福山大学工学部紀要
第31巻　2007年12月

ステレオ計測の前処理のための偏位修正処理

服部　進*

Rectification of Photographs as a Preprocessing of Stereo Measurement

Susumu HATTORI

ABSTRACT

The rectification process for stereo photographs is presented, which is required as a preprocessing of automatic stereo measurement. Firstly a stereo pair is relative-oriented. Relative orientation is a process to make a model similar to an object space. Secondly the images are rectified to eliminate y-parallaxes using the relative orientation parameters. Then the model is related to object space by absolute orientation. For the absolute orientation a closed form of similarity transformation is applied.

キーワード：偏位修正，ステレオ，前処理，相互標定，絶対標定
Keywords: Rectification, Stereo, Preprocessing, Relative Orientation, Absolute Orientation

1．はじめに

ステレオ写真は 2 枚の写真をオーバーラップして直角撮影したものである．ステレオ撮影の写真から 3 次元計測するには，写真を相互および絶対標定して，空間座標系と写真座標系を関係つけなければならない．とくに相互標定の段階で写真対を偏位修正して相対的な傾きを直してしまえば，写真対から縦視差がなくなり，そのあとの計算処理，すなわち写真点のマッチングによる自動計測処理が大幅に楽になる．この論文では，画像処理による偏位修正の方法を整理する．

2．ステレオ計測の環境

ステレオ撮影では、カメラは原則直角撮影するが、厳密な制御は困難であり，わずかの傾きは避けられない。以下の議論ではカメラはあらかじめ校正して内部標定は定めておくとする．

相互標定のためには 5 点以上の対応点の組が必要であり、また絶対標定には 3 点以上の基準点（空間座標が与えられている点）が必要である。両者は共通でよい。

3．写真座標系

写真座標系を図 1 のように定義する．画素は正方としてその縦，横の画素の幅を *pixsize*(mm)，画素の数を x 方向 *xpixel*(画素)，y 方向 *ypixel*（画素）とする．x, y 軸の原点を素子の中央に取る．mm で表す写真座標

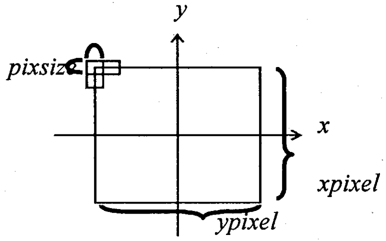

図 1　写真座標系
Fig.1 Photo Coordinate System

*情報工学科

x_{mm}, y_{mm} と画素で表す写真座標 x_{pix}, y_{pix} の相互関係は次の式で示される．

$$x_{mm} = (x_{pix} - \frac{xpixel}{2}) \times pixsize \qquad (1)$$
$$y_{mm} = (\frac{ypixel}{2} - y_{pix}) \times pixsize$$

