾性ひずみである。これに対して自由電荷は、変位するときには力を要するが、そのエネルギーは著積されないで順次に熱に変換されるような塑性ひずみであると看做することができる。電気変位 $D$ と自由電荷 $Q$ は何れも電気ひずみであるが、前者にはエネルギーがあるのに対し、後者はそれ自体にはエネルギーがない。

磁気変位についても電気変位と全く類似の巨視的な定義ができ、その過程は省略する。ただし、磁性としての媒体には塑性ひずみに相当するものは存在しない。

なお、本文においては、弾性的な変位と応力に関して媒体は線形かつ等方性であるとする。

## 2.2 電気変位流の仮定

電磁界の媒体を前記のように巨視的仮定にもとづく空間とすれば、誘電性・導電性・磁性は次のような意味をもつことになる。

誘電性は電気変位と電気力の関係を示し、電気変位があると変位の方向に引張り応力が仮定され、誘電体は引張り応力に沿って収縮しようとしている。この収縮作用は収縮方向に垂直な方向の圧縮応力となり、誘電体はその方向に膨張しようとする。電気変位は分極密度 $D$ で表わされ、誘電体内の引張り応力は $E = D/\epsilon$ で示される。 $E$ は電界の強さ、 $\epsilon$ は誘電率で、 $D$ のある空間は電界 $E$ と呼ばれる。

導電性は塑性的な変位をしつつある状態における変位の進行の割り合いと電気力の関係を示し、電界 $E$ の方向に単位時間当り生み出される正負の自由電荷密度を $Q$ とすれば $\partial Q/\partial t = \sigma E$ で表わさ

れ、電流と呼ばれる。 $\sigma$ は導電率で、 $\sigma$ の大きい媒体は塑性変位し易く、弾性的な誘電性が現われ難く、導体として扱われる。逆に $\sigma$ の小さい媒体は誘電体と看做される。

磁性は磁気変位と磁力の関係を示し、磁気変位を分極密度 $B$ で表わすと、媒体内の引張り応力 $H = B/\mu$ となり、 $H$ は磁界の強さ、 $\mu$ は透磁率、この空間は磁界 $H$ と呼ばれる。

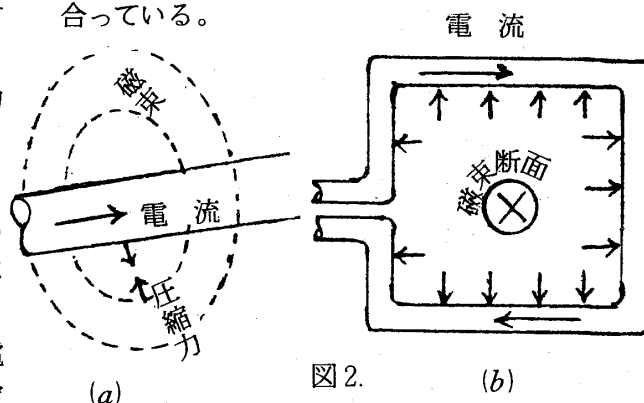
電気変位と磁気変位には前記のように力が潜在し、そのために、これらの変位は

- ① 連鎖状に連なり
- ② 固定しないと動く

という性質がある。

電気変位の場合、変位の連鎖はその両端が図1に示すように正と負の自由電荷に結合されると、変位はその

自由電荷を拘束する物的媒質に繋留される。静電界においては、変位連鎖（誘電束）に内在する電気引力は、連鎖を繋留する物的媒質を介して別種類の力（例えば材料力学的応力）と釣り合っている。



磁気変位の連鎖は、自由電荷に相当する磁極がないので必ず環状をなし、紐状で静止することはできない。不変電流による静磁界の場合、変位連鎖（磁束）は図2(a)に示すように環状をなし、圧縮力を電流のある導体に作用させ、磁束内の引張り応力は結果的に導体材料の機械的な圧縮応力と釣り合うことになる。また、図2(b)に示す閉回路状の導体に電流が流れると、電路内の磁気変位は紙表から紙背の方向に連なり、その磁力は導体を四方に押し広げるように作用する。この場合、導体が静止状態を保つとすれ

ば、そこには磁力と釣り合う機械的な反力がある筈である。

電気変位の近くに導体があると変位連鎖の両端は、例えば図3に示すように導体上の自由電荷と結合する。自由電荷は導体上を自由に移動できるので、変位連鎖は一般的には固定できない。そこで初期条件と導体の配置などで与えられる境界条件に従って、電気変位連鎖は移動することになる。簡単のために、導体を図3(b)に示すように2本の直線状導体とすれば、電気変位連鎖の移動は導体上に正電荷の流れ  $dQ/dt = I_+$  (正電流) と負電流  $I_- (= dQ/dt)$  を伴うことになり、誘電体には  $dD/dt$  なる電気変位の流れを仮定できることになる。この仮称

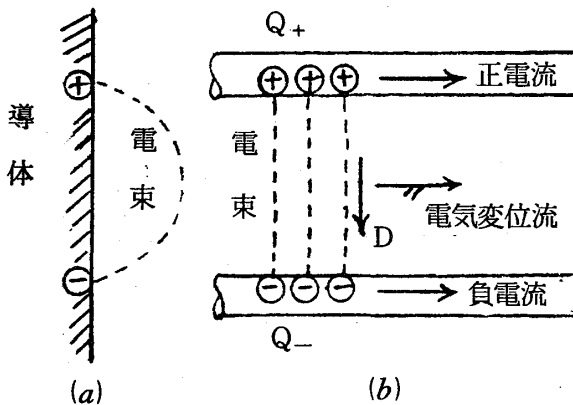


図3.

電気変位流は、流れ方向の単位断面積を単位時間当りに通過する電気変位の量であり、流れ方向をきめる3つのディメンジョンのうち、1つは必ずDなるベクトルに垂直で、他の2つは初期値と境界条件で定まる。

この電気変位流は、これに関連して次に述べる電気力と磁気力の釣り合いとともに本主題の基本的な仮定である。

移動しつつある電気変位連鎖においても、その電気力は釣り合いが保たれなければならない。電気変位の移動とは、隣接媒体にひずみのエネルギーを伝達していく連続的過程である。電気力Eが媒体を電気的に変位させるためには、その過程でEを支える反力が必要である。ここで、その反力が磁力であると仮定すると、磁力は移動する電気変位D自体を保持することになり、Dの流れに潜在する応力Eは磁気応力Hはよって釣り合いが保たれる。したがって、誘電体内

ではEとHが互いに釣り合いながら一緒に伝達され、図4に示すように、EとHは直交状態を保ちながら  $[E \times H]$  なるベクトル積の方向に進行する。

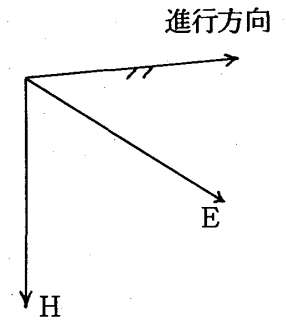
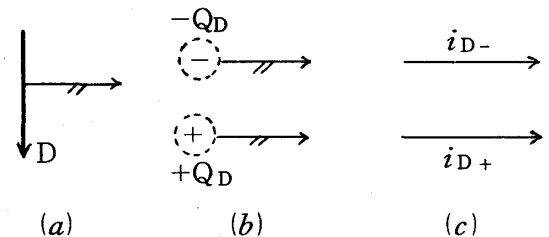


図4.

