ベクトル自己相関関数とその応用

岡　本　雅　典

1．はしがき

最近Paparoditis(1994)は一般化自己共分散関数を提案した。それは任意のラグを持つた２つの時系列から得られる共分散行列の行列式の値であり、ベクトル間のスカラー測度を与えている。さらにこの一般化自己共分散を分散で基準化すればベクトル自己相関関数を得る。本報告では環境問題、ひいては環境経済学につながるものとして方向変量の時系列への応用を述べると共に経済時系列への応用をはかる。

2．Paparoditisの一般化自己共分散とベクトル自己相関関数

２次定常過程$\{X_t\}$に対してPaparoditis(1994)は一般化自己共分散関数を次のように定義した。時刻$t=\tau$から始まる長さiの時系列$S^i_\tau=\{X_\tau, X_{\tau+1}, \cdot\cdot\cdot, X_{\tau+i-1}\}$を考える。各整数iに対して次数iの一般化自己共分散関数は

$$\gamma_i(h) = \det[E\{S^i_t(S^i_{t+h})'\}] = \det\{\Gamma(i,h)\},$$

として定義される。ここに$\Gamma(i,h) = \{\gamma(h-m+n)\}$, $m,n = 1,2,...,i$となる$i\times i$のトープリッツ行列である。$\gamma_i(h)$の意味はラグhの２つのi次元の有限時系列間の共分散のスカラー測度を与えている点にある。一般化自己共分散は通常の共分散の性質をすべて満たし、$\gamma_1(h)=\gamma(\cdot)$である(Paparoditis 1994, Th. 2.1)。$\gamma_i(h)$の諸性質の導出の基本は次のような確率過程$\{Z_{i,t}\}$を作るところにある。

$$Z_{i,t} = (i!)^{-1/2}\det(\widetilde{X}_{i,t}),$$

ここにi×i行列$\widetilde{X}_{i,t} = (X^{(m)}{}_{t+n-1})$, m, n = 1,2...iで、$\{X^{(1)}{}_t\}, \{X^{(2)}{}_t\}, \ldots,$ $\{X^{(i)}{}_t\}$は$\{X(t)\}$の中から独立にとられたコピーである。この$Z_{i,t}$を仲介として次の性質(Paparoditis 1994, Th. 2.2)が得られている。もし$\{X_t\}$がp次の自己回帰過程AR(p)に従うならば一般化共分散関数は1次の自己回帰過程の共分散関数と同じ構造を持っている。すなはち$\gamma_i(h) = \phi\,\gamma_i(h-1)$, $\phi = (-1)^{p-1}\phi_p$, ϕ_pはAR(p)の一般化ユール・ウォカー方程式の最後の項である。

ベクトル自己相関関数は

$$\lambda_i(h) = (-1)^{\kappa}\gamma_i(h)/\gamma_i(0) = \mathrm{corr}(S^i{}_t,\ S^i{}_{t+h})$$

で定義される。ここに$h \geqq i$に対して$\kappa = 0$, $h < i$に対して$\kappa = h(i-h)$で、$\lambda_i(0) = 1$, $h < 0$に対して$\lambda_i(h) = \lambda_i(-h)$である。$\mathrm{corr}(S^i{}_t, S^i{}_{t+h}) = (-1)^{\kappa}\mathrm{cov}(S^i{}_t, S^i{}_{t+h})/\{\mathrm{var}(S^i{}_t)\mathrm{var}(S^i{}_{t+h})\}^{1/2}$である。この$\lambda_i(h)$には著しい特徴がある。相い重なる部分を持つ2つの時系列$S^{i+k}{}_t$, $S^{i+k}{}_{t+i}$ $(k \geqq 1)$間のベクトル自己相関関数はこの2つの相い重ならない部分の相関のスカラー測度になつている点である。

3．方向変量の統計学

方向変量は大気中の風の方向のようにある角度を持った確率変数である。2次元平面上のデータであればcircular data（円周データ）といい、3次元の立体的空間内のデータであればspherical data（球面データ）と言って区別している。方向変量の大きさは問題の性質にもよるが単位ベクトルUを考えれば$UU' = 1$という制限を常に受けている（circular dataでは$(\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2 = 1$)。数学的には2つの角度の平均は必ずしも重心と言う意味を持たないし、任意の実数との積は一般にかけ算としての意味を持たない場合がある（例えば$2\pi\ \theta = \theta$)。したがつて通常の平均は意味をもたない（Jupp and Mardia

