

# 残留磁化を用いた漏洩磁束法による 非破壊検査の有限要素解析

坪井 始\* 瀬島紀夫\*\* 田中始男\*

Finite Element Analysis of Nondestructive Testing by Leakage Flux Method  
Using Remanent Magnetism

Hajime TSUBOI\* Norio SESHIMA\*\* Motoo TANAKA\*

## ABSTRACT

Magnetic field analysis of nondestructive testing using remanent magnetism was performed by using two-dimensional finite element method. A leakage flux method using remanent magnetism is applied to magnetic material as nondestructive testing method. The remanent magnetism is approximated by equivalent magnetizing electric current. And we assumed that the remanent magnetization is in proportion to the magnetization in the magnetizing process. Formulation of the finite element method using magnetization is described. A simple model was used to confirm the applicability of the leakage flux method using remanent magnetism. It became clear that small lift-off of probe was required to detect small defects because magnetic field induced by the remanent magnetism decreased rapidly with distance from the defect.

**Keywords:** remanent magnetism, leakage magnetic flux testing, nondestructive testing, finite element method, magnetic field analysis.

## 1. まえがき

電磁現象を用いた非破壊検査には様々な手法が提案されているが、その中に磁束を注入して欠陥によるその漏れを検出する漏洩磁束法がある。漏洩磁束法の中に、欠陥のある材料を外部から磁化し、残留磁化による漏洩磁束を測定して欠陥を検出する方法がある [1]。ここでは、磁化した後の残留磁化の計算および残留磁化による漏洩磁束の解析を行った。

残留磁化を求めるにはヒステリシスを考慮した解析が必要となるが、ここでは簡単のため磁気飽和の考慮およびヒステリシスの考慮は行わず、残留磁化は着磁時の磁化に比例するという簡単な仮定のもとに二次元有限要素法による磁界解析を行った。磁化は、等価磁化電流に置き換えて近似している。まず、等価磁化電流を用いる場合の二次元有限要素法の定式化を示す。

解析例では、簡単なモデルを考えて磁化時と残留磁化による磁界解析を行い、欠陥の検出特性、被測定物の透

磁率が与える欠陥検出特性への影響を検討している。

## 2. 定式化

着磁時の磁界解析は、通常の解析手法で行うことができるが、残留磁化による解析では磁化を考慮する必要がある。

磁性体を考えると、磁束密度を  $B$ 、磁界の強さを  $H$  として、構成方程式は次式で与えられる。

$$B = \mu H \quad (1)$$

ここで、 $\mu$  は透磁率である。また、磁化  $M$  を用いて (1) 式を書き換えるとつぎのようになる。

$$B = \mu_0 H + M \quad (2)$$

ここで、 $\mu_0$  は真空中の透磁率である。

(1)、(2) 式より、計算された磁束密度より磁化を計算するつぎの式を得る。

\* 情報処理工学科 \*\* 情報処理センター

$$M = \left(1 - \frac{\mu_0}{\mu}\right) B \quad (3)$$

ここでは、残留磁化  $M_r$  は、着磁時の上式の磁化に比例すると仮定して次式で表すことにする [2]。

$$M_r = \alpha M \quad (4)$$

ここで、 $\alpha$  は比例定数である。

(4) 式を用いて磁化をソースとして考慮するには、残留磁化から次式の等価磁化電流  $J_m$  を考えて、強制電流と同様に扱う [3],[4]。

$$J_m = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times M_r \quad (5)$$

静磁界解析の支配方程式は、つぎのアンペアの周回積分の法則である。

$$\nabla \times H = J \quad (6)$$

ここで、 $J$  は電流である。

まず、三次元解析を考えると、(6) 式の Glerkin の重み付き残差方程式を作成すると次のようになる [5],[6]。

$$\iiint_V N_i \cdot (\nabla \times H - J) dv = 0 \quad (7)$$

ここで、 $N_i$  はベクトル補間関数 (辺要素を用いる)、 $V$  は解析領域である。

つぎに、次式で磁束密度  $B$  を与えるベクトルポテンシャル  $A$  を導入する。

$$B = \nabla \times A \quad (8)$$

(7) 式をベクトル公式を用いて変形すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \iiint_V \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times N_i \cdot \nabla \times A - N_i \cdot J \right) dv \\ & - \iint_S N_i \cdot (H \times n) ds = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 $S$  は解析領域を囲む面、 $n$  はその面の単位法線ベクトルである。

