

有限要素法による三次元渦電流解析

池田和正* 田中始男** 坪井 始** 小林富士男**

Three-Dimensional Eddy Current Analysis by a Finite Element Method

Kazumasa Ikeda* Motoo Tanaka** Hajime Tsuboi** Fujio Kobayashi**

ABSTRACT

Finite element method using edge element have been developed and utilized for practical eddy current analysis. In this paper, a finite element analysis using an edge element which is based on linear functions is described. Two programs were developed for eddy current analysis. One uses the reduced magnetic vector potential technique for taking account of a source current density. Another uses the current segment as source. The programs were applied to a benchmark problem, which was proposed by TEAM (Testing Electromagnetic Analysis Methods) workshop. The validity and the advantage of the developed programs are discussed.

キーワード：有限要素法，辺要素，渦電流解析

Keywords: finite element method, edge element, eddy current analysis

1. まえがき

電磁界解析は，静電界および静磁界の二次元解析に始まり，三次元解析あるいは渦電流解析へと発達してきた。最近では，配管などの非破壊検査の一手法である渦電流探傷試験の評価や探傷用コイル高度化のための開発ツールとして用いられるようになってきている[1]。このような渦電流解析には，おもに有限要素法，境界要素有限要素併用法などが用いられる。

有限要素法とは，解析領域を有限要素と呼ばれる有限個の部分領域に分割し，各要素毎に導入した補間関数と有限個のパラメータを用いて各要素の振舞いを記述し，これをつないで全解析領域を近似する方法である。

有限要素の形状としては，二次元問題では，三角形や四角形が用いられ，三次元問題では，四面体や六面体などが用いられる。また，要素内の補間関数に関しても様々な関数が提案され，検討されている[2-4]。

ここでは，要素の形状を四面体とし，要素内をベクトル補間関数を用いて近似する四面体辺要素を用いた辺要

素有限要素法のプログラムを開発したので報告する。はじめに，線形四面体辺要素を用いた辺要素有限要素法について述べる。つぎに，励磁コイル等のソース項の取り扱いを簡便にするための変形磁気ベクトルポテンシャル法[5]について述べる。

最後にこれらを導入した辺要素有限要素法プログラムの妥当性を検証するためにTEAM (Testing Electromagnetic Analysis Methods) workshopによって提案されているベンチマーク問題の一つであるProblem 7 [6]に適用し計算結果と実験結果の比較をおこなう。

2. 辺要素有限要素法

電界および磁界の時間依存性が正弦波で表され，物質定数が線形である場合を考える。このとき，有限要素法の磁気ベクトルポテンシャル \mathbf{A} に関する支配方程式は，角周波数を ω として，各物理量の時間依存性を $\exp(j\omega t)$ で表すと以下の式で与えられる。

* 大学院電子情報工学専攻

** 情報処理工学科

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) - \omega^2 \epsilon^* \mathbf{A} - \mathbf{J}_0 = 0 \quad (1)$$

ここで、 μ は透磁率であり、 \mathbf{J}_0 は電流電源である。また、 ϵ^* は複素誘電率で、誘電率 ϵ および導電率 σ を用いて次のように表される。

$$\epsilon^* = \epsilon + \frac{\sigma}{j\omega} \quad (2)$$

有限要素として図1に示す線形辺要素を用いることとすると、要素内の磁気ベクトルポテンシャル \mathbf{A} は、次式で表される。

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^{12} N_i \mathbf{A}_i \quad (3)$$

ベクトル補間関数 \mathbf{N} の表記を簡単にするために、体積座標 $L_1 \sim L_4$ を以下のように定義する。

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & d_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここで、 a_i, b_i, c_i, d_i は要素の形状で決まる定数である。

図1の節点番号を用いて $N_{15}=N_1, N_{25}=N_2, N_{26}=N_3, N_{36}=N_4, N_{37}=N_5, N_{17}=N_6, N_{18}=N_7, N_{48}=N_8, N_{29}=N_9, N_{49}=N_{10}, N_{310}=N_{11}, N_{410}=N_{12}$ と置き換えると、辺 ij とその中点 m に関してベクトル補間関数 N_{im}, N_{jm} は次のように座標の一次関数で表される。

$$N_{im} = L_i \nabla L_j = (b_j L_i i + c_j L_i j + d_j L_i k) \quad (5)$$

$$N_{jm} = L_j \nabla L_i = (b_i L_j i + c_i L_j j + d_i L_j k) \quad (6)$$

また、ベクトル補間関数 N_{im}, N_{jm} の回転は、以下のように要素内で一定となる。

$$\begin{aligned} \nabla \times N_{im} &= (c_j d_j - c_j d_i) i \\ &+ (d_i b_j - d_j b_i) j + (b_i c_j - b_j c_i) k \end{aligned} \quad (7)$$

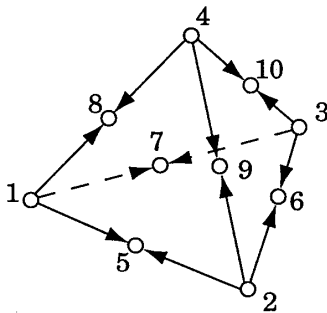


図1 線形四面体辺要素
Fig. 1 Tetrahedral linear edge element

$$\begin{aligned} \nabla \times N_{jm} &= (c_j d_i - c_i d_j) i \\ &+ (d_j b_i - d_i b_j) j + (b_j c_i - b_i c_j) k \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、解析領域を図2のように定義する。解析領域は三次元とし、全て図1の有限要素で埋め尽くされている。解析領域は、空気領域 V_a と導体領域 V_c の二つに大きく分けられる。空気領域と導体領域の境界および、導体領域中で物質定数が変化する境界においては各境界面は有限要素の分割面と一致する必要がある。すなわち、一つの要素で複数の材質を近似しないものとする。また、電流源 \mathbf{J}_0 は、線電流で近似し、その線電流の経路を有限要素の辺と一致させる。任意の有限要素 e の体積を V_e とし、要素内の磁気ベクトルポテンシャルの補間表現に式(3)を用いることとし、補間関数 \mathbf{N} を重み関数としてガラーキンの重み付き残差法を式(1)に適用すると、この有限要素 e の任意の補間関数 N_{ei} について、

$$\iiint_{V_e} N_{ei} \cdot \left\{ \nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) - \omega^2 \epsilon^* \mathbf{A} - \mathbf{J}_0 \right\} dv = 0 \quad (9)$$