(1989), Watamori and kakimizu (1994))。

社会科学に於ける応用としては各個人の職業上の評価をするのに評価基準として所得、社会的地位、報酬、社会的有用性の4つの変量を用いた場合、用いた評価基準によつて結果がいかに変わるかが問題となつた。というのは16の異った職業を持つ48人の人々の態度がこの4つの評価基準によつて調べられたが、同一人が各標本の中に入ってくるので、応答は各標本間で相関があると思われていた。しかしこれらの評価基準を球面上の単位ベクトルに変換し方向変量として相関をみると本当に意味のあるものは社会的有用性への反応と報酬への反応だと言うことが明らかにされた (Fisher, Lewis and Embleton 1987, Example 7.1, p.194)。いまのところ経済学上の直接の応用例は見あたらないが、環境経済学等において具体的にデータを分析する場合には方向変量の統計的方法が必要となるであろう。

他方、生物学、地理学、地質学、地球物理学、医学、気象学、海洋学など自然科学の諸分野では多くの応用例があり、むしろこの中から方向変量の新たな統計的方法が研究開発されてきた。とくに方向変量の理論的分布、方向変量間の相関係数、回帰分析、線形の変量と方向変量間の回帰分析、検定と推定等多くの研究がなされてきている (たとえばN.I.Fisher 1993, Fisher, Lewis and Embleton 1987, Jupp and Mardia 1989)。

本報告で述べる方向変量の時系列に関する研究はきわめて少なくBreckling (1989)とFisher and Lee (1994)の研究があるに過ぎない。Brecklingは西オーストラリアのフレマントル港における風向風速の観測値から季節的特性を見いだす為に地衡風成分と海陸風成分を推定し、これらを原系列から除き残りの細かい変動に対して方向変量としての時系列モデルを当てはめている。その際提案されたのはvon Mises過程とラップド正規自己回帰過程 (the wrapped normal autoregressive process = WNAR)である。データの解析では次数1のWNAR(1)が求められている。一方Fisher and LeeはWNARの他に射影法

とある種の変換(a link junction)を用いる新たな方法を提案している。WNARをデータに適合させる際にEMアルゴリズムを用いているので条件付き平均値を求めなければならず、これが実際には簡単ではない。そこでここではPaparoditis (1994) の一般化自己共分散関数を用いることによりWNAR(2)までのスカラー測度が示される。

4. 角度相関の尺度

角度の自己共分散関数は角度の相関の尺度を基に求めるのが自然である。角度の相関の尺度にはどんな条件が必要とされるだろうか。いま角度θとηにそれぞれ対応する単位ベクトル$U(\theta)$, $U(\eta)$を考えよう。線形作用素Hがあって（回転と反転）Hの行列式の絶対値が1でありかつ$HU(\theta)=U(\eta)$であるとき$U(\theta)$と$U(\eta)$とは独立であると言う。相関の尺度$\delta(\theta, \eta)$に対して

(i)領域：　$\delta(\theta, \eta)$はすべてのθとηに対して定義される、

(ii)対称：　$\delta(\theta, \eta)=\delta(\eta, \theta)$、

(iii)有界：　$0 \leqq \delta(\theta, \eta) \leqq 1$、

(iv)独立性：θとηが独立ならば、$\delta(\theta, \eta)=0$、

(v)従属性：θとηが一次従属ならば、$\delta(\theta, \eta)=1$、

(vi)不変性：2次元実数空間内のすべてのH_1とH_2に対して$\delta(H_1(\theta), H_2(\eta))=\delta(\theta, \eta)$. ただし$|\det H_1|=|\det H_2|=1$。

Breckling (1989)はこれまでの方向変量の相関係数を比較研究し、3つのグループに分類している。1つは固有値の線形関数に基ずくもの (Watson & Beran 1967, Stephens 1979, Downs 1974, Mardia 1975)、2つ目は正準相関または固有値の非線形関数に基ずくもの (Johnson & Wehrly 1977, Jupp & Mardia 1980, Fisher & Lee 1983, Rivest 1982), 3つ目は順位相関に基ずくもの (Mardia 1975, Fisher & Lee 1982)である。その結果最も妥当な相関として

$$\mathrm{cov_Q}(\theta, \eta) = \max[\mathrm{E}\{\cos(\mathrm{H}(\theta) - \eta)\} - \mathrm{E}\{\cos \mathrm{H}(\theta)\}\mathrm{E}\{\cos \eta\} - \mathrm{E}\{\sin \mathrm{H}(\theta)\}\mathrm{E}\{\sin \eta\} \mid \mathrm{H}\text{は}\mathrm{R}^{2\times 2}\text{に属する直交行列}]$$