(5) 式の等価磁化電流  $J_m$  を導入すると、(9) 式の電流の項はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} & \iiint_V N_i \cdot J_m dv \\ & = \iiint_V N_i \cdot \frac{1}{\mu_0} \nabla \times M_r dv \\ & = \frac{1}{\mu_0} \iiint_V \nabla \times N_i \cdot M_r dv - \frac{1}{\mu_0} \iint_S N_i \cdot (M_r \times n) ds \end{aligned} \quad (10)$$

(10) 式を考慮して (9) 式を要素毎の積分に書き換える

と、自然境界条件 (磁界が境界面に垂直になる) または固定境界条件 (ベクトルポテンシャルが既知) を導入する場合には面積分が消滅して、つぎのようになる。

$$\begin{aligned} & \sum_e \iiint_e \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times N_i \cdot \nabla \times A \right) dv \\ & = \sum_e \iiint_e \left( N_i \cdot J + \frac{1}{\mu_0} \nabla \times N_i \cdot M_r \right) dv \end{aligned} \quad (11)$$

(11) 式が三次元解析の式となる。

つぎに、二次元解析では、未知変数としてベクトルポテンシャルの  $z$  成分のみを考える。スカラー補間関数  $N_i$  を用いて (節点要素を用いる)、Glerkin の重み付き残差方程式は次のようになる。

$$\iint_S N_i (\nabla \times H - J) \cdot n_z ds = 0 \quad (12)$$

ここで、 $S$  は  $x$ - $y$  平面上の解析領域、 $n_z$  は  $z$  方向の単位ベクトルである。

(12) 式をベクトル公式を用いて変形すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \iint_S \left\{ \frac{1}{\mu} \nabla N_i \cdot (n_z \times \nabla \times A) - N_i J \cdot n_z \right\} ds \\ & + \int_C N_i H \cdot t dl = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

ここで、 $C$  は  $S$  の境界線、 $t$  は  $C$  に沿う単位接線ベクトルである。

(5) 式の等価磁化電流  $J_m$  を導入すると、(13) 式の電流の項はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} & \iint_S N_i J_m \cdot n_z ds \\ & = \iint_S N_i \frac{1}{\mu_0} \nabla \times M_r \cdot n_z ds \\ & = -\frac{1}{\mu_0} \iint_S (\nabla N_i \times M_r) \cdot n_z ds + \int_C N_i M_r \cdot t dl \end{aligned} \quad (14)$$

三次元解析の場合と同様に、(14) 式を考慮して (13) 式を要素毎の積分に書き換えると、自然境界条件 (磁界が境界面に垂直になる) または固定境界条件 (ベクトルポテンシャルが既知) を導入する場合には線積分が消滅して、つぎのようになる。

$$\begin{aligned} & \sum_e \iint_e \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) ds \\ & = \sum_e \iint_e \left\{ N_i J_z + \frac{1}{\mu_0} \left( M_x \frac{\partial N_i}{\partial y} + M_y \frac{\partial N_i}{\partial x} \right) \right\} ds \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、 $M_x$ 、 $M_y$  は残留磁化  $M_r$  の  $x$  成分、 $y$  成分である。

(15) 式が二次元解析の式となる。二次元解析では、ソース電流は  $z$  成分のみである。

### 3. 解析例

簡単なモデルを用いて着磁による漏洩磁束の解析を行った。計算モデルを図1に示す。SUS平板中央に幅2mm、深さ50% (25mm) の欠陥があるモデルで、コの字型の電磁石で着磁をする。解析モデルには対称性があるので、二分の一モデルで解析を行った。解析は線形解析で、節点数1,920、要素数3,658である。残留磁化は、着磁時の磁束密度に比例するとし、ここでは(4)式の $\alpha$ を1とした。