が得られ、これを变形して次式を得る。

$$\begin{aligned} \iiint_{V_e} \left\{ \nabla \cdot \left(\left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) \times N_{ei} \right) \right. \\ \left. + \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) \cdot \nabla \times N_{ei} \right. \\ \left. - \omega^2 \epsilon^* \mathbf{A} \cdot N_{ei} - \mathbf{J}_0 \cdot N_{ei} \right\} dv = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

式(10)にガウスの定理を適用し、整理すると次のようになる。

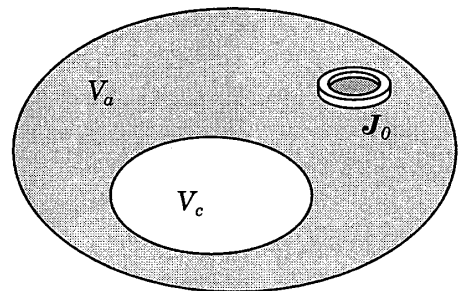


図2 解析領域
Fig. 2 Region to be analyzed

$$\iiint_{V_e} \left\{ \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) \cdot \nabla \times \mathbf{N}_{ei} - \omega^2 \varepsilon^* \mathbf{A} \cdot \mathbf{N}_{ei} - \mathbf{J}_0 \cdot \mathbf{N}_{ei} \right\} dv = 0 \quad (11)$$

式(3)～(8)を用いて式(11)を書き換えると以下のようになる。

$$\sum_{j=1}^{12} A_{ej} \iiint_{V_e} \left\{ \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{N}_{ej} \right) \cdot \nabla \times \mathbf{N}_{ei} - \omega^2 \varepsilon^* \mathbf{N}_{ej} \cdot \mathbf{N}_{ei} \right\} dv - \iiint_{V_e} \mathbf{J}_0 \cdot \mathbf{N}_{ei} dv = 0 \quad (12)$$

ここで、式(12)の左辺最終項の積分は、 \mathbf{N}_{ei} 対応する辺上に線電流 I_{ei} が存在する場合、以下のように表される。

$$\iiint_{V_e} \mathbf{J}_0 \cdot \mathbf{N}_{ei} dv = \frac{I_{ei}}{2} \quad (13)$$

式(12)をすべての有限要素に適用し、得られる未知変数 A に関する最終一次連立方程式は次のようになる。

$$[C][A] = \{f\} \quad (14)$$

式(14)を解き、未知変数 A が求められると以下の式を用いて渦電流密度および磁束密度を計算することができる。

$$\mathbf{J}_e = -j\omega\sigma \sum_{i=1}^{12} \mathbf{N}_{ei} A_{ei} \quad (15)$$

$$\mathbf{B}_e = \sum_{i=1}^{12} (\nabla \times \mathbf{N}_{ei}) A_{ei} \quad (16)$$

3. 変形磁気ベクトルポテンシャル

2章で述べた式(12)(13)を用いて連立一次方程式を作成する場合、励磁コイル等の電流路を有限要素の辺を用いて近似しなければならない。

このように励磁コイル等を近似する線電流を要素の辺を用いて表現することは、一般に簡単ではない。特に複雑な形状の導体との組み合わせなどにおいては、非常に煩雑となる。また、実際の解析においては、コイルの形状、大きさや位置などを様々に変化させて計算する機会が多い。このような場合、コイルに関するパラメータが変化すると、要素分割を作り直す必要があり、処理

時間増加の一因となる。

そこで、コイル等の近似を有限要素から解放し、形状分割を不要とするために、変形磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}_r = \mathbf{A} - \mathbf{A}_s$ を導入する。ここで、 \mathbf{A}_s はソース項による磁気ベクトルポテンシャルである。

まず、解析領域を図3に示すように分け、各領域を以下のように定義する。

V_c : 渦電流の発生する導体で、磁気ベクトルポテンシャル A を変数とする領域。

V_t : V_c を含む磁気ベクトルポテンシャル A を変数とする領域。

V_{tr} : V_t と接し辺を共有する一層の有限要素からなる領域で、変形磁気ベクトルポテンシャル A_r を変数とする領域。

V_r : 上記以外の領域で変形磁気ベクトルポテンシャル A_r を変数とする領域。

V_t と V_{tr} の境界面を S_{tr} とし、境界面での単位法線ベクトル \mathbf{n} を図3の向きにとる。印加電流は、 V_r 内もしくは解析領域外にあるものとし、電流密度は電流源 I に比例し、 \mathbf{J}_0 で表す。

式(1)を各領域に適用すると、以下の式が得られる。

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) - \omega^2 \varepsilon^* \mathbf{A} = 0 \quad (17)$$

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A}_r \right) = 0 \quad (18)$$

ここで、境界面 S_{tr} においては次の境界条件を課す必要がある。

$$\mathbf{n} \times \mathbf{A} = \mathbf{n} \times (\mathbf{A}_r + \mathbf{A}_s) \quad (19)$$

$$\mathbf{n} \times \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{n} \times \left(\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A}_r + \mathbf{H}_s \right) \quad (20)$$