3．相互標定

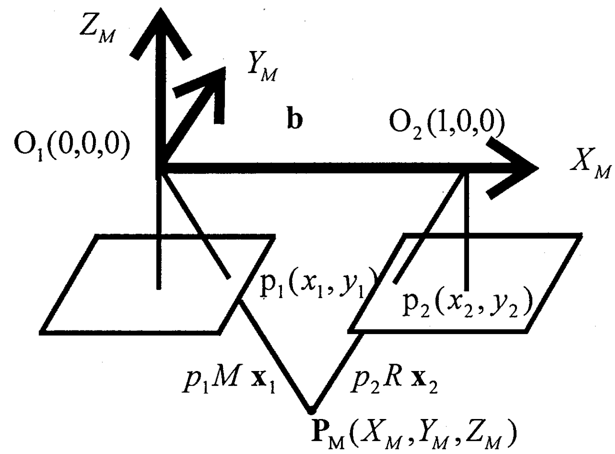

図 2　相互標定のモデル座標系
Fig.2 Model Coordinate System for Relative Orientation

相互標定は 2 枚の重複撮影写真の相対的な位置を決めるもので空間の 5 本以上の光線が交会する条件から求める．相互標定の結果，実空間と相似のモデル空間ができる．

モデル座標系を図 2 のように定義する．座標系の原点を左写真の撮影点 0_1 にとり，右写真の撮影点 0_2 を結んで X_M 軸とする．向かって向こう側に Y_M 軸，上方に Z_M 軸をとる．ここではカメラの回転角は通常のオイラー角ではなく，工業計測に使われる水平角，鉛直角，ローリングを使う．すなわち Y_M 軸周りの回転角を t，続いて X_M 軸周りの回転角を p，最後にカメラの軸周りの回転を κ とする．左右写真の回転を添え字 1，2 で表す．相互標定では回転の自由度は 5 であり，左写真の鉛直角 $p_l = 0$ とする．それぞれの回転角に対応する回転行列とそれを合成した左右の回転行列を次のように定義する．

$$M = M_k M_p M_t, \quad R = R_k R_p R_t \qquad (2)$$

ここで

$$M_t = \begin{bmatrix} \cos t_1 & 0 & -\sin t_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin t_1 & 0 & \cos t_1 \end{bmatrix} \quad M_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos p_1 & -\sin p_1 \\ 0 & \sin p_1 & \cos p_1 \end{bmatrix} = I$$

$$M_k = \begin{bmatrix} \cos k_1 & \sin k_1 & 0 \\ -\sin k_1 & \cos k_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_t = \begin{bmatrix} \cos t_2 & 0 & -\sin t_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin t_2 & 0 & \cos t_{21} \end{bmatrix}$$

(

$$R_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos p_2 & -\sin p_2 \\ 0 & \sin p_2 & \cos p_2 \end{bmatrix} \quad R_k = \begin{bmatrix} \cos k_2 & \sin k_2 & 0 \\ -\sin k_2 & \cos k_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (3)$$

相互標定要素の 5 つの要素（回転角度）は 5 本以上の光線の交会条件で求める．図 3 を参照して，撮影点間の基線ベクトル $\mathbf{b}$ を単位ベクトルにとり，左右写真の対応する点を $p_1(x_1,y_1)$, $p_2(x_2,y_2)$，空間の交点を $P_M(X_M, Y_M, Z_M)$ とする．交会条件は撮影点 O_1, O_2 と P_M が 1 つの平面を作ることから次の式で示される．

$$\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ -c_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -c_2 \end{bmatrix} \qquad (4)$$

として

$$\boldsymbol{b} \cdot (\mathbf{x}_{M1} \times \mathbf{x}_{M2}) = \mathbf{x}_{M1} \cdot (\boldsymbol{b} \times \mathbf{x}_{M2}) = 0 \qquad (5)$$

ここで

$$\mathbf{x}_{M1} = M\mathbf{x}_1, \quad \mathbf{x}_{M2} = R\mathbf{x}_2 \qquad (6)$$

である．したがって式 5 は

$$\mathbf{x}_{M1} \cdot (b \times \mathbf{x}_{M2}) = \mathbf{x}_1^T M^T b \times R\mathbf{x}_2 = 0 \qquad (7)$$

と書ける．さらに回転行列を成分に分解してみる．

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$ と置いて，

$$Rx_2 = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -c_2 \end{bmatrix} = [\mathbf{R}_1 \quad \mathbf{R}_2 \quad \mathbf{R}_3] \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -c_2 \end{bmatrix}$$

$$= \mathbf{R}_1 x_2 + \mathbf{R}_2 y_2 - \mathbf{R}_3 c \qquad (8)$$

になる．したがって X_M, Y_M, Z_M 軸の単位ベクトルをそ

れぞれ i, j, k とすると,

$$b \times Rx_2 = \begin{bmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & 0 \\ r_{11}x_2 + r_{12}y_2 - r_{13}c_2 & r_{21}x_2 + r_{22}y_2 - r_{23}c_2 & r_{21}x_2 + r_{32}y_2 - r_{33}c_2 \end{bmatrix}$$

$$= -(r_{31}x_2 + r_{32}y_2 - c_2r_{33})j + (r_{21}x_2 + r_{22}y_2 - c_2r_{23})k$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ -(r_{31}x_2 + r_{32}y_2 - c_2r_{33}) \\ r_{21}x_2 + r_{22}y_2 - c_2r_{23} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -c_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -c_2 \end{bmatrix} = BR\mathbf{x}_2 \qquad (9)$$