更に、このHを潜在させる磁気変位BがEによって保持されるとすれば、電磁界は磁気変位流と電気変位流とが一緒になって形成されており、電界が移動するときには必ず磁界が現われ、逆に、磁界が移動するときには必ず電界が現われることになる。

### 3. 電気変位の伝達と反射

前節で、電気変位流  $\partial D/\partial t$  には磁界Hが内在し、このHが移動するD自体を保持するとした。Dは分極電荷密度で表現されるから、これを  $\pm Q_D$  で代表させると、図5に示すように  $\partial D/\partial t$  は  $i_{D-}$  と  $i_{D+}$  なる電流で表わすことができる。  $\pm Q_D$  を静的分極すれば、  $i_{D-}$  と  $i_{D+}$  の対は動的分極で、磁界Hは動的分極  $\partial D/\partial t = i_D$  に潜在する力とみることができる。



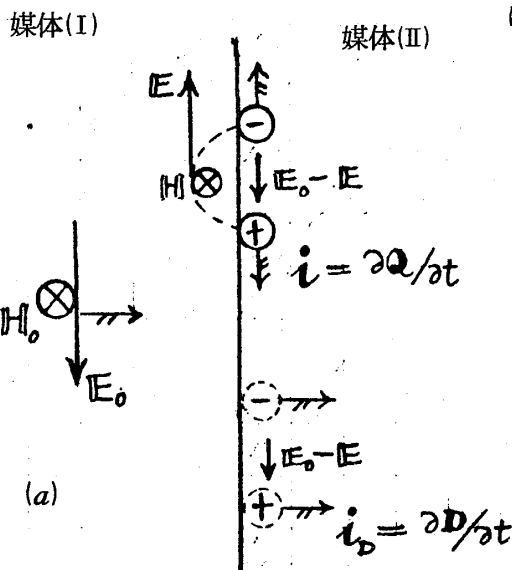
→ : 移動方向を示す

図5.

一方、伝導電流は塑性的変位の進行の意味をもつ正と負の自由電荷の移動である。したがって、  $\pm Q$  が静的変位であるのに対し  $i_+ = \partial Q_+/\partial t$ 、  $i_- = \partial Q_-/\partial t$  は動的分極であり、この動的分極  $i$  にもHが潜在するとみることができる。ただし、  $i_D$  のベクトル方向がEに直角であるのに対し、  $i$  のそれはEと同方向である。

電気変位が媒体(I)から(II)に伝達される瞬間の状態は図6に示すようになる。図で、入射する電気変位流の  $E_o$  が媒体の境界面に接触すると、

その瞬間、 $E_o$ によって伝導電流  $i$  が発生し、この  $i$  に  $H$  が内在する。同時に、この  $i$  の自由



電荷は媒体(I)に  $E_o$  と反対向きの電気変位を形成し、そこに内在する  $E$  は  $H$  とともに媒体 I 内に反射される。

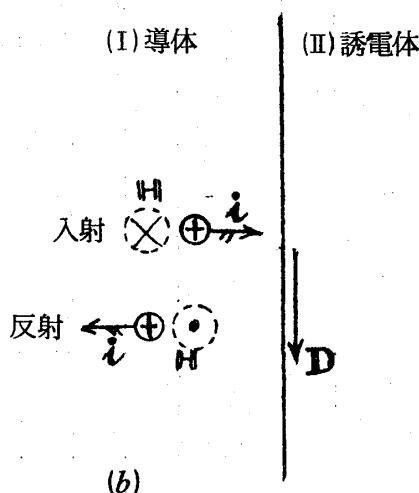


図 6.

媒体 II の電界 ( $E_o - E$ ) については

$$E_o - E = \frac{i}{\sigma} = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial Q}{\partial t}$$

が成り立つ。したがって媒体 II が  $\sigma$  の大きい導体であれば、II 内の電界 ( $E_o - E$ ) は小さい。

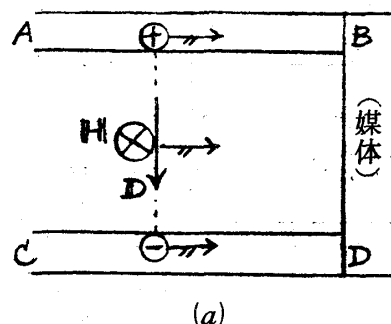
媒体 I が導体、II が誘電体の場合、I 内の電界を無視すれば、図 6(b) に示すように、I 内の磁界  $H$  は電流  $i$  に内在する。入射の瞬間、電流は停止して電荷となった後で反射電流となると考えられるので、II の誘電体内に瞬時的に電気変位  $D$  が現われる。また、反射電流の磁界の極性は入射のそれと逆になる。

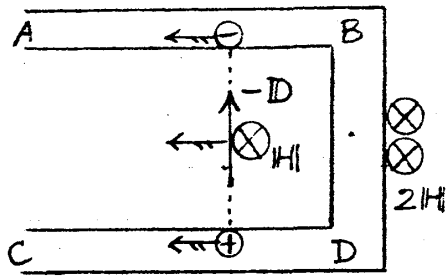
電流はベクトルである。通常、ベクトルの方向は空間的方向を示すが、その向きは作用する力を考慮してきめられる。動的モデルのベクトルは位置と時間の関数であるから、その向きは時間の経過と位置の関係を暗示している。正負の電荷は電界に対して正反対の反応をするから、電流にも正電流と負電流（負電流）を区別しなければならない。負電流の向きを反対に書いて正電流との区別をなくし、統一的に電流として扱うと、電流ベクトルの向きと反対方向に移動する電荷の流れを想定しなければならない場合があるので、ここでは必要に応じて正と負の電流を区別することにする。また、ここでいう電荷は物的要素ではあるが、あくまでも冒頭で

述べた巨視的抽象的な電荷だけの概念であって、電荷とともに質量やスピンなどを装備する電子という素粒子ではなく、まして、電流を電子の流れとするような考えは、ここでは論外である。

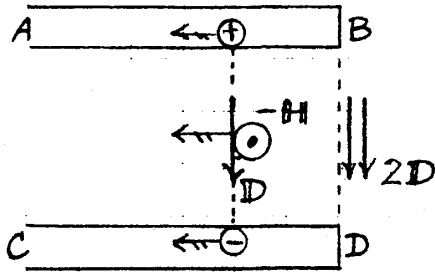
電磁界は反射によって複雑化される。基本的な反射の例を図 7 によって次に示す。完全導体の線路 AB, CD の一端に BD なる媒体を図に示すように接合し、AC 側より BD の方向に  $D$  なる電気変位流が入射するものとする。(図 a) 先ず、媒体 BD が  $\sigma = \infty$  (完全導体) の場合 (図 b),  $D$  が BD に入射する瞬間、 $D$  に内在する  $E$  は入射電流と反対方向に逆極性の電流を発生させる。そのため、BD には瞬時的に  $2H$  の磁界が現われ、その後、逆極性の電流は誘電体に再び  $D$  の連鎖を形成し、入射と反対方向に流れて行く。これを入射瞬間の  $2H$  なる瞬時磁界と結びつけて磁界反射といわれる。

図 7.

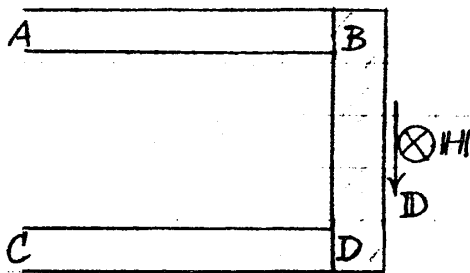




(b)



(c)



(d)

次に、媒体BDが $\sigma = 0$ （開放）の場合（図c）、Dなる電気変位流がBD部に入射する瞬間、そこに瞬時電界 $2E$ が現われ、図示のような電界反射となる。

媒体BDの $\sigma$ の値が適当であるとき、BD部には瞬時的なDとHが現われるだけで反射は発生しない。したがって電流はここで消滅し、DとHのエネルギーはここで熱エネルギーに変換されたことになる。あるいは、ABDCなる電磁空間のエネルギーがBDなる他のエネルギー空間に伝送されたことを意味する。

連続的な電気変位流の場合、界に反射があると、線路導体には入射電流と反射電流が共存する。したがって、反射の有無、種類を考慮すると、もっとも簡単な場合でも電流には次の4種類がある。

- ① 無反射状態における正電荷の流れ（正電流）
- ② 無反射状態における負電荷の流れ（負電流）

③ 磁界反射の反射電流との重複電流

④ 電界反射の反射電流との重複電流

これを図式に示したのが図8で、電流と界の種類は密接に関係している。

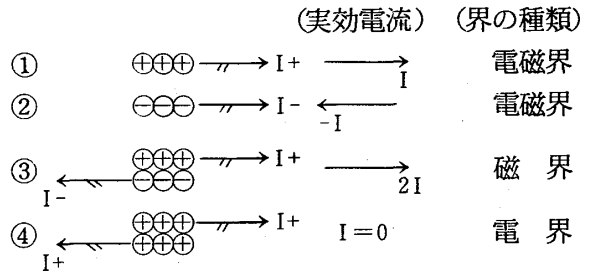


図8.