式(19)、(20)において \mathbf{A}_s は印加電流 I による境界面 S_{tr} 上の磁気ベクトルポテンシャルであり、 \mathbf{H}_s は電流源 I に

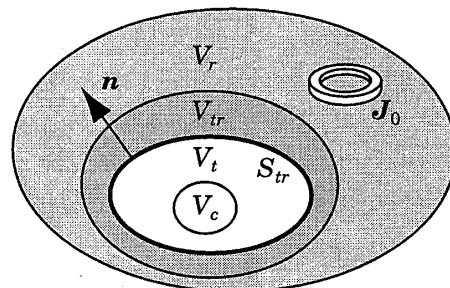


図3 変形磁気ベクトルポテンシャルのための計算モデル
Fig. 3 Simple model for the reduced magnetic vector potential method

よる領域 V_{tr} 内の磁場強度である。閉ループ電流 C を考えると \mathbf{A}_s および \mathbf{H}_s はビオ・サバル則より次式で与えられる。

$$\mathbf{A}_s = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_C \frac{d\mathbf{s}}{|\mathbf{r}|} \quad (21)$$

$$\mathbf{H}_s = \frac{I}{4\pi} \int_C \frac{d\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3} \quad (22)$$

ここで、 $d\mathbf{s}$ は閉ループ電流の切片、 \mathbf{r} は $d\mathbf{s}$ から計算点に向かうベクトルである。

ガラーキンの重み付残差法を式(17)、(18)に適用するとそれぞれの領域について、以下の各式を得る。

$$\begin{aligned} & \text{in } V_i \\ & \iint_S (\mathbf{H} \times \mathbf{N}_i) \cdot \mathbf{n} ds \\ & + \iiint_V \left\{ \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) \cdot \nabla \times \mathbf{N}_i \right. \\ & \left. - \omega^2 \varepsilon^* \mathbf{A} \cdot \mathbf{N}_i \right\} dv = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} & \text{in } V_r + V_{tr} \\ & \iint_S \left\{ \left(\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A}_r \times \mathbf{N}_i \right) \cdot \mathbf{n} \right\} ds \\ & + \iiint_V \left\{ \left(\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A}_r \right) \cdot \nabla \times \mathbf{N}_i \right\} dv = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

そこで、各領域の要素内の磁気ベクトルポテンシャルの補間表現を次のようにする。

$$\mathbf{A} = \sum_{i \in E_t} \mathbf{N}_i \mathbf{A}_i \quad \text{in } V_i \quad (25)$$

$$\mathbf{A}_r = \sum_{i \in E_r} \mathbf{N}_i \mathbf{A}_i \quad \text{in } V_r \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_r &= \mathbf{A} - \mathbf{A}_s \\ &= \sum_{i \in E_r} \mathbf{N}_i \mathbf{A}_i - \sum_{i \in E_{tr}} \mathbf{N}_i \mathbf{A}_{si} \quad \begin{cases} \text{in } V_{tr} \\ \text{on } S_{tr} \end{cases} \end{aligned} \quad (27)$$

ここで、 E_t は領域 V_t に含まれる辺の集合を表し、 E_r は領域 $V_r + V_{tr}$ 内に含まれる辺の集合を表す。また、 E_{tr} は境界面 S_{tr} 上の辺の集合を表す。 E_{tr} は E_t および E_r に含まれる。また、 \mathbf{A}_{si} は、 \mathbf{A}_s の辺方向成分の辺上の線積分量で与えられる。

式(25)~(27)の補間表現を用い、境界条件を考慮すると、式(23)、(24)は以下のように展開できる。

$$\begin{aligned} & \sum_{e \in E} A_e \iiint_V \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{N}_e \cdot \nabla \times \mathbf{N}_i \right) dv \\ & - \sum_{e \in E_c} A_e \iiint_V \omega \varepsilon^* \mathbf{N}_e \cdot \mathbf{N}_i dv \\ & - \sum_{e \in E_{tr}} A_{se} \iiint_V \left(\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{N}_e \cdot \nabla \times \mathbf{N}_i \right) dv \\ & - \iint_{S_{tr}} (\mathbf{N}_i \times \mathbf{H}_s) \cdot \mathbf{n} ds = 0 \end{aligned} \quad (28)$$

式(28)を用いて作成される最終一次連立方程式は式(14)で表される。

ここで、式(28)の第一項および第二項により作成される係数行列 $[C]$ は、式(12)により作成される係数行列と同じであり、両式の差異はソース項の取り扱いだけとなる。式(12)においては、ソース項が要素分割に割り振られているため、コイルの位置や、形状などの変化により要素分割が変わるので、係数行列の再計算が必要となる。これに対し、式(28)では第三項と第四項がソース項となるが、これらは要素分割に依存しないため、コイルの位置や、形状などに変化があった場合でも、第三項と第四項の再計算のみでよく、係数行列作成の計算時間を短縮できるので、効率よく解析を行うことができる。

4. 計算例

ここで開発した辺要素有限要素法プログラムの妥当性を検証するためにTEAMworkshopによって提案されているベンチマーク問題の一つであるProblem 7[6]に適用した。

Problem 7の計算モデルを図4に示す。このモデルは、穴開き導体板と一つの励磁コイルで構成されている。

導体板は一辺294mmの正方形板で、材質はアルミニウムであり、導電率は 3.526×10^7 (S/m)、比透磁率は1である。この導体板には一辺108mmの正方形の穴が空いている。