であるから，式 7 は

$$\begin{aligned} &\mathbf{x}_{M1} \cdot (b \times \mathbf{x}_{M2}) = \mathbf{x}_1^T M^T b \times R\mathbf{x}_2 \\ &= \mathbf{x}_1^T M^T BR\mathbf{x}_2 \end{aligned} \qquad (7')$$

になる．ただし

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad (10)$$

である．

4．写真の偏位修正

偏位修正はステレオ写真対をモデル座標系の X_MY_M 平面と平行な面に再投影することである．これによってステレオ写真から縦視差（y 視差）を取り除き，対応する点が常に同じ y 座標を持つ．そのため対応する点を見つけるマッチングの処理が容易になる．

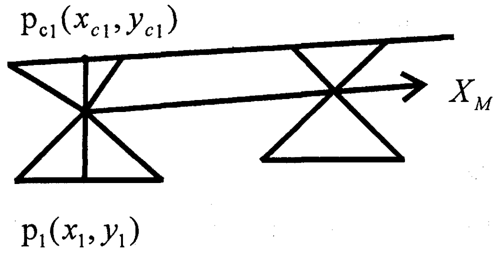

図 4　偏位修正
Fig.5 Rectification

偏位修正の式は次のようになる．左右写真は同様の式になるので，左写真について示す．図 4 を参照して，写真点を $p_1(x_1,y_1)$ ，偏位修正後の写真点を $p_{c1}(x_{c1},y_{c1})$ とする．

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ -c_1 \end{bmatrix} = scale_1\ M \begin{bmatrix} X_M \\ Y_M \\ Z_M \end{bmatrix} = scale_2\ M \begin{bmatrix} x_{c1} \\ y_{c1} \\ -c \end{bmatrix} \qquad (11)$$

が成り立つ．c_1 は左写真の画面距離，c は偏位修正写真の画面距離であり，左右写真とも偏位修正後の写真ではもとの左写真の画面距離に等しく $c = c_1$ に取る．$scale_1$ は各点ごとに変わるスケールである．式 11 から次の偏位修正式が得られる．

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -c\frac{m_{11}x_{c1} + m_{12}y_{c1} - m_{13}c_1}{m_{31}x_{c1} + m_{32}y_{c1} - m_{33}c_1} \\ y_1 &= -c\frac{m_{21}x_{c1} + m_{22}y_{c1} - m_{23}c_1}{m_{31}x_{c1} + m_{32}y_{c1} - m_{33}c_1} \end{aligned} \right\} \qquad (12)$$

5．モデル座標の計算

絶対標定はモデル座標系と空間座標系を関連付ける処理である．変位修正後の左右の写真点 p_1, p_2 に対するモデル空間点を $P_M(X_M, Y_M, Z_M)$ とする。まずこの点 P_M の座標を求める．図 5 のように $\mathbf{x}_{M1} = O_1p_1$, $\mathbf{x}_{M2} = O_2p_2$ とすると，P_M はベクトル $\mathbf{x}_{M1}$ と $(\mathbf{b}+\mathbf{x}_{M2})$ の延長上の交点であるが，誤差のため交会しない． p_1, p_2 をこの 2 本のベクトルを延長したときの長さのパラメータとして, 2 つのベクトル間の距離を最小にするよう決める．