多くの場合、特に集中定数回路として扱われる電磁界では電流の区別はつかない。しかしながら、正負の電流を考慮すると、界の種類と電流の分布が密接に関係づけられる。例えば図9

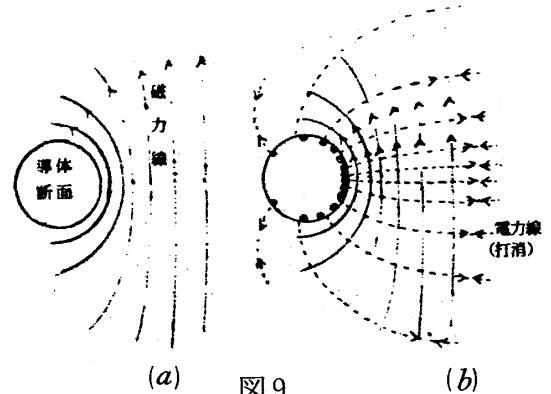


図9.

に示すように、円形断面の導体を紙面から紙背に流れる定常電流によって、図aに示されるように電界の全くない磁界（静磁界）ができている場合、この回路には磁界反射があつて電界が消失していると考えられる。更に、EとHが直交していることを考慮すると、磁界の力線（Bについてでなく、Hについて）が密な領域では電磁力線も密な筈で、この例の場合は図bに示すように、Eの方向が反対の電磁力線が打消し合っているとみられる。したがって、図示のように導体面の面する媒体におけるHの力線が密なほど、その導体当面の電流密度は大きい。

電磁界においては、後でわかるようにEとHは直交するだけでなく、媒質によってその大きさの割合が一定である。もし、その割合が崩れている場合は、その原因は反射で、導体には反射による電流あるいは電荷が存在する。

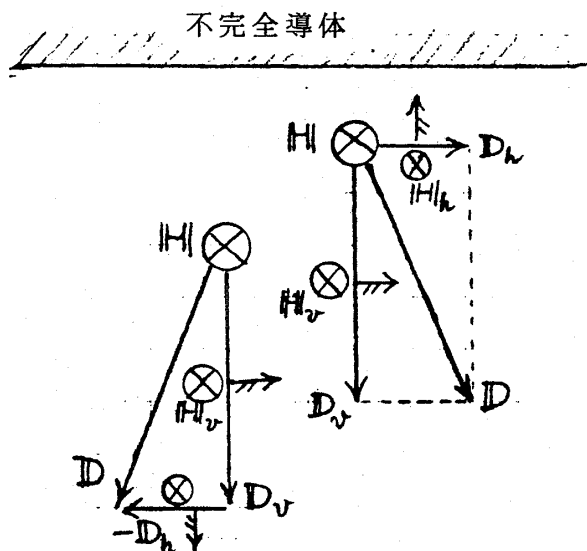


図 10.

導体の $\sigma$ が有限の場合、電気変位流の $D$ と $H$ のエネルギーは図 10 に示すように、導体面に入射する $D_h$ ,  $H_h$ と、導体に沿って進行する $D_v$ ,  $H_v$ からなり、当座において、前者は導体の損失、後者は導体によって導かれる伝送電力の対象となる。

#### 4. 電磁界の数式モデル

電磁界を変位と応力のベクトルで類推すると移動が常態である。しかしながら、媒体の構成によっては、その反射機能によって静電界あるいは静磁界が現われる。したがって広義の電磁界はエネルギーの伝送と変換を行なう狭義の電磁界と、エネルギーを貯えておく静電界と静磁界との合成で表わされる。

静電界と静磁界に関する数式モデルは、変位と応力、および弾性的変位の連鎖（電束、磁束の連続性）によって示され、特に後者は界とその源泉として、周知のように次式で表わされる。

$$D = \epsilon E \quad B = \mu H$$

$$\text{div } D = Q \quad \text{div } B = 0$$

ここで $\text{div } D = Q$ は、界内の一点 $P$ における自由電荷密度が $Q$ であるとき、 $P$ 点の近傍における電気変位 $D$ と $Q$ の関係を示し、電荷が静電界の原因であるという見地からは、周知のように、 $D$ あるいは電界 $E$ の源泉が $Q$ であることを意味している。

磁界が電流によって作られるという観点からすれば、任意の一点において、周知のように

$$\text{rot } H = i_s$$

が成立つから、これより磁界 $H$ の源泉は定常電流密度 $i_s$ であると看做することができる。 $i_s =$

$Q_s / \partial t$  は正電流  $i_{s+}$  と負電流  $i_{s-}$  から構成され、 $Q_s$  は塑性的変位ではあるが進行中（変位しつつある状態）であるから方向をもち、ベクトルである。進行を停止した状態でスケラ $Q$ となる。

以上の観点より、源泉がスケラのときは発散、源泉がベクトルのときは回転によって界と源泉が関係づけられ、静電界はスケラ源泉を、静磁界はベクトル源泉をもつと云える。

周知のように、発散と回転は

$$\text{div } D = \lim_{v \rightarrow 0} \frac{1}{v} \iint_S (D \cdot dS)$$

$$\text{rot } H = \lim_{v \rightarrow 0} \frac{1}{v} \iint_S [H \cdot dS]$$

で表わされる。したがって、密度が界内で一定というもっとも簡単な場合について、界の状態を積分表示的に図示すれば図 11 のようになる。

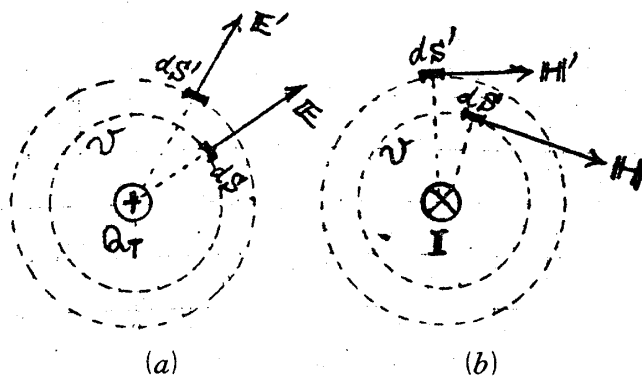


図 11.

ただし、図で $Q_T$ は、球 $v$ 内の全電荷量が中心にあるとした電荷、 $I$ は円柱 $v$ 内の全電流が中心線上にあるとした電流を示す。スケラ源泉 $Q_T$ が紙面から紙背の方向に移動していくと、静電界も一緒に移動し、 $Q_T$ の進行はベクトル源泉になるので、界には $E$ と $H$ が共存することになるが、 $I$ が反対方向に進行する $I_+$ と $I_-$ の合成になるようにすれば $E$ は打消されて現われな

い。  
電流 $i$ が流れている点については、その電流に起因する磁界の強さは定まらない。したがって磁界は直接的に電流に起因するものでなく、電流に伴う電気変位 $D$ の移動に直接関連すると考えられる。すなわち、 $H$ は $D$ の移動に起因





導体は $\sigma = \infty$ であるから、図14(a)に示すように、電流は表面だけを流れる。これを仮りに図bに示すように、電流が表面から $d\Delta_2$ の層に密度 $i$ で一様に分布し、紙面から紙背の方向に流れているとし、図cに示すように、導体内に $i$ 方向( $\Delta_1$ 方向)、導体表面の法線方向( $\Delta_2$ 方向)、およびこの2方向に直交する $\Delta_3$ 方向をそれぞれの面とし、 $ADD'A'$ が導体表面になっている微小立体 $ADD'A' BCC' B'$ をとる。この微小立体について $(\text{rot } H)_{\Delta_1}$ を求めると、電流の存在しない導体内部では磁界も存在しないので $BCC' B'$ 面には磁界がない。したがって

$$\lim_{v \rightarrow 0} \frac{H d\Delta_1 d\Delta_3}{d\Delta_1 d\Delta_2 d\Delta_3} = i$$

$$\therefore H = \lim_{d\Delta_2 \rightarrow 0} i d\Delta_2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