を提案した。相関係数は

$$\rho_{\mathrm{Q}}(\theta, \eta) = \mathrm{cov_Q}(\theta, \eta)/\{\mathrm{cov_Q}(\theta, \theta)\mathrm{cov_Q}(\eta, \eta)\}^{1/2}$$

となり、(i)から(vi)までの性質を満たしている。

方向変量の時系列ではこれらに対応して自己相関関数を考えなければならない。しかし性質(vi)はθがηと独立に変換されてもよいとしている。時系列の場合は変換はすべての変数について同時に行わなければならない。$\{\theta_t\}$が定常角度時系列の場合、自己共分散関数は

$$\gamma(\mathrm{h}) = \mathrm{cov_Q}(\theta_t, \theta_{t-h})$$

である。表には現れていないが$\gamma(\mathrm{h})$の中に含まれている最大操作は次の直交変換で到達されると仮定しよう。

$$\mathrm{H}^h = \begin{pmatrix} \cos(\mathrm{ah}) & \sin(\mathrm{ah}) \\ -\sin(\mathrm{ah}) & \cos(\mathrm{ah}) \end{pmatrix}, \quad \mathrm{a} \neq 0 \ (\mathrm{mod}\ 2\pi).$$

この場合$\{\theta_t\}$は一定の回転(at)とある一定方向の回りの変動項(θ_t−at)に分けられる。したがつてトレンドを除いた角度時系列ではすべての最大値がH＝I_2で達成されると言える。この場合

$$\gamma(\mathrm{h}) = \mathrm{E}\{\cos(\theta_t - \theta_{t-h})\} - \mathrm{E}(\cos\theta_t)\mathrm{E}(\cos\theta_{t-h}) - \mathrm{E}(\sin\theta_t)\mathrm{E}(\sin\theta_{t-h})$$

となる。自己相関関数$\rho(\mathrm{h})$は$\gamma(\mathrm{h})/\gamma(0)$で与えられる。

ただし性質(v)と(vi)とは次のように書き換えられる。

(v')従属性：$\theta = \eta$ならば$\rho_{\mathrm{Q}}(\theta, \eta) = 1$、

(vi')不変性：すべての２次元直交行列Hに対して

$$\rho_{\mathrm{Q}}(\mathrm{H}(\theta), \mathrm{H}(\eta)) = \rho_{\mathrm{Q}}(\theta, \eta)。$$

角度時系列がWNAR(2)(the wrapped normal autoregressive process) $\{\theta_t\}$に従う場合を考える。

$$\theta_t = Y_t \pmod{2\pi}$$

$$Y_t = \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 Y_{t-2} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim \mathrm{iid}\, N(0, \sigma^2).$$

ここに$\{Y_t\}$は観測できないで、θ_tだけが観測可能である。$\{Y_{t+h}\}$, h=0,1,2の周辺分布は2次元正規分布に従うものとする。このとき(θ_t, θ_{t-1})の特性関数は

$$\phi(l,m) = E\{\cos(l\theta + m\theta)\} = \exp\{-(l,m)\Sigma(l,m)'\}$$

となることから

$$E(\cos\theta_t) = \phi(1,0) = \exp(-\sigma_{11}/2),$$

$$E(\cos\theta_{t-1}) = \phi(0,1) = \exp(-\sigma_{22}/2),$$

$$E\{\cos(\theta_t - \theta_{t-1})\} = \phi(1,-1) = \exp\{-(\sigma_{11} - 2\sigma_{12} + \sigma_{22})\},$$

$$E(\sin(\theta_t) = E(\sin\theta_{t-1}) = 0,$$

を得る。さらに

$$\gamma(0) = 1 - \{E(\cos\theta_t\}^2 - \{E(\sin\theta_t\}^2 = 1 - \exp(-\sigma_{11})$$

$$\begin{aligned}\gamma(1) &= E\{\cos(\theta_t - \theta_{t-1})\} - E(\cos\theta_t)E(\cos\theta_{t-1}) \\ &\qquad - E(\sin\theta_t)E(\sin\theta_{t-1}) \\ &= \exp\{-(\sigma_{11} - 2\sigma_{12} + \sigma_{22})/2\} - \exp\{-(\sigma_{11} + \sigma_{22})/2\}\end{aligned}$$