励磁コイルに印加される電流は2742(AT)、周波数は50Hzおよび200Hzである。また、解析においては、コイルを図に示す2本の線電流で近似した。

このモデルの渦電流密度分布および磁束密度分布の実験値の測定箇所を図4のA1~B4で表した破線で示す。磁束密度分布は、導体板と励磁コイルの中間部分のA1-B1、A2-B2の二つの直線上で測定されている。また、渦電流密度分布は、導体板の上表面のA3-B3の線上および、

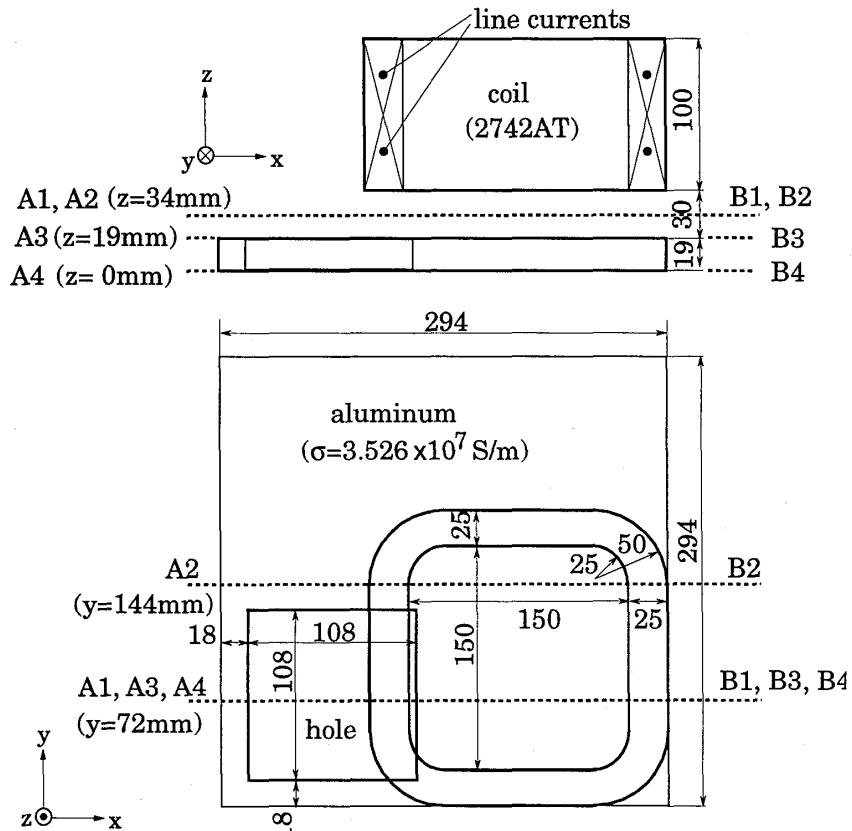
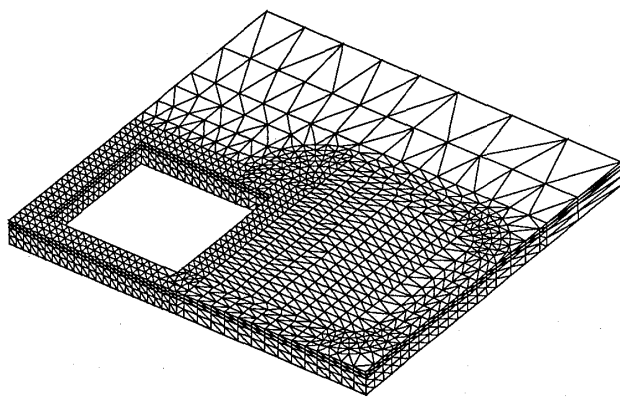
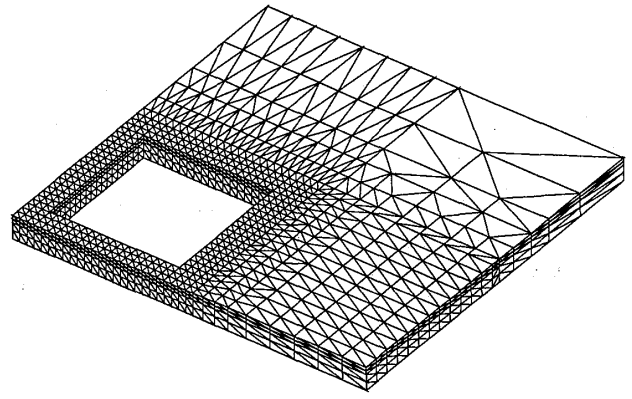


図4 Problem 7 計算モデル

Fig. 4 Problem 7



(a) Mesh A



(b) Mesh B

図5 要素分割

Fig. 5 Finite element meshes

下表面のA4-B4の線上で測定されている。

また、測定値および解析結果は x , y , z 成分をもち、それぞれの成分は複素数となっている。ここでは、磁束密度分布および渦電流密度分布の特徴を捉えやすくするために、磁束密度分布については z 方向成分を、また、渦電流密度分布においては y 方向成分を以下の式を用いて計算した値を比較する。

$$C = \text{sign} * \sqrt{C_{\text{real}}^2 + C_{\text{img}}^2} \quad (29)$$

ここで、 C_{real} は複素数の実部、 C_{img} は虚部であり、符号 sign は C_{real} の符号に従う。

ここでは、式(12)を用いたプログラムAと変形磁気ベクトルポテンシャルを導入した式(28)を用いたプログラムBについて、それぞれ計算を行った。

また、作成した連立一次方程式の解法として、反復法の一つであるICCG法(Incomplete Cholesky Conjugate Gradient Method)を用いている。