となる。ただし、 $H$ は $\Delta_3$ の方向をもつ磁界の強さである。

一方、表面電流密度を $i_s$ とすれば

$$i_s = \lim_{d\Delta_2 \rightarrow 0} i d\Delta_2$$

であるから、(1)式によって周知の次式が成立する。

$$H = i_s$$

$ADD'A'$ 面の法線ベクトルを $\mathbf{n}$ とすれば

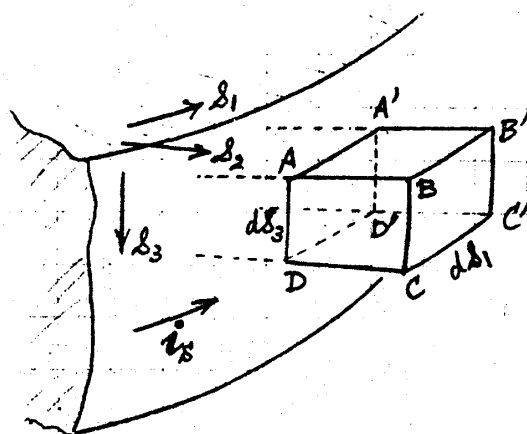
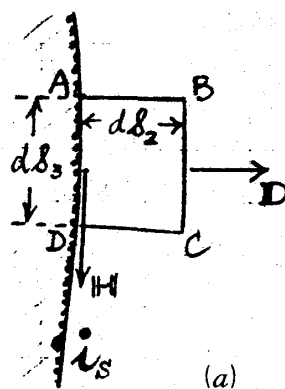
$$\mathbf{H} = [i_s \mathbf{n}] \quad \dots\dots\dots(2)$$

のようにベクトル表示できる。

導体内には磁界は存在しないから、(2)式の磁界は導体表面に十分近い近傍の誘電体における磁界を示すことになる。誘電体内には、導体の電流に伴って電気変位 $\mathbf{D}$ が移動しているので、 $i_s$ と $\mathbf{D}$ の関係を求めると次のようになる。

前図cでは面 $BCC' B'$ が導体内に仮想されたが、ここでは図15に示すように、誘電体内に $BCC' B'$ 面を仮想する。表面電流密度 $i_s$ は、これと直交する線分 $d\Delta_3$ の単位長さ当たりを単位時間に通過する電荷の量であるから、線分 $AD$ を $dt$ 時間に通過する電荷量は $i_s d\Delta_3 dt$ である。

いま、電荷の速度を $u$ とし、 $dt$ 時間に $d\Delta_1$ 移動するとすれば $u = d\Delta_1/dt$ であり、また、微小面分 $ADD'A'$ 上の電荷量は $i_s d\Delta_3 dt$ で



(b)  
図15.

ある。

一方、電気変位 $\mathbf{D}$ は導体表面に垂直であり、かつ電荷と同じ速度 $u$ で移動するから線分 $BC$ を通過する $\mathbf{D}$ は $dt$ 時間に $B' C'$ に達し、 $B C C' B'$ 面上の $\mathbf{D}$ の量は $u \mathbf{D} dt d\Delta_3$ となる。ここで、動的ベクトル界において、瞬時ごとには静的な発散に関する方程式が成り立つと仮定すれば、微小立体の体積を $v$ として

$$(\text{div } \mathbf{D}) \times v = u \mathbf{D} dt d\Delta_3 \\ = i_s d\Delta_3 dt$$

$$\therefore i_s = u \mathbf{D}$$

$$i_s = u (\mathbf{D} \mathbf{n})$$

となる。 $\mathbf{D}$ と $\mathbf{n}$ は同方向であるから、これと(2)式によって

$$\mathbf{H} = [u \mathbf{D}] \quad \dots\dots\dots(3)$$

(3)式は導体近傍の誘電体内の磁界として求められたが、その演算過程と結果から、特に導体の近傍に制約される何物もない。したがって、この式は誘電体内の任意の点で適用できることになる。

## 5.2 D方向の回転

誘電体内に図16に示すように、Dの移動速度  $u$  の方向  $\Delta_1$ 、Dの方向  $\Delta_2$ 、および  $\Delta_1$  と  $\Delta_2$  に直交する  $\Delta_3$  方向をそれぞれの面とする微小空間 ABCDA'B'C'D' を仮想し、その体積を

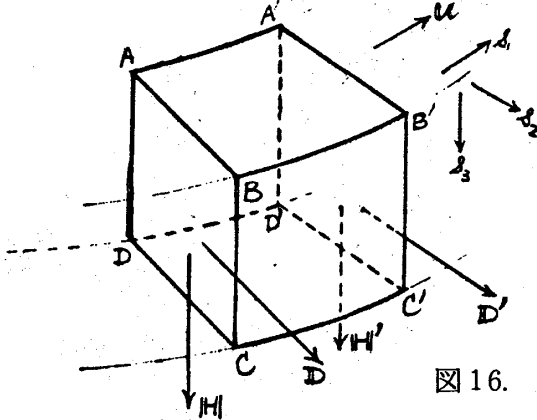


図16.

$v$ 、ABCD、A'B'C'D'の面積、電気変位、磁界の強さをそれぞれ  $dS$ 、 $dS'$ ； $D$ 、 $D'$ ； $H$ 、 $H'$  とすれば、ベクトル積の方向を考慮して

$$\text{rot } H = \lim_{v \rightarrow 0} \frac{[H dS] + [H' dS']}{v}$$

が得られる。

一方、 $\partial D / \partial t$  については、絶対値で演算すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial t} &= \frac{D - D'}{\delta t} = \frac{D dS \Delta_1 - D' dS' \Delta_1}{v \delta t} \\ &= \frac{1}{v} (D u dS - D' u dS') \end{aligned}$$

となり、単位時間当り  $dS$  面を通して流入する電気変位流  $D u dS$  と  $dS'$  面から流出する  $D' u dS'$  の差を単位体積当りにした値が  $\partial D / \partial t$  であるとみなせる。

したがって、 $\text{rot } H = \partial D / \partial t$  より

$$H dS - H' dS' = (D dS - D' dS') u$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = 0 \text{ のときは } \frac{H}{D} = \frac{H'}{D'}$$

となる。

微小空間内に当初、電気変位が存在しない状態のとき、 $dS$  面からステップ状に  $D$  が流入する場合は、 $D' = 0$ 、 $H' = 0$  であるから、 $H = u D$  となり、これをベクトル式で表わすと、

$$H = [u D]$$

となり、(3)式と一致する。

以上は電流という動的ベクトル界においても、瞬時については  $D$  の発散という概念が可能であ

るとし、電流分布の瞬時値を電荷に換算し、これを源泉として  $\text{div } D$  が成立することが前提になっている。例えば、前掲図12に示す直線導体が無有限長であるとき、瞬時における導体の電荷は単位長さ当り  $I/u$  の分布をしていることになり、導体中心から  $r$  の距離にある点  $P$  の電気変位  $D$  は

$$D = \frac{I}{u} \cdot \frac{1}{2\pi r}$$

となる。したがって、この点の磁界は

$$H = u D = I / (2\pi r)$$

のように計算される。

## 6. 電磁界におけるエネルギーの流れ

### 6.1 電磁誘導作用

誘電体内の磁界は  $\partial B / \partial t$  を源泉としているが、逆に電界の生成と  $\partial B / \partial t$  とを関係づけるのが電磁誘導作用である。この現象は

$$\text{rot } E = - \partial B / \partial t$$

で表わされ、電界の源泉が  $\partial B / \partial t$  であることを示している。

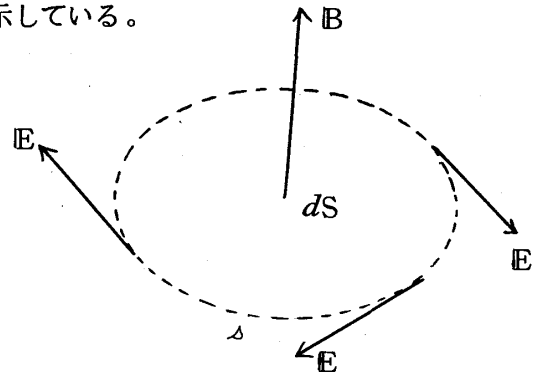


図17.