図2に、欠陥がある場合とない場合の磁化時の磁束密度分布を示す。また、図3に、同様に欠陥がある場合とない場合の残留磁化による磁束分布を示す。SUS平板の比透磁率が1.5であるので、違いは小さいが、欠陥付近で残留磁化による磁束分布の違いが見られる。

図4に、欠陥がある場合とない場合の平板表面に垂直な成分の漏れ磁束分布を示す。同図(a)のグラフのlift offは0.83mmである。欠陥の直上で明らかな分布の違いが見られるが、表面から離れると(lift offが大きくなると)急激に欠陥の影響が小さくなることわかる。

図5は、平板の比透磁率を1000とした場合の、欠陥がある場合とない場合の残留磁化による漏れ磁束分布の

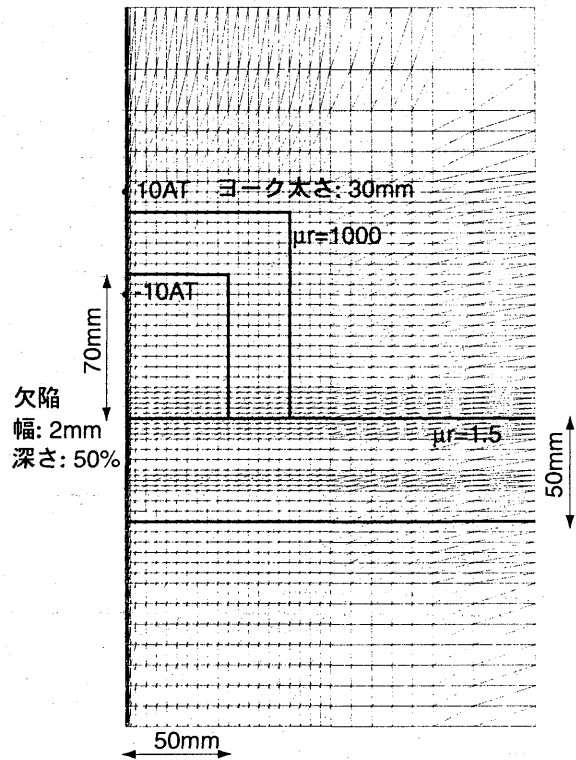


図1 計算モデル

Fig. 1 Computation Model.