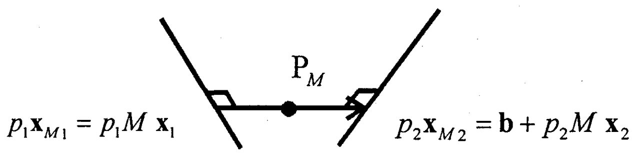

図 5　モデル座標の最確値
Most Probable Model Coordinates

$$d = \left\| p_1\mathbf{x}_{M1} - (b + p_2\mathbf{x}_{M2}) \right\|^2$$

$$\begin{aligned} &= p_1^2|\mathbf{x}_{M1}|^2 - p_1b^T\mathbf{x}_{M1} - p_1p_2\mathbf{x}_{M2}^T\mathbf{x}_{M1} - p_1\mathbf{x}_{M1}^Tb \\ &+ b^Tb + p_2\mathbf{x}_{M2}^Tb - p_1p_2\mathbf{x}_{M1}^T\mathbf{x}_{M2} + p_2b^T\mathbf{x}_{M2} + p_2^2|\mathbf{x}_{M2}|^2 \end{aligned} \qquad (13)$$

$$\begin{aligned} &\frac{\partial d}{\partial p_1} = 0 \rightarrow 2p_1|\mathbf{x}_{M1}|^2 - b^T\mathbf{x}_{M1} \\ &- p_2\mathbf{x}_{M2}^T\mathbf{x}_{M1} - \mathbf{x}_{M1}^Tb - p_2\mathbf{x}_{M1}^T\mathbf{x}_{M2} = 0 \end{aligned} \qquad (14)$$

$$\frac{\partial d}{\partial p_2} = 0 \rightarrow 2p_2|\mathbf{x}_{M2}|^2 - p_1\mathbf{x}_{M1}^T\mathbf{x}_{M2} + \mathbf{x}_{M2}^T b + b^T\mathbf{x}_{M2} - p_1\mathbf{x}_{M2}^T\mathbf{x}_{M1} = 0 \quad (14)$$

すなわち

$$\begin{bmatrix} |\mathbf{x}_{M1}|^2 & -\mathbf{x}_{M1}^T\mathbf{x}_{M2} \\ -\mathbf{x}_{M2}^T & |\mathbf{x}_{M2}|^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{M1}^T b \\ \mathbf{x}_{M2}^T b \end{bmatrix} \quad (15)$$

これを解いて，p_1, p_2 を得る．空間点のベクトルの最確値は次式で得られる．

$$\hat{\mathbf{X}}_M = \frac{1}{2}(p_1\mathbf{x}_{M1} + p_2\mathbf{x}_{M2} + \mathbf{b}) \quad (16)$$

6．絶対標定

絶対標定は計算で求めたモデル座標 X_M と与えられた対象空間座標 X_G の対応を付けることであり，モデル座標系を回転，平行移動，縮尺で対象空間座標系に一致させる．7 つ以上の基準点(座標が与えられた空間点)が必要である．ここでは数学的に厳密ではないが，便利な閉じた相似変換法で解く．ここで求めたパラメータを近似値として厳密な解法を行うこともできるが，通常必要はない．

対象空間点 P の座標 X_G、モデル点 P_M の座標 X_M，モデル原点 0_1 の空間座標 X_{G0}，モデルのスケール S，モデルの回転行列 $\mathbf{D}$ とすると、絶対標定の式は，基準点番号を添え字 j で表して次のように書ける．

$$\mathbf{X}_{Gj} - \mathbf{X}_{G0} = S\mathbf{D}\mathbf{X}_{Mj} \quad (17)$$

まず n 個の基準点に対してスケール S を求める．モデルと対象空間の重心

$$\sum \mathbf{X}_{Gj} / n = \overline{\mathbf{X}_G}, \quad \sum \mathbf{X}_{Mj} / n = \overline{\mathbf{X}_M} \quad (18)$$