これまで  $\partial B / \partial t$  は磁束密度の時間的变化として、変位電流と同じように扱われてきた。すなわち、媒体内の一点のまわりに図17に示すように微小面分  $dS$  をとり、その法線を  $n$  とし

$$(n \cdot \text{rot } E) = \lim_{dS \rightarrow 0} \frac{1}{dS} \oint_{\Delta} (E \cdot ds)$$

であることから、その法線が  $B$  の方向と一致するように  $dS$  を選べば、それぞれ絶対値をとって

$$\lim_{dS \rightarrow 0} \frac{1}{dS} \oint_{\Delta} (E \cdot ds) = - \frac{\partial B}{\partial t}$$

が得られる。この式より電磁誘導作用は、 $B$ の時間的変化に伴って $B$ のまわりに電界 $E$ が誘起されるとみられているのである。

前節で静磁界には静的と動的の2面性があることを指摘した。静的には $\text{div } B = 0$ であるから、磁界にはスケラ源泉は存在しない。しかし $B$ は応力 $H$ に対応する変位であり、 $B = \mu H$ における $H$ はベクトル源泉をもつから、 $B$ も動的ベクトルの一面をもつ筈である。筆者は $B$ の動的な面に着目し、 $\partial B / \partial t$ を電気変位流 $\partial D / \partial t$ と共存する磁気変位流と仮称したことは既に述べた通りである。

磁気変位流が図18に示すように、 $u$ の速さで $dt$ 時間に $dy$ 進行するとし、 $B$ と $dy$ に直行する線分 $dx$ 上の電界を $E$ とすれば、面分 $dx dy$ について

$$|\text{rot } E| = \frac{E_2 dx - E_1 dx}{dxdy}$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{B_2 - B_1}{\delta t} = \frac{(B_2 - B_1) dx}{dxdy} u$$

$$\therefore E_2 - E_1 = (B_2 - B_1) u$$

となる。

$$\frac{\partial B}{\partial t} = 0 \text{ のとき } \frac{E_1}{B_1} = \frac{E_2}{B_2}$$

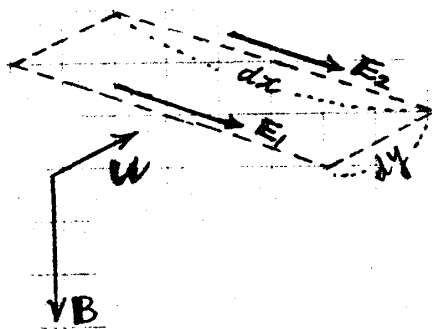


図18.

また、ステップ状の $B$ が $B_1$ として流入する場合は、 $B_2 = 0$ ,  $E_2 = 0$ を基準にできるから、 $E = uB$ となり、ベクトル式で示すと、

$$E = -[uB] \\ = [Bu]$$

となる。

## 6.2 電磁界におけるエネルギーの流れ

電気変位流と磁気変位流を仮定すると、誘電

体内の磁界と電界はそれぞれ

$$H = [uD]$$

$$E = [Bu]$$

が導かれた。

$D = \epsilon E$ ,  $B = \mu H$ であるから、 $H$ ,  $E$ ,  $u$ は互いに直交し、図19に示すようなベクトル関係にある。

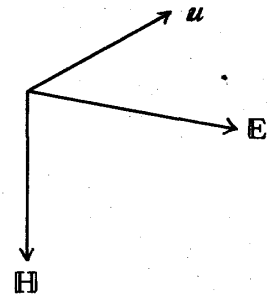


図19.

$u$ について検討すると

$$H = [u \cdot \epsilon E] = [u \cdot \epsilon \mu [Hu]]$$

となり、そのベクトル関係から

$$u^2 \epsilon \mu = 1 \\ u = 1 / \sqrt{\epsilon \mu}$$

が得られ、真空中の変位流の速さは光速になる。したがって、変位流は周知のポインティングベクトルと一致する。

変位流の見地からこのベクトルを検討すると

$$[EH] = [E(uD)] = u(DE) - D(Eu) \\ = [(Bu)H] = -B(uH) + u(HB)$$

となり、 $(Eu)$ ,  $(uH)$ なるスケラ積はベクトル図より明らかに0である。したがって

$$[EH] = u(DE) \\ = u(HB)$$

となり、 $[EH]$ なるベクトル積は、 $u$ の速度をもつエネルギー量 $(ED) = (HB)$ の流れであることを示している。

なお、動的モデルが静的モデルの連続であるとするれば、誘電体内の瞬時エネルギーは静電の $ED/2$ と静磁の $HB/2$ の和であるから、この和のエネルギーが境界条件にしたがって $u$ の速さで流れていることになる。

これらのエネルギーは、 $H = uD$ ,  $E = uB$ より

$$w_e = \frac{ED}{2} u = \frac{EH}{2}, \quad w_m = \frac{HB}{2} u = \frac{EH}{2}$$

となり、単位面積当りに流れる全エネルギー $w$ は

$$w = w_e + w_m \\ = EH$$

となる。

$$\text{また, } H = uD = u \epsilon E$$

$$E = uB = u \mu H$$

からも,  $u = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$  が導かれ, 同時に E と H の比は

$$\frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

であることが分る。更に, 誘電体の導電性が無視できない場合は, 仮りに電界 E が進行すると,

$$D = \epsilon E, \quad Q = \sigma E t$$

$$H = u \left( D + \frac{Q}{4\pi} \right) = u \left( \epsilon + \frac{\sigma t}{4\pi} \right) E$$

$$\therefore u = 1/\sqrt{\mu \left( \epsilon + \frac{\sigma}{4\pi} t \right)}$$

となり, 時間とともに減速することがわかる。

## 7. 電磁エネルギーの形態

広義の電磁界は電界 E, 磁界 H と電磁界 [E H] で代表される。ここではこの三者の関係を現象の上で明らかにするために, 電界と磁界を構成する基本要素として時間・空間的なインパルス, すなわち, インパルス電界とインパルス磁界を仮想し, 電磁界はこの 2 つの要素の積み重ねであるとする。

最も基本となるのは, 界にインパルスが入力されたあとの自由状態である。簡単のために無限長と有限長の直線状線路の場合を例にして, \*

\*その概念を明らかにする。

### 7.1 線路上における自由状態の電磁界

直線状の線路上にインパルス電界  $E_0\Delta(t)$  あるいは磁界  $H_0\Delta(t)$  を印加すると, インパルスは瞬時に分解してエネルギーベクトルの進行波 [E H] となり, 自由状態の電磁界を呈する。ただし,

$$\Delta(t) = 1 \quad \dots\dots (t = 0)$$

$$= 0 \quad \dots\dots (t \neq 0)$$

$$E_0 = E, \quad H_0 = H \quad \dots\dots (t = 0)$$

$$= 0, \quad = 0 \quad \dots\dots (t \neq 0)$$

とする。また, インパルスの分解を電磁分極と仮称する。

#### (1) インパルス電界の場合

図 20(a) に示すように,  $t = 0$  にインパルス電界が  $x = 0$  の位置に印加されると, 瞬時に図 b に示すように電磁分極する。図で明らかなように,  $E_0\Delta(t)$  は  $\left[ \frac{E}{2} \cdot \frac{H}{2} \right]$  と  $\left[ \frac{E}{2} \cdot \frac{-H}{2} \right]$  な

るベクトル積が,  $x = 0, t = 0$  に合致したものととも考えられる。時刻  $t = \tau$  においては, 図 c に示すように,  $x = \pm \tau/\sqrt{\epsilon\mu}$  のところをパルス状のエネルギーが  $x$  の正と負の方向に進行する。