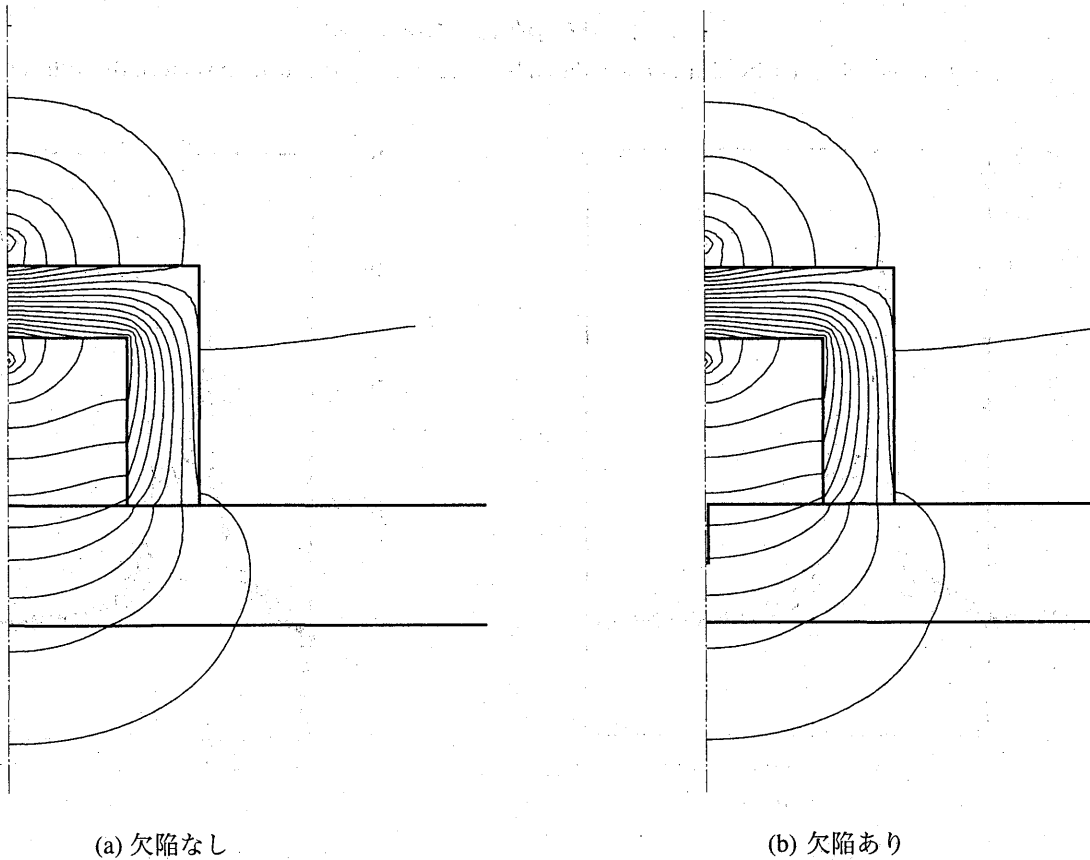
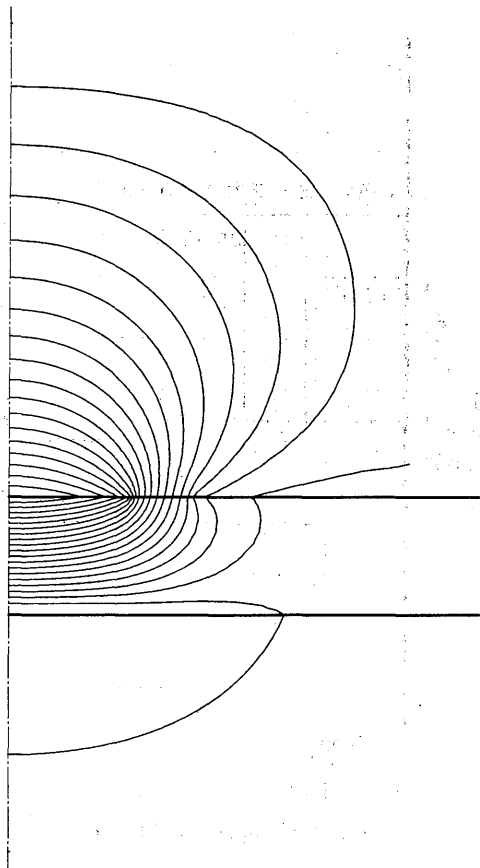
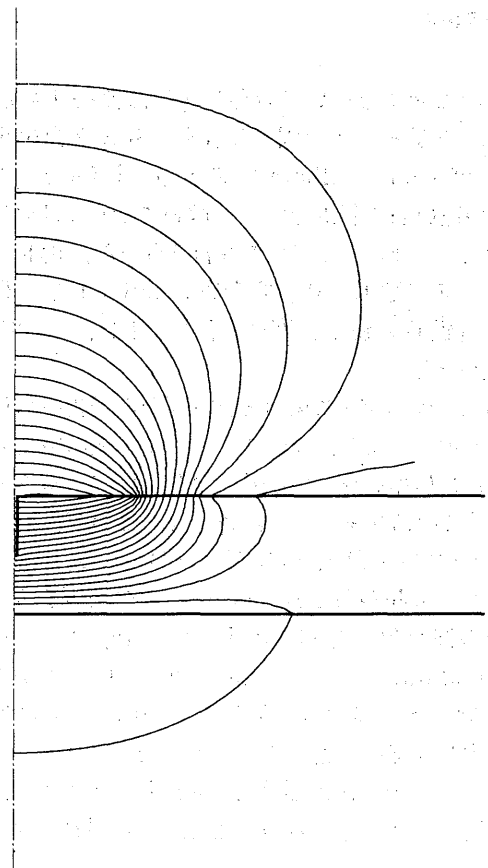


図2 磁化時の磁束分布

Fig. 2 Magnetic flux density distribution at magnetizing process, (a) no defect, (b) with defect.