を得る。時系列分析では多くの場合$\sigma_{11} = \sigma_{22}$とみてよいので、このときは

$$\gamma(1) = \exp(-\sigma_{11})\{\exp(\sigma_{12}) - 1\}$$

となる。次数2の一般化自己共分散関数は

$$\gamma_2(1) = \phi\,\gamma_2(0) = \phi\,\det[\Gamma(2,0)]$$

$$= \phi \begin{vmatrix} \gamma(0) & \gamma(1) \\ \gamma(-1) & \gamma(0) \end{vmatrix} = \phi\{(\gamma(0))^2 - (\gamma(1))^2\}$$

したがつて

$$\gamma_2(1) = \phi[1-2\exp(-\sigma_{11})-\exp(-2\sigma_{11})\{\exp(-2\sigma_{12}) +2\exp(\sigma_{12})\}],$$

ここに$\phi = -\phi_2$でϕ_2は一般化ユール・ウォカー方程式

$$\gamma(\tau) = \phi_1\gamma(\tau-1) + \phi_2\gamma(\tau-2), \quad \tau = h, h+1, h=1,2,\ldots,$$

の右辺の最後の項の係数である。$\gamma_2(1)$はラグ2までの方向変量の共分散のスカラーの測度となっている。というのは仮に$S^{i=2}{}_{t-2} = (\theta_{t-2}, \theta_{t-1})'$ $S^{i=2}{}_{t-1} = (\theta_{t-1}, \theta_t)'$と置くと

$$\gamma_2(1) = \det E\begin{bmatrix} \theta_{t-2}\theta_{t-1} & \theta_{t-2}\theta_t \\ \theta_{t-1}\theta_{t-1} & \theta_{t-1}\theta_t \end{bmatrix}$$

となることから窺える。

以下同じようにして

$$\gamma_2(h) = \phi^h\gamma_2(0) = \phi^h\det[\Gamma(2,0)]$$

を得る。一般に$\{Y_t\}$がWNAR(p)に従うとき

$$\gamma_p(h) = \phi^h\gamma_p(0) = \phi^h\det[\Gamma(p,0)]$$

となる。ここに$\gamma_1(h) = \gamma(h)$, $\gamma_0(h) = 1$としてある。

次にWNARでの一般化自己共分散を推定する必要があるが、おもてで観測されない正規過程$\{Y_t\}$の自己共分散関数C(h)を用いなければならない。そこで$\sigma_{11} = \sigma_{22} = C(0)$, $\sigma_{12} = C(1)$とおき、標本角度自己共分散関数$\hat{c} = s_{co}(h) + s_{si}(h)$は

$$s_{co}(h) = \frac{1}{T-h}\sum_{t=h+1}^{T}(\cos\theta_{t-h} - \sum_{s=h+1}^{T}\frac{\cos\theta_{s-h}}{T-h})(\cos\theta_t - \sum_{s=h+1}^{T}\frac{\cos\theta_s}{T-h})$$

$$s_{si}(h) = \frac{1}{T-h}\sum_{t=h+1}^{T}(\sin\theta_{t-h} - \sum_{s=h+1}^{T}\frac{\sin\theta_{s-h}}{T-h})(\sin\theta_t - \sum_{s=h+1}^{T}\frac{\sin\theta_s}{T-h})$$

より求め, $\gamma(0) = \hat{c}(0)$, $\gamma(h) = \hat{c}(h)$, h=1,2.... とする。あとはBreckling