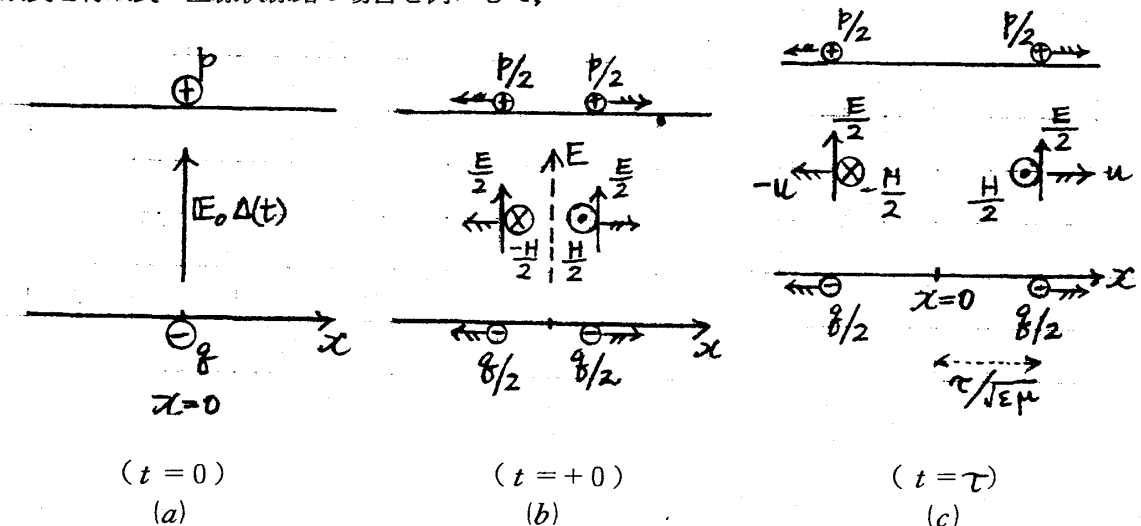


図 20.

#### (2) インパルス磁界の場合

$H_0\Delta(t)$  は図 21(a) に示すように印加され,  $t = 0$  の瞬間,  $x = 0$  の上下の線路には図示の

ように電荷 p の流れとしてのパルス電流が存在することになる。x の負方向に進行するエネルギーの構造がインパルス電界の場合と異なっている。

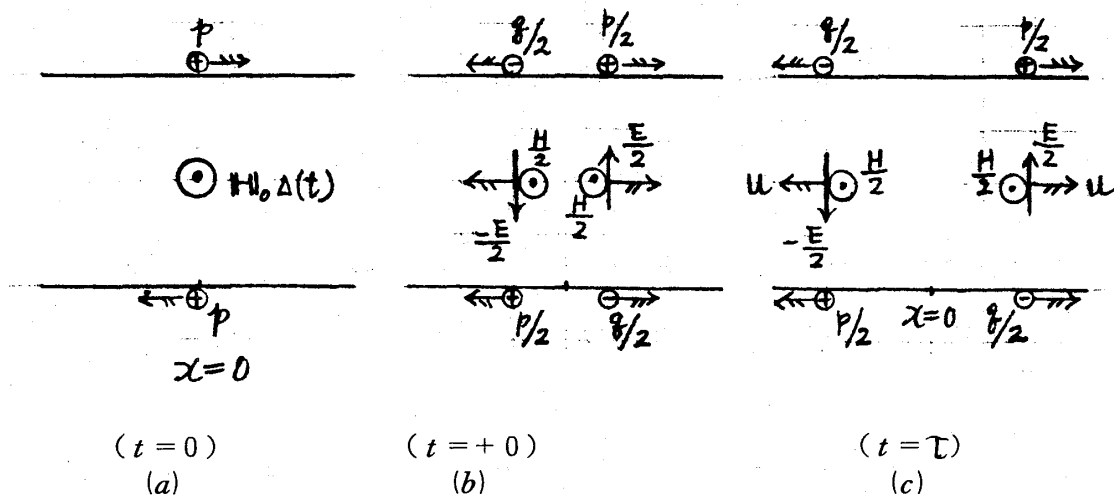


図 21.

### (3) 反 射

図 22 に示すように、線路の端部 A, B に向かってベクトル  $[E H]$  が進行し、 $t=0$  に端部に到達するとする。到達直前の正負の電荷を  $p^{-0}$ ,  $q^{-0}$  とし、到達直後のそれを  $p^{+0}$ ,  $q^{+0}$  とする。\*

\* 開放端の場合 (図 b), 電荷は端部で撥ね返り、短絡端の場合 (図 c) はそのまま通過できるので、 $[E H]$  の端部到達時の電荷の状態はそれぞれ図示ようになる。したがって開放端の端部には瞬時  $2p$ 、 $2q$  の電荷が存在して  $2E \times$

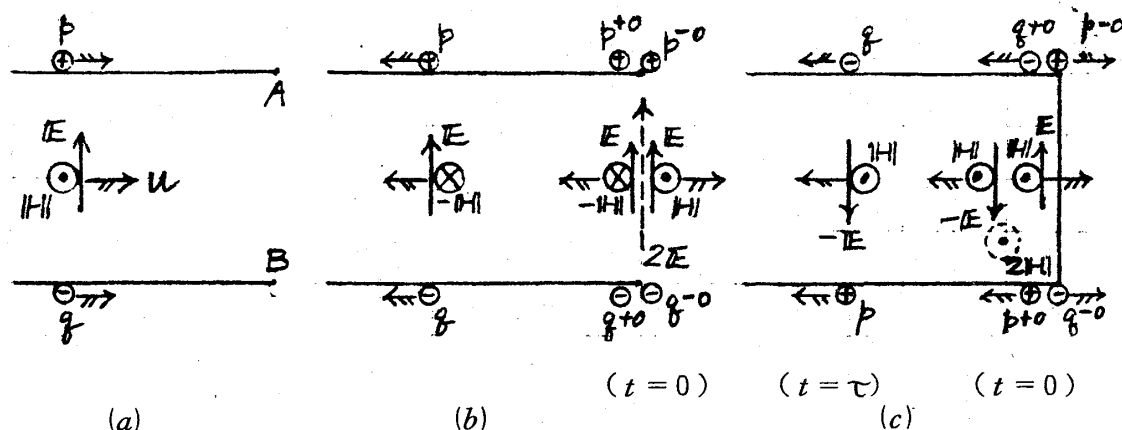


図 22.

$\Delta(t)$  の電界が現われ、 $[E (-H)] = -[E H]$  なる反射波が発生する。

一方、短絡端の端部には瞬時  $2p$  の流れに相当するインパルス電流と、 $2H \Delta(t)$  なる磁界が現われ、図示のように  $[(-E) \cdot H]$  なる反射が発生する。

端部 A B に  $[E H]$  のエネルギーが吸収されるような負荷が接続されない限り、そこにはインパルス電界あるいはインパルス磁界が現われ、電界反射あるいは磁界反射の状態を呈する。

### (4) 静 電 界

長さ  $l$  の両端開放の線路に空間幅のあるパルス入力  $E e \Delta(t)$  を印加した場合の自由状態は次のようになる。ただし、 $E e$  は線路の全長  $l$  に

わたって一様に  $E$  が分布するような電界とする。

$E e \Delta(t)$  は空間的に  $l$  の幅をもつ  $[E f \cdot H f]$  と  $l [E b \cdot H b]$  の瞬時的な合成結果であるともみることができる。ただし、 $E f = E b = E/2$ ,  $H f = H/2 = -H b$  とする。

以上のような 2 つのベクトル積の進行を、電界と磁界に分けて進行状態を示したのが図 23 である。図からわかるように、このようなエネルギーの流れがあるに拘らず、線路には常に一定な電界だけが現われ、磁界は現われない。