図5にプログラムAおよびプログラムBそれぞれで使用した導体板の要素分割を示す。図5(a)のように、プログラムAに用いた要素分割(Meah A)では、あらかじめコイルの形状を考慮した分割となっている。このため、コイルと穴部が交錯する付近での要素分割が込み入っており、未知数の増加につながっている。これに対して、プログラムBに用いた導体板の要素分割(Meah B)を図5(b)に示す、この場合、コイルの形状を近似するための要素は不要であり、導体板のみを考慮すればよい。このように、導体板の分割のみ考慮する場合は、比較的簡単に要素分割を作成することができる。さらに、未知数は、前者で342,694であり、後者では269,578となっている。したがって、Mesh Aの未知数はMesh Bの約1.3倍である。

Mesh Bは、Mesh Aからコイルを取り除いたものとなっている。このため、はじめからコイルの形状を考慮せずに分割する場合に比べて、要素数、未知数共に多くなっている。そこで、より未知数を少なくしたMesh Cを用意した。Mesh Cを図6に示す。Mesh Cは有限要素解析の解の安定性と実用性を確認するために、一般に普及している程度の計算機で実行可能な計算モデルとした。Mesh Cの未知数は54,880であり、Mesh Aの二割程度となっている。

Mesh Cを用いた場合の導体板上面の渦電流密度分布を図7に示す。ここでの印加電流の周波数は、50Hzである。導板の穴部の周辺に渦電流が集中して流れているのがわかり、Mesh Cの分割でも渦電流の複雑な分布が模擬できることがわかる。

図8、9に印加電流の周波数が200Hzの場合の磁束密度分布を示す。図8は、A1-B1上であり、図9は、A2-B2上である。また、図10、11にA3-B3上およびA4-B4上

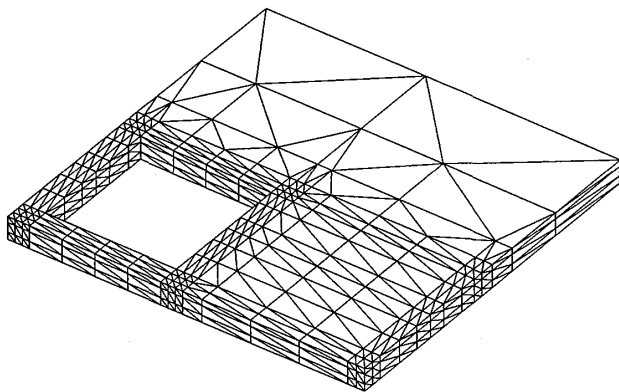
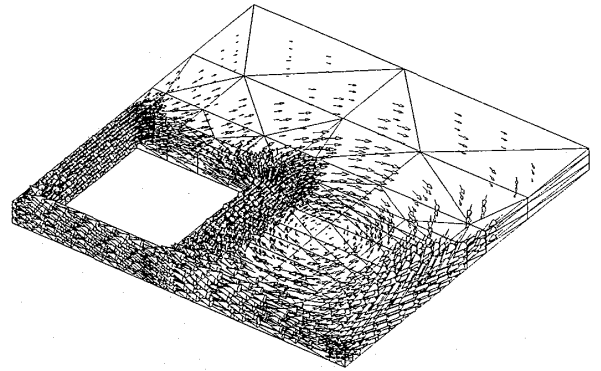
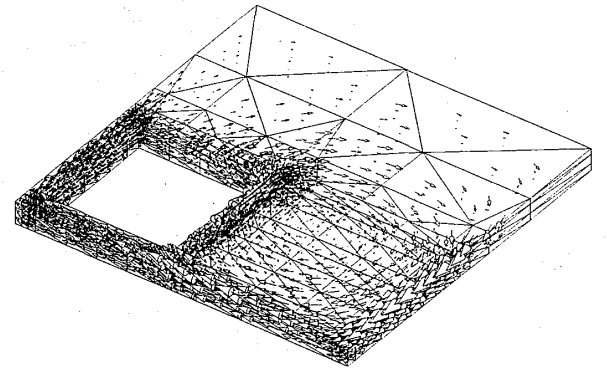


図6 Mesh C
Fig. 6 Coarse mesh (Mesh C)



(a) Real part



(b) Imaginary part

図7 渦電流密度分布

Fig. 7 Eddy current distributions

の渦電流密度分布を示す。ここでは、プログラムAを用いてMesh Aのモデルを計算し、プログラムBを用いてMesh Bを計算した。

両プログラムによる計算結果の磁束密度分布は、計測値とよく一致している。渦電流密度分布においては、穴部の両側で、計測値に比べて若干小さめに評価されているが、これは、計算値を四面体要素の重心で算出しているので、測定点と計算点が一致していないためである。

図12～15に印加電流の周波数が50Hzの場合の磁束密度分布および渦電流密度分布を示す。ここでは、プログラムAを用いてMesh Aを計算し、プログラムBを用いてMesh BおよびMesh Cを計算した。

いずれの場合も計算結果は、計測値とよく一致している。200Hzの場合と比較して、渦電流密度分布の穴部付近での誤差が少ないのは、印加磁界の周波数が50Hzと小さく穴部周辺での渦電流の集中が大きくなる、測定点と計算点の不一致が無視できる程度の差であるためと考えられる。