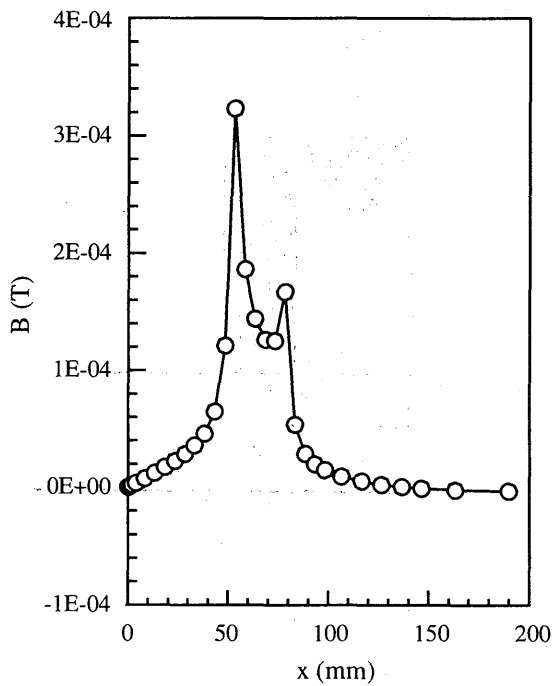
(a) 欠陥なし



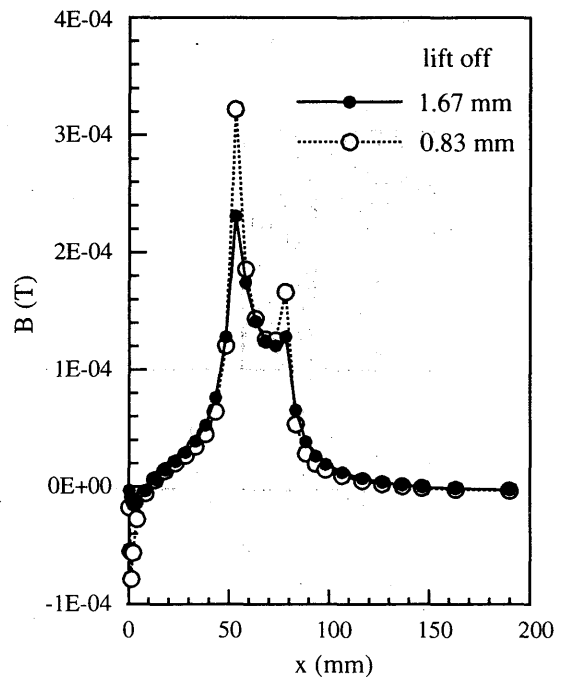
(b) 欠陥あり

図3 残留磁化による磁束分布

Fig. 3 Magnetic flux density distribution induced by remanent magnetism, (a) no defect, (b) with defect.



(a) 欠陥なし



(b) 欠陥あり

図4 残留磁化による漏れ磁束分布 ( $\mu_r=1.5$ )

Fig.4 Leakage flux distribution over the plate:  $\mu_r=1.5$ , (a) no defect, (b) with defect.