の公式

$$C(0) = -\ln(1-\hat{c}(0))$$

$$C(h) = \ln[\{\hat{c}(h)/(1-\hat{c}(h)\}+1],\ h=1,2,\ldots\ldots$$

により$C(0)$, $C(h)$を求める。また

$$\gamma_2(0) = 1-2(1-\hat{c}(0))\{1+\hat{c}(1)(\hat{c}(1)/(1-\hat{c}(0)+1)\}$$

$$\gamma_2(1) = -\ \phi_2 \times \gamma_2(0)$$

$$\phi_2 = [\{(1-\hat{c}(0))/\hat{c}(0)\}\ln\{\hat{c}(1)/(1-\hat{c}(0))+1\}]^2 = [\phi_1]^2$$

として求める。ただしϕ_1, ϕ_2は $\{Y_t\}$がそれぞれAR(1),AR(2)に従うとしたときのユール・ウォカー方程式の最後の項の係数である。

5．経済学における応用

一般化ベクトル自己相関関数の経済時系列における応用としては次のような状況を考える。ある経済変量が政策措置によつて突然に上昇（増加）または下降（減少）したときどの時点までその効果が続いたと統計的に判定したらよいであろうか。このような場合にベクトル自己相関関数を用いる。時系列$S^{i+k}{}_t$と時系列$S^{i+k}{}_{t+i}$のベクトル自己相関関数は途中の長さｋの部分を除いた前の部分と後の部分の間の相関をあらわしている。1985年９月Ｇ５によるプラザ合意以後円対米ドルの為替レートは円高の方向を一途にたどった。この効果がいつの時点まで続いたかをみるのにiを固定し、kを少しずつ増やしていくに連れてベクトル自己相関関数の値$\lambda_{i+k}(i)$は急速に０に近かずくであろう。

$$\lambda_{i+k}(i) = \mathrm{corr}(S^{i+k}{}_t,\ S^{i+k}{}_{t+i}) = (-1)^{\kappa}\det[(\Gamma(i,0)^{-1}\Gamma(i,h)]$$

と書き換えられるので　t=1985年10月、i＝９か月とすると($\kappa=0$)、表１の$\lambda_{i+k}(i)$の項を計算していくことになる。

表 1　プラザ合意以後の円対米ドルのベクトル自己相関関数の計算表

k	$S^{i+k}{}_{t}$	$S^{i+k}{}_{t+i}$	$\lambda_{i+k}(i)$
3	1985 Oct −1986 Sept	1986 Jun −1987 Jun	$\det[\Gamma(12,0)^{-1}\Gamma(12,9)]$
6	1985 Oct −1986 Dec	1986 Jun −1987 Sept	$\det[\Gamma(15,0)^{-1}\Gamma(15,9)]$
9	1985 Oct −1987 Mar	1986 Jun −1987 Dec	$\det[\Gamma(18,0)^{-1}\Gamma(18,9)]$

6．数値例

本報告では方向変量の数値例のみを示す。データは1993年７月20日から25日にわたる広島と福山の風向で海陸風に関係する表２の時間系列をえらんだ。海陸風の方向は光化学スモグの発生・移動に関係するからである（たとえば宮田(1982))。なお表２には方向変量の統計量 $\hat{c}(0)$, $\hat{c}(1)$, ϕ_1, ϕ_2, $\hat{\gamma}_2(0)$, $\gamma_2(1)$ を求めた結果をも示した。これらの気象学的考察は別途に報告する。

表 2　福山と広島の海陸風時における風向変量の一般化共分散関数

地上風向の時系列(TIME SERIES OF THE SURFACE WIND DIRECTION)
１９９３年７月２０日０８時－２５日０６時

SERA1 (20/08−20/24)LST	SER2 (22/14−23/06)LST
SERA2 (20/14−21/06)LST	SER3 (23/08−23/24)LST
SERA3 (21/08−21/24)LST	SER4 (23/14−24/06)LST
SERA4 (21/14−22/06)LST	SER5 (24/08−24/24)LST
SER1 (22/08−22/24)LST	SER6 (24/14−25/06)LST

福山(FUKUYAMA)
方向変量の共分散関数の推定値 (ESTIMATE OF COVARIANCE OF DIRECTIONAL VARIABLE)
$\hat{c}(0)$, $\hat{c}(1)$