表1に印加電流の周波数が50Hzの場合のMesh A, B, Cの未知数等の比較を示す。ここで、バンド幅とは、作

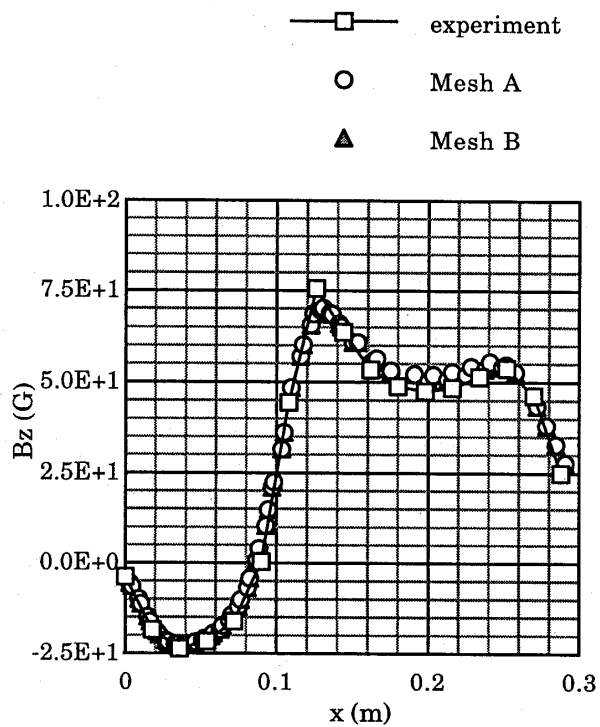


图 8 磁束密度分布 (A1-B1) 200Hz
Fig. 8 Magnetic flux density along A1-B1 (200Hz)

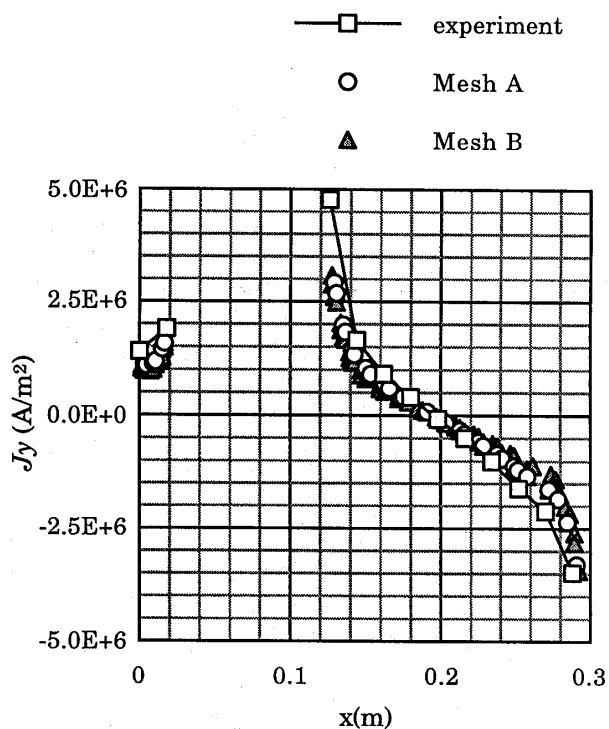


图 10 渦電流密度分布 (A3-B3) 200Hz
Fig. 10 Eddy current density along A3-B3 (200Hz)

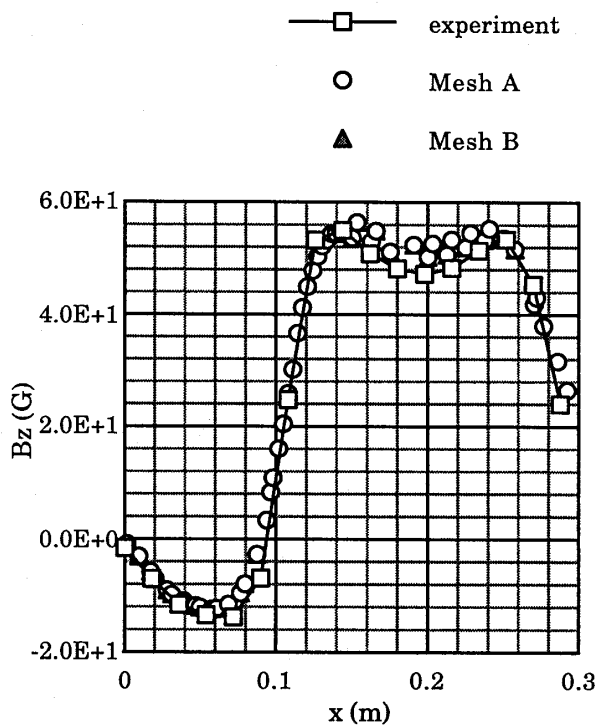


图 9 磁束密度分布 (A2-B2) 200Hz
Fig. 9 Magnetic flux density along A2-B2 (200Hz)

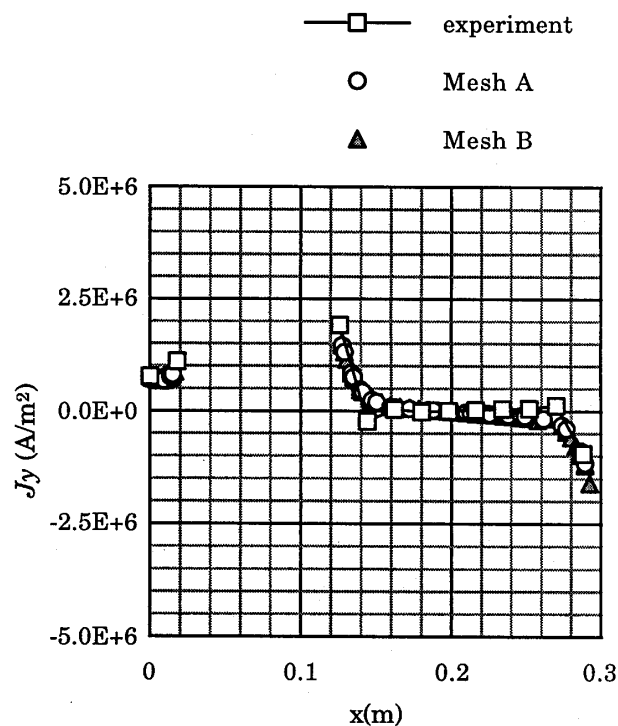


图 11 渦電流密度分布 (A4-B4) 200Hz
Fig. 11 Eddy current density along A4-B4 (200Hz)