静電界はこのような開放端の電界反射によってもたらされる結果であることができる。

$E e \Delta(t)$  を全長にわたって印加する代りに、時間的に幅をもつパルス電界  $n E \tau$  を線路の一

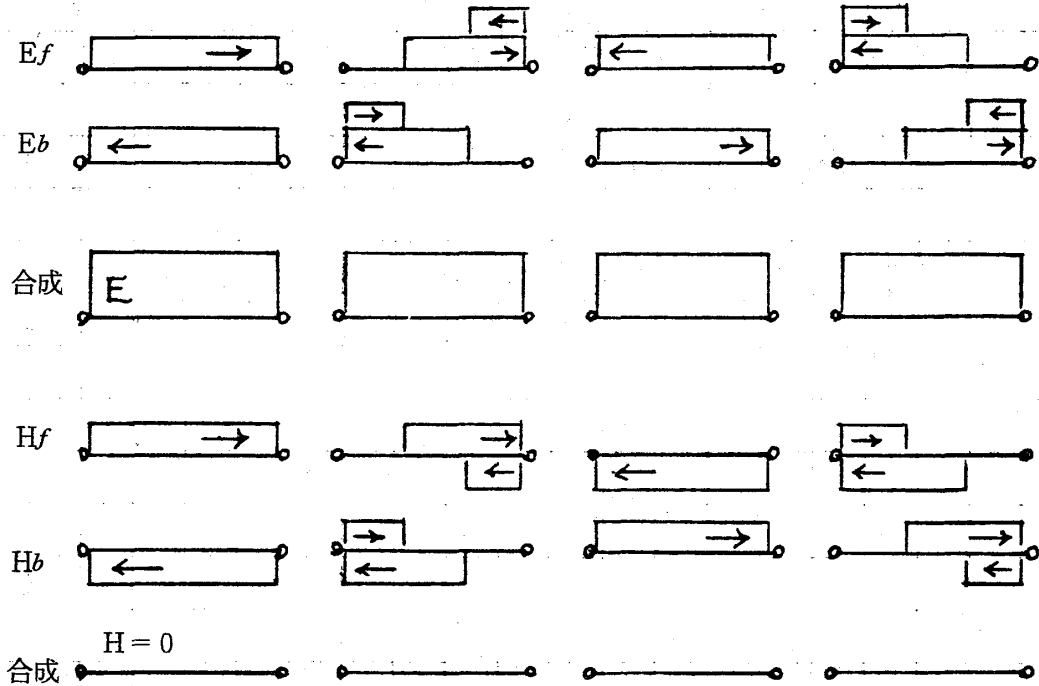


図 23.

端から注入する、すなわち  $[E H]$  を  $n\tau$  時間注入しても同じ結果が得られる。ただし、 $n$  は整数、 $\tau = l \sqrt{\epsilon \mu}$  とする。

線路内のエネルギーの流速は  $1/\sqrt{\epsilon \mu}$  であるから  $\epsilon$  の大きい誘電体では速度が遅くなり、その結果、線路内のエネルギー密度が高まり、線状の入力については  $\sqrt{\epsilon/\epsilon_0}$  倍、面状の導体については  $\epsilon/\epsilon_0$  倍のエネルギーが蓄えられることになる。ただし、 $\epsilon$ 、 $\epsilon_0$  はそれぞれ入力空間、線路空間の誘電率とし、 $E$ 、 $\mu$  は変わらないとする。

#### (5) 静磁界

両端短絡の線路に幅のあるパルス入力  $H e \Delta(t)$  を印加すれば、互いに反対方向に進む 2 つの  $l_x$   $[E H]$  によって静磁界ができる。

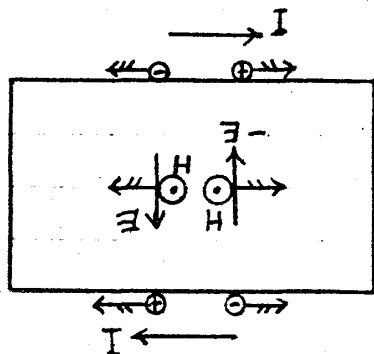


図 24.

線路には図 24 に示すように互いに反対方向に流れる正負の電流が存在し、結果として  $I$  なる定電流が流れることになる。

$\mu$  が大きいとエネルギーの流速が遅くなり、短絡線路内のエネルギー密度は、 $H$  と  $\epsilon$  が一定な場合  $\mu$  に比例する。

#### (6) 整合

図 25 に示すように、線路の一端に接続された負荷に、連続的にエネルギーベクトル  $[E_1 H_1]$  が入射されると、負荷は連続的に  $[E_2 H_2]$  を吸収して  $[E'_1 H'_1]$  を反射する。これを式で表わすと、

$$\begin{aligned} E_2 H_2 &= (E_1 - E'_1)(H'_1 + H_1) \\ &= E_1 H_1 - E'_1 H'_1 - E'_1 H_1 + E_1 H'_1 \\ &= E_1 H_1 - E'_1 H_1 \end{aligned}$$

となる。(  $\because E'_1 H_1 = E_1 H'_1 = r E H$ ,  $r$  ; 反射係数 )

反射のない状態、 $E'_1 H_1 = 0$  が整合である。反射のない電磁界では、 $u E D = u H B = E H$  が成り立つから、これより  $\epsilon E^2 = \mu H^2$

$$\frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

なることが必要である。したがって

$$\frac{E_2}{H_2} = \frac{E_1}{H_1}$$

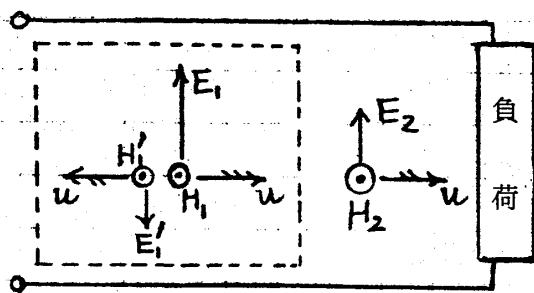


図 25.

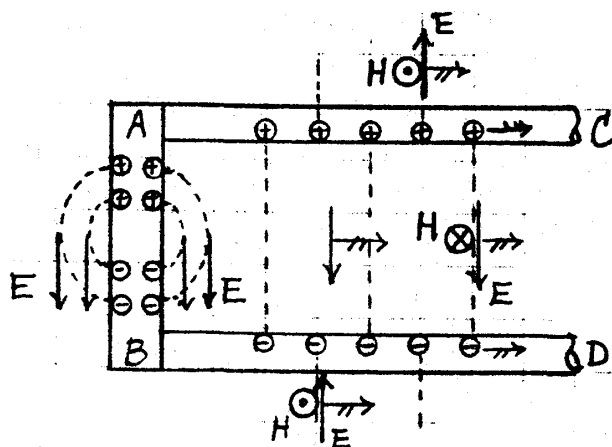
が整合の条件である。

負荷が線路に接合していない場合、ステップ状の入力に対して、定常状態では線路内には負荷特性に一致した  $E_2$  と  $H_2$  が負荷に向かって進行していることになる。

## 7.2 電磁誘導と起電力

### (1) 磁界中を移動する導体の起電力

図 26 に示すように、直線導体  $AB$  が速度  $v$  で磁界  $H_0$  を切るように移動すると、 $AB$  の進行前面の磁束密度は密になり、その背面のそれは疎になる。その結果、導体の移動を阻止する方向に磁気力が作用し、この力は導体に作用する機械力と釣り合う。



(c)

図 26.

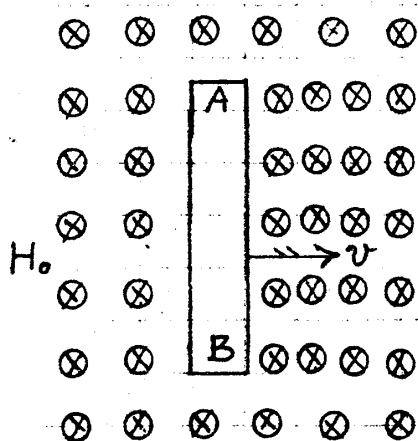
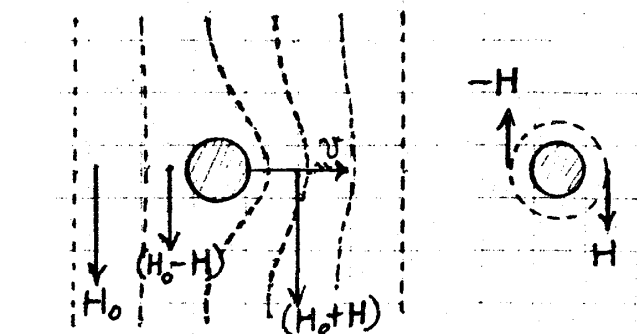
一方、導体の前面と背面の磁束密度の疎密の状態は、そこに正と負のインパルス磁界  $H$  が発生したのと同様である。このインパルス磁界は図  $b$  に示すように反対方向に移動する  $[EH]$  に電磁分極し、この分極  $[EH]$  はそれぞれ導体の端部の方向に移動する。このようにして導体の機械エネルギーは  $[EH]$  なる電磁エネルギーに変換される。