SEIRES	SSI(0)	SCO(0)	SSI(1)	SCO(1)	CHAT(0)	CHAT(1)
A1	0.3083217	0.5843029	0.0135483	0.515115	0.8926246	0.5286633
A2	0.2411095	0.6473588	0.0623314	0.3444398	0.6473588	0.4067713
A3	0.2681264	0.6122811	0.2789169	0.2544434	0.8804075	0.5333604
A4	0.1629353	0.6128843	0.0155774	0.4477526	0.7758197	0.46333
1	0.2775044	0.7179937	0.0617225	0.5506057	0.995498	0.6123282
2	0.2570143	0.669844	−0.014901	0.5520916	0.9268582	0.5371902
3	0.275364	0.3632921	0.1863645	0.1224793	0.6386561	0.8250206
4	0.4614866	0.2771254	0.1460797	0.1396322	0.738612	0.2857119
5	0.1254969	0.1428836	0.0757112	0.0723441	0.2683805	0.1480553
6	0.2417083	0.0874208	0.128504	0.0258609	0.3291291	0.1543649

ϕ_1, ϕ_2

SERIES	1−CHAT(0)	a	b	lnb	PHAI1	PHAI2
A1	0.1073754	0.1202918	5.9235048	1.7789283	0.2139904	0.0457919
A2	0.3526412	0.5447384	2.1534991	0.767094	0.4178656	0.1746116
A3	0.1195925	0.1358377	5.4598148	1.6974149	0.2305729	0.0531639
A4	0.2241803	0.2889593	3.0667739	1.1206262	0.3238153	0.1048564
1	0.004502	0.0045224	137.01248	4.920072	0.0222503	0.0004951
2	0.0731418	0.0789137	8.3445034	2.121603	0.1674235	0.0280306
3	0.3613439	0.5657879	3.2832006	1.1888187	0.6726193	0.4524167
4	0.261388	0.3538908	2.0930567	0.7386255	0.2613928	0.0683262
5	0.7316195	2.7260531	1.2023665	0.1842917	0.502389	0.2523947
6	0.6708709	2.0383214	1.2300963	0.2070924	0.422121	0.1781861

$\gamma_2(0)$, $\gamma_2(1)$

SERIES	GAMMA2(0)	GAMMA2(1)
A1	0.1127486	−0.012712
A2	−0.323097	−0.104392
A3	0.0642966	−0.004134
A4	−0.085449	−0.007302
1	0.2355909	−0.055503
2	0.1979877	−0.039199
3	−1.680238	−2.8232
4	0.1645981	−0.027093
5	−0.72372	−0.523771
6	−0.596517	−0.355832

広島(HIROSHIMA)
方向変量の共分散の推定値(ESTIMATE OF COVARIANCE OF DIRECTIONAL VARIABLE)
$\hat{c}(0)$, $\hat{c}(1)$

SERIES	SSI(0)	SCO(0)	SSI(1)	SCO(1)	CHAT(0)	CHAT(1)
A1	0.05116	0.0513931	−0.015744	−0.010069	0.1025532	−0.025813
A2	0.0295644	0.0059361	−0.0002	0.0	0.0355005	−0.0002
A3	0.3328107	0.6094005	0.1262714	0.476654	0.9422112	0.6029255
A4	0.3321571	0.6327944	0.1658573	0.5127812	0.9649515	0.6786386
1	0.1986009	0.5763187	0.0996838	0.2067207	0.7749197	0.3064046
2	0.2245031	0.6002223	0.1699683	0.4795681	0.8247255	0.6495364
3	0.2146161	0.6736825	0.0936391	0.399106	0.8882986	0.4927451
4	0.222581	0.6451866	0.1444325	0.587053	0.8677676	0.7314855
5	0.1410286	0.3945408	0.0387837	−0.08227	0.5355695	−0.043486
6	0.1793669	0.3009337	−0.014717	0.0863227	0.4803006	0.0716057

ϕ_1, ϕ_2

SERIES	1−CHAT(0)	a	b	lnb	PHAI1	PHAI2
A1	0.8974468	8.7510365	0.9712373	−0.029184	−0.255394	0.0652262
A2	0.9644995	27.168617	0.9997926	−0.000207	−0.005634	0.0000317
A3	0.0577888	0.0613332	11.433259	2.4365265	0.1494399	0.0223323
A4	0.0350485	0.0363215	20.362843	3.0137118	0.1094626	0.0119821
1	0.2250803	0.2904563	2.3613124	0.8592176	0.2495651	0.0622828
2	0.1752745	0.2125247	4.7058237	1.5488008	0.3291584	0.1083452
3	0.1117014	0.1257476	5.4112706	1.6884839	0.2123228	0.045081
4	0.1322324	0.1523823	6.5318175	1.8766852	0.2859736	0.0817809
5	0.4644305	0.8671713	0.906367	−0.098311	−0.085252	0.007268
6	0.5196994	1.0820295	1.1377829	0.1290816	0.1396701	0.0195077