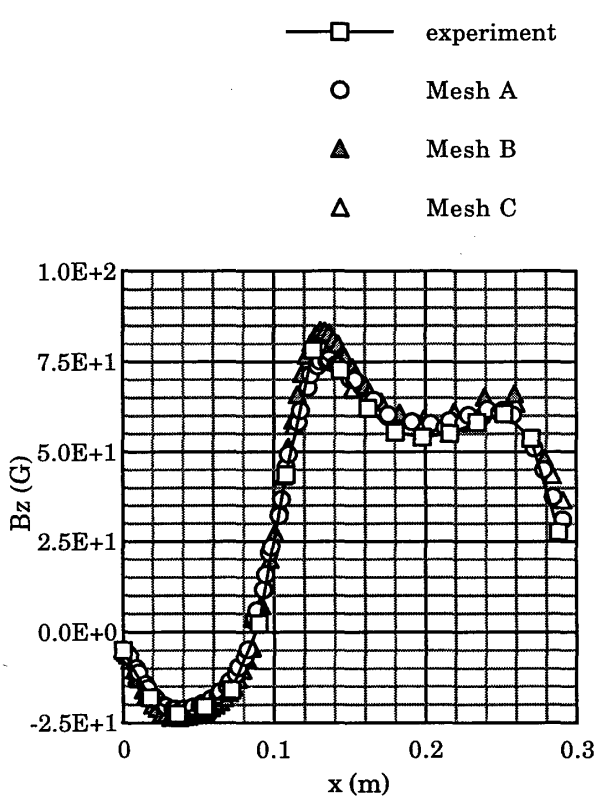


图 12 磁束密度分布 (A1-B1) 50Hz
Fig. 12 Magnetic flux density along A1-B1 (50Hz)

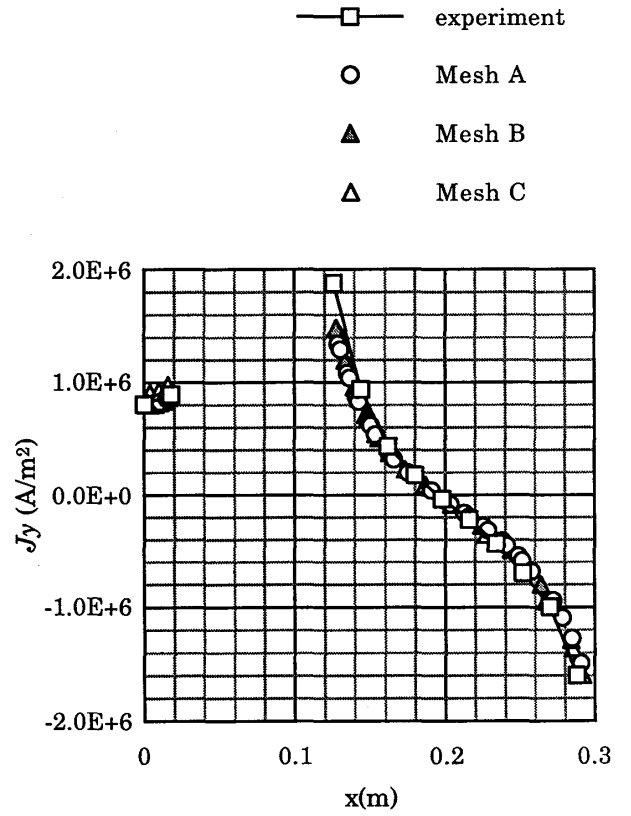


图 14 渦電流密度分布 (A3-B3) 50Hz
Fig. 14 Eddy current density along A3-B3 (50Hz)

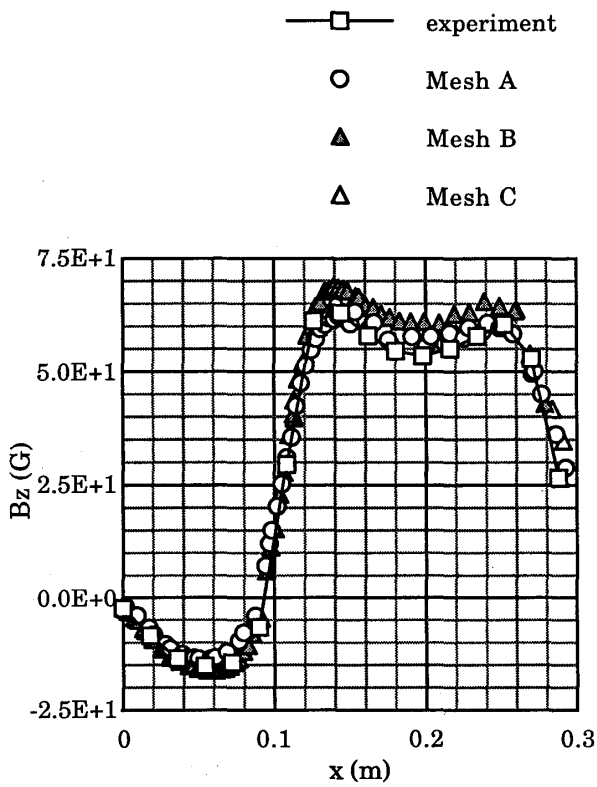


图 13 磁束密度分布 (A2-B2) 50Hz
Fig. 13 Magnetic flux density along A2-B2 (50Hz)