を求め，重心からの偏差を計算する．式 17 を j について加えると，式 18 より次を得る．

$$\overline{\mathbf{X}_G} - \mathbf{X}_{G0} = S\mathbf{D}\overline{\mathbf{X}_M} \quad (19)$$

式 17，式 19 より

$$\mathbf{X}_{Gj} - \overline{\mathbf{X}_G} = S\mathbf{D}(\mathbf{X}_{Mj} - \overline{\mathbf{X}_M}) \quad (20)$$

を得る．これより S の推定量として，

$$\hat{S} = \sqrt{\frac{\sum |X_{Gj} - \overline{X_G}|^2}{\sum |X_{Mj} - \overline{X_M}|^2}} \quad (21)$$

が得られる．重心からの偏差を

$$\mathbf{X}_{Gj} - \overline{\mathbf{X}_G} \equiv \Delta\mathbf{X}_{Gj}, \quad \hat{S}(\mathbf{X}_{Mj} - \overline{\mathbf{X}_M}) \equiv \Delta\mathbf{X}_{Mj} \quad (22)$$

とおいて，

$$E = \sum_j (\Delta\mathbf{X}_{Gj} - \mathbf{D}\Delta\mathbf{X}_M)^T(\Delta\mathbf{X}_{Gj} - \mathbf{D}\Delta\mathbf{X}_M) \quad (23)$$

が，最小になる回転行列 D を求める．

$$E = \sum_j (\Delta\mathbf{X}_{Gj})^T\Delta\mathbf{X}_{Gj} - \sum_j \Delta\mathbf{X}_M^T\mathbf{D}^T\Delta\mathbf{X}_{Gj} - \sum_j (\Delta\mathbf{X}_{Gj})^T\mathbf{D}\Delta\mathbf{X}_M + (\Delta\mathbf{X}_M)^T\mathbf{D}^T\mathbf{D}\Delta\mathbf{X}_M$$

$$= -2\sum \Delta\mathbf{X}_M^T\mathbf{D}^T\Delta\mathbf{X}_{Gj} + const \quad (24)$$

そこで改めて，

$$E' = \sum_j \Delta\mathbf{X}_M^T\mathbf{D}^T\Delta\mathbf{X}_{Gj} \rightarrow \max \quad (25)$$

となる $\mathbf{D}^T$ を探す．

$$trace\,(E) = \sum(\Delta\mathbf{X}_{Gj}\Delta\mathbf{X}_{Mj}^T\mathbf{D}^T) \quad (26)$$

であるから，相関行列

$$\mathbf{C} = \sum(\Delta\mathbf{X}_{Gj}\Delta\mathbf{X}_{Mj}^T) \quad (27)$$

を特異値分解して，

$$\mathbf{C} = \mathbf{U}^T\mathbf{\Lambda}\mathbf{V} \quad (28)$$

とする．$\mathbf{U}$,$\mathbf{V}$ は直交行列，$\mathbf{C}$ は特異値を並べた対角行列である。

$$traceE = trace(\mathbf{C}\mathbf{D}^T) = trace(\mathbf{U}^T\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}\mathbf{D}^T) = trace(\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}\mathbf{D}^T\mathbf{U}^T) \quad (29)$$

これが最大になる $\mathbf{D}$ は

$$\mathbf{V}\mathbf{D}^T\mathbf{U}^T = \mathbf{I} \text{ or } \mathbf{D} = \mathbf{U}^T\mathbf{V} \quad (30)$$

である．最後に平行移動要素の推定量 $\hat{\mathbf{X}}_{G0}$ は式 19 より

$$\hat{\mathbf{X}}_{G0} = \overline{\mathbf{X}_G} - \hat{S}\mathbf{D}\overline{\mathbf{X}_M} \quad (31)$$

で求められる。

参考文献

[1] 秋本圭一：情報化施工のためのデジタル画像計測法に関する研究，京都大学博士論文，平成 14 年 3 月