$\gamma_2(0)$, $\gamma_2(1)$

SERIES	GAMMA2(0)	GAMMA2(1)
A1	−0.749895	0.0489128
A2	−0.928613	0.0000295
A3	0.0876994	−0.001959
A4	−0.038768	0.0004645
1	0.2241406	−0.01396
2	−0.422038	0.0457258
3	0.1809211	−0.008156
4	−0.528059	0.0431851
5	0.1077494	−0.000783
6	−0.12408	0.0024205

PHAI1=((1−CHAT(0))/CHAT(0))ln((CHAT(1)/(1−CHAT(0))+1)=a*lnb
PHAI2=PHAI1*PHAI1
GAMMA2(0)=1−2(1−CHAT(0))(1+CHAT(1)(CHAT(1)/(1−CHAT(0))+1)
GAMMA2(1)=−PAHAI2*GAMMA2(0)

7．結び

Paparoditisの提案した一般化自己共分散を方向変量にたいして求め、ラグ2まで含む自己共分散関数のスカラー測度を得た。またベクトル相関関数の経済学のおける応用をはかつた。

参考文献

Breckling,J.(1989): The analysis of directional time series: Application to wind speed and direction. Lecture notes in Statistics 61, Springer-Verlag, Berlin.

Downs,T.D.(1974): Rotational angular correlation. in Ferin, Halberg, Richart, van der Wiele(eds): Biorhythms and Human Reproduction, John Wiley & Sons, New York.

Fisher,N.I. and Lee,A.J.(1982): Nonparametric measures of angular-angular association, Biometrika 69, 315−321.

Fisher, N.I. and Lee, A.J.(1983): A correlation coefficient for circular data. Biometrika 70, 327−332.

Fisher, N.I. and Lee, A.J.(1984): Time series analysis of circular data. J. Roy. Statist. Soc. 56B, 327−339.

Fisher, N.I., Lewis.T and Embleton, B.J.J.(1987): Statistical analysis of spherical data. Cambridge University Press. London.

Johnson, R.A. and Wehrly, T.E.(1977): Measure and Models for angular correlation and angular-linear correlation. J.Roy.Statist.Soc. 39B, 222−229.

Jupp. P.E. and Mardia, K.V.(1980): A general correlation coefficient for directional data and related regression problems. Biometrika 67, 163−173.

Jupp. P.E. and Mardia, K.V.(1989): A unified view of the theory of directional statitics, 1975−1988. Inter. Statist. Review, 57, 201−294.

Mardia, K.V.(1975): Statistics of directional data (with discussion). J.Roy. Statist.Soc. 37B, 349−393.

Miyata,K., Seto,S., Ohhara,M., Watanabe,H.(1982): Land and sea breeze in Hiroshima Prefecture. Monograph of local area studies III, Hiroshima Wommen's University.

Paparoditis,E.(1994): On vector autocorrelation and generalized second-order functions for time series. J.Time Series Anal. 15, 235−334.

Rivest. L.P.(1982): some statistical methods for bivariate curcular data. J.Roy.Statist.Soc. 44B, 81−90.

Stephens, M.A.(1979): Vector correlation. Biometrika 66, 41−48.

Watamori, Y. and Kakimizu, O. (1994): On a geometric approach to distributions on a circle. Technical Report No.94−14, Statistical Research Group. Hiroshima University.

Watson,G.S. and Beran,R.J.(1967): Testing a sequence of unit vectors for serial correlation. J. Geophysical Research 72, 5655−5659.

Abstract

In this report a scalar measure of autocovariance function of lag 2 of directional variable is considered based on the autocovariance function of order 2 (Paparoditis, 1994). Further a possibility of an application of the generalized vector autocorrelation to discriminate the stationary state from the transient state after the sudden change such as Sept, 1985 G5 on the exchage rate of Yen vs US dollar is considered. Some estimates of directional statistic are shown in the analysis of the surface wind direction in the Seto Inland Sea Area which is related to the drift of photochemical pollutants.