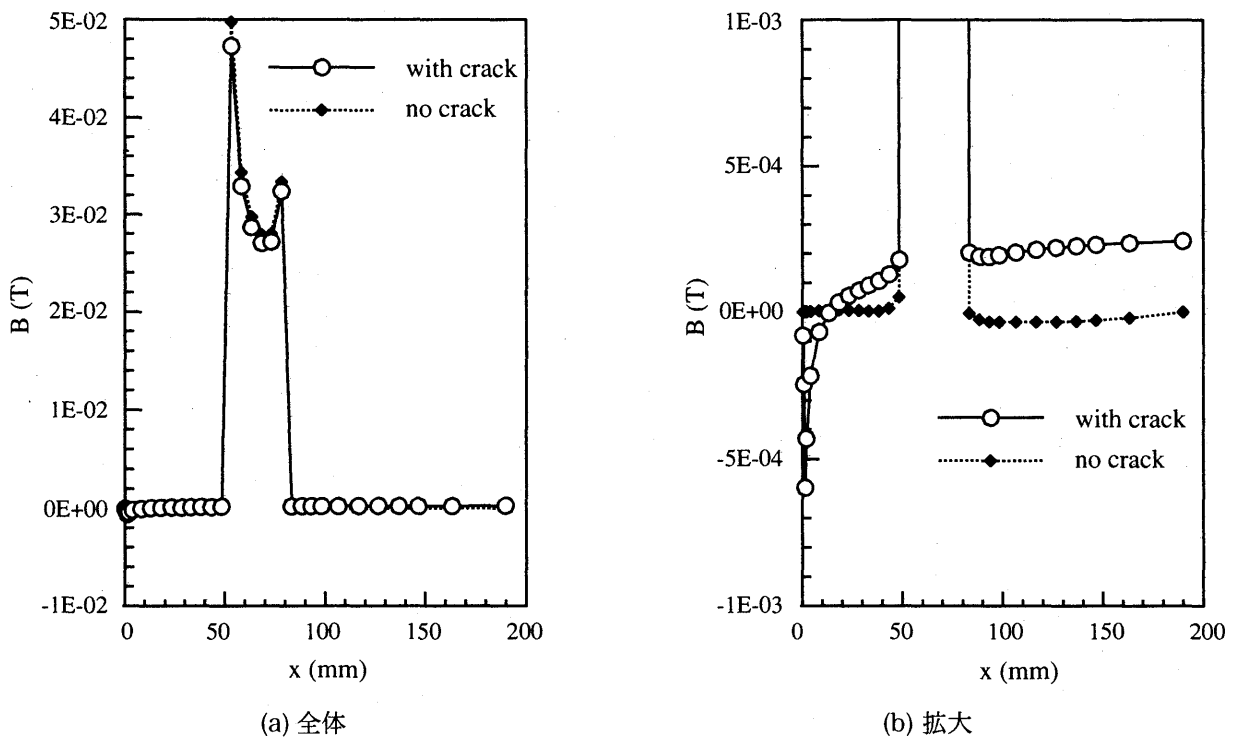


図5 残留磁化による漏れ磁束分布 ( $\mu_r=1000$ )  
 Fig. 5 Leakage flux distribution over the plate:  $\mu_r=1000$ , (a) whole, (b) detail.

比較である。透磁率が大きくなると残留磁化が大きくなり、磁束密度分布の違いがわかりにくい。同図 (b) の拡大図で比較すると、欠陥による磁束分布の違いがよくわかる。また、欠陥の有無による差は、比透磁率が 1.5 の場合より大きいことがわかる。これらの場合の lift off は、図 4 (a) と同様に 0.83mm である。

#### 4. むすび

以上、磁化を用いた有限要素法の定式化を示し、簡単な計算モデルの二次元磁界解析を行った。

磁界解析は、着磁による漏洩磁束の解析を行い、残留磁化による漏洩磁束法の欠陥検出特性を確認した。その結果、着磁過程の解析を含めて、残留磁化が大きくなれば、検出性がよくなることが確認できた。また、欠陥付近の磁化の影響は、距離が離れると急激に小さくなり、欠陥検出のためのプローブの lift off は小さくしなければな

らないことがわかった。

#### 参考文献

- [1] 塚田：漏洩磁束探傷試験方法、非破壊検査、第 49 巻、11 号、pp. 746-751、2000.
- [2] 宮田：電気学会第 11 回電磁界数値解析に関するセミナー講演論文集、pp. 29-38 (2001-10).
- [3] 中田、高橋：電気工学の有限要素法、p. 219、1986、森北出版.
- [4] 中田、伊藤、河瀬：有限要素法による交直電磁石の設計と応用、p. 91、1991、森北出版.
- [5] 坪井、内藤編著：数値電磁界解析法の基礎、p. 90、1994、養賢堂.
- [6] 坪井、内藤編著：実践電磁界解析法、p. 77、1995、養賢堂.