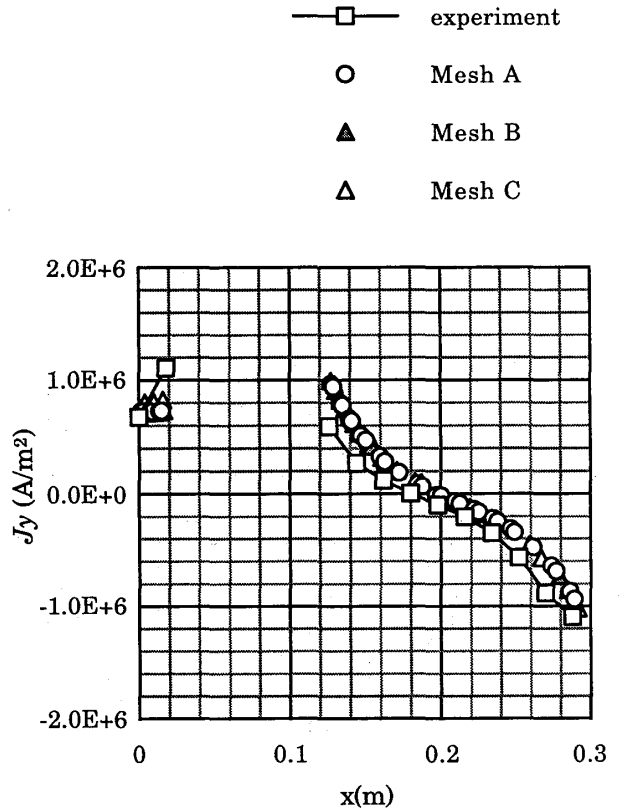


图 15 渦電流密度分布 (A4-B4) 50Hz
Fig. 15 Eddy current density along A4-B4 (50Hz)

表1 各要素分割の比較(50Hz)
Table 1 Computation resources (50Hz)

	プログラムA	プログラムB	
	Mesh A	Mesh B	Mesh C
未知数	342,694	269,578	54,880
バンド幅	37	33	30
記憶容量	971MB	687MB	128MB
ICCG法による反復回数	34,200	2,940	765

成された係数行列一行当たりの非零要素数の最大値である。連立一次方程式の解法にICCG法を用いた場合、全体の係数行列の非零要素のみを記憶すればよく、比較的少ない記憶容量で計算できる。また、計算に必要な記憶容量は、未知数とバンド幅から決まる。

計算に必要な記憶容量は、Mesh Aで971MB、Mesh Bで687MBと非常に大きくなっている。これらと比較して、Mesh Cでは127MBと、一般的な計算機で充分計算できる大きさとなっている。

Mesh Aはコイルの分割を考慮する必要があり、導体板部分の分割が煩雑なため未知数が非常に大きくなっている。このため、係数行列をICCG法を用いて解く際に、係数行列を全て主記憶領域に置くことができず、仮想記憶処理等のために、計算以外の負荷が増加する。このため、Alpha chip 533MHz、主記憶1024MB搭載の計算機で、約72時間かかり、実用的な要素分割とはいえない。

Mesh Bは、Mesh Aをもとにコイルの分割を取り除いて作成したため、Mesh Aと比べ未知数が少なくなっている。また、係数行列作成時間とICCG法による計算時間をあわせて約48時間となり、変形磁気ベクトルポテンシャルを導入した効果が確認できる。

これらの分割と比較して、Mesh Cは、はじめからコイルの分割を考慮していないため、Mesh AおよびMesh Bに比べ少ない記憶容量で計算を行うことができ、計算時間も12分程度と実用的な時間で計算することができた。

5. まとめ

線形四面体辺要素を用いた辺要素有限要素法の定式化を示し、ベンチマーク問題に適用することで妥当性を確認した。

得られた結果をまとめると、次のようになる。

(1) 線形四面体辺要素による渦電流解析のための定式化を示した。

(2) 定式化に基づいて、励磁コイル等の電流路を有限要素の辺を用いて近似するプログラムと、変形磁気ベクトルポテンシャル法を導入して励磁コイル等の分割を不要としたプログラムを開発した

(3) 開発した辺要素有限要素法プログラムをベンチマーク問題に適用し、変形磁気ベクトルポテンシャル法の有効性を確認した。

(4) 線形四面体辺要素と変形磁気ベクトルポテンシャル法を用いた有限要素法により、少ない計算機資源で計算が可能であることを示した。

参考文献

- [1] H. tsuboi, K. Ikeda, K. Yano, F. Kobayashi and T. Misaki: "Three-Dimensional Finite Element Program Using Edge Elements," *Applied Electromagnetics and Computational Technology* (Editors: H. Tsuboi and I. Sebestyen), pp. 116-125, IOS Press, 1997.
- [2] D. C. Dibben and R. Metaxas: "A Comparison of the Errors Obtained with Whitney and Linear Edge Elements," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 33, No. 2, pp. 1524-1527, 1997.
- [3] H. Hano: "Finite Element Analysis of Dielectric-loaded Wave Guides," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. MMT-32, pp. 1275-1279, 1984.
- [4] 早川雅浩, Cingoski Vlatko, 山下英生: 「高精度・高速渦電流解析のためのWhitney辺要素・線形辺要素併用法」電気学会静止器・回転機合同研究会, SA-98-5, RM-98-69 (1998).
- [5] 佐藤陸, 亀有昭久, 小金沢一美, 辺要素有限要素法による渦電流探傷(ECT)の解析, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-95-12, RM-95-74, 1995.
- [6] K. Fujiwara and T. Nakata: Results for Benchmark Problem 7 (Asymmetrical Conductor with a hole), *COMPEL*, Vol. 9, No. 3, pp. 137-154, 1990.