$[EH]$  の移動は導体上に自由電荷の移動を伴うので、導体  $AB$  の周囲には結果的に図  $c$  に示すように、 $AB$  方向の電界  $E$  が発生する。これが誘起電界である。導体  $AB$  の両端にリード導体  $AC$ ,  $BD$  が図示のように接続されると、この誘起電界はリード線に沿って  $C$  と  $D$  の方向に移動し、導体上に電流が発生する。

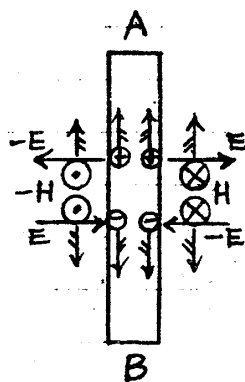
$CD$  端子が開放されている場合、誘起電界の流れは  $CD$  で電界反射されて  $AB$  に返還され、ここで再結合し、その電磁エネルギーは機械エネルギーに変換される。 $AB$  では、機械→電磁、電磁→機械とエネルギー変換が繰返され、 $CD$  では電界反射が繰返され、導体  $AC$  と  $BD$  の間に静電界が構成される。

$CD$  端子に負荷がある場合は、 $CD$  に入射する  $[EH]$  の一部は反射されるが、他は負荷で再結合し、その電磁エネルギーを負荷に与える。すなわち導体  $AB$  に作用する力は、 $[EH]$  なる電磁分極を介して負荷にエネルギーを供給されることになる。

以上のようにして発生する電界、すなわち起



(a)



(b)

電力は単位時間当りに発生するインパルス磁界  $H$  の量に比例するから、明らかに導体の速度  $v$  および長さに比例する。なお、この起電力は導体内の電位差ではなく、誘電体内の電界である。何故ならば、導体  $AB$ 、 $AC$ 、 $BD$  を完全導体とし、径路  $DBAC$  を導体内に選んで、 $DBACD$  なる径路について  $E$  の周回積分を行なうと、

$$\oint_{DBACD} (E d\mathbf{s}) = \int_C^D (E d\mathbf{s})$$

でなければならず、導体  $AB$  には電位差は存在しない。

## (2) 2つのコイル間の誘導

図 27 に示すように、完全導体のコイル  $AB$  と  $CD$  が同心円状に配置され、一次、二次として結合されている。簡単のために二次コイルは 1 回巻きとする。

一次コイルの  $AB$  端子に直流電圧を印加すると、一次コイルの内と外に  $[EH]$  のエネルギーが連続的に供給し続けられる。供給された  $[EH]$  ベクトルはコイル導体で反射を繰り返すので、反射に起因する電流を含めて、コイルには時間とともに増大する電流が流れ、コイルの磁界は時間とともにその強さを増大する。

二次コイル端子  $CD$  が図示のように短絡されている場合、端子  $AB$  から供給される  $[EH]$  ベクトルは二次コイル内面で反射され、磁束は図示のように二次コイルの外側に出ることはできない。

適当に  $[EH]$  を供給した後で、仮りに  $AB$  端子を短絡すると、コイル導体面では  $[EH]$  の入射量は等しい状態が保たれ、界内の電流は反射に起因するものだけとなって、図示の一次コイルの内面電流  $I_{1i}$ 、二次コイルの内面電流  $I_{2i}$  と  $I_{2i}$  に対応する一次コイルの外側電流  $I_{10}$  は不変のまま流れ続け、静磁界が実現する。したがって、 $AB$  端子から  $[EH]$  が供給されている状態では、二次コイル内面に対して入射の状態にある  $[EH]$  の量は、反射された状態にあるそれより多い筈で、その差が界の誘電体に点線で図示された同心円状の電界を形成することになる。もちろん導体内には電界はない。

次に端子  $AB$  の印加電圧を同一にして、二次コイル端子  $CD$  が図 28 に示すように開放された場合、一次コイルの内部に供給される  $[EH]$

に変わりはないから、その内面電流  $I_{1i}$  は二次短絡の場合と同じであるが、外面電流  $I_{10}$  は大きく減少する。何故ならば、一次コイルの外側に供給された  $[EH]$  は、 $CD$  端子の間を通過して二次コイルの外側に噴出するため、一次二次間の反射回数が減少するからである。その結果、その間の磁束密度も低くなり、磁束は二次コイルの外側に拡散される。

端子  $CD$  間の電界の密度は、一次コイルに供給されるそれと等価的に同等となり、この電界による電位差が電磁誘導にもとづく起電力である。この起電力は先に述べた同心円状の電界を周回積分した値に等しい。二次コイル導体の反射作用は同心円状の電界を周回積分するのと同じ効果をもたらす。この場合も導体内には電界は存在しない。

一次コイルの軸長が無限長の場合、二次コイルがないと一次コイルの外側には反射がないので、 $I_{10}$  は零である。 $I_{10}$  は二次コイルの  $I_{2i}$  に呼応して発生するから、 $I_{2i}$  が誘導電流と呼ばれるならば、 $I_{10}$  も同じ呼称の性格のものである。

## 8. む す び

本文においては、まえがきで述べた理由にもとづいて電気変位流を仮定し、その結果、

$$H = [u D], \quad E = [B u]$$

が得られ、電気変位流がポインティングベクトルと同じ意味をもつことが明らかにされた。

次に、インパルス電界とインパルス磁界は瞬時に反対方向に進行するエネルギーに分解されること、更に、その進行は電界反射、磁界反射を繰り返すことによって静電界、静磁界、あるいは電磁誘導などの様相を呈することを明らかにし、杜撰ではあるが、大局的に広義の電磁界に可成りの統一性ある説明を加えることができた。

もともと電気磁気理論は幾何空間の電磁現象を対象とし、近接作用論の見地から、エネルギーは界の媒体にあるとしてきた。一方、もう一つの基礎的電気理論である電気回路体系では、どちらかと云えば電荷と電流にエネルギーを認める立場をとり、両者の理論がしばしば混用されているように思われる。電気回路理論は電力



系、通信系、制御系などのシステム、あるいはその構成要素を対象とするので、電気磁気理論の対象とは異なる。したがって、問題を解析するに当っては、その前提、仮定を明瞭にしておく必要がある。

解析上の重要な基礎の一つは境界条件の設定である。そのためには現象の根底を把握する統一原理、あるいは基本的な仮定を確認しておか

なければならない。本文が以上のような意味で検討の対象になれば幸いである。

静電容量、インダクタンス、交番電磁界に関しては全く触れていないが、他日その機を得たい所存である。

この発表に当って、本学教授美弥忠夫博士の御助言をいただいたことを記し、感謝の意を表する。

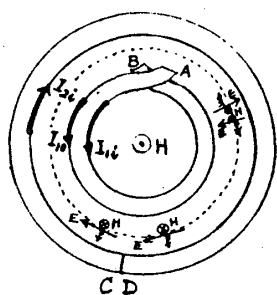
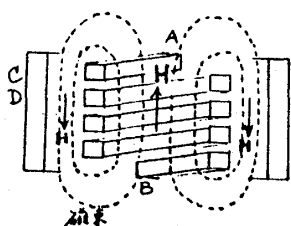


図 27.

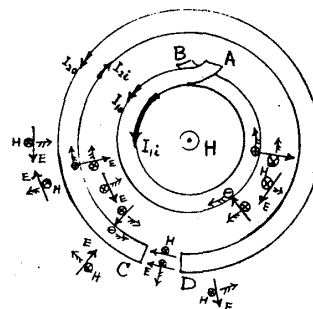
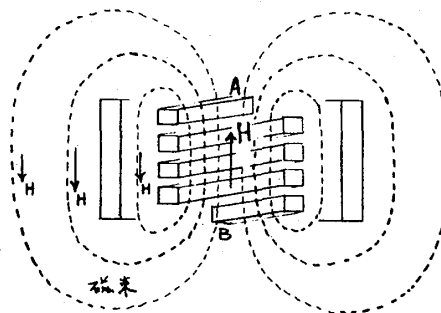


図 28.