

渦電流探傷問題の数値シミュレーションのための高速化法

田中 始男

渦電流探傷は、導体表面の傷を検出する手法の一つであり、励磁コイルによって検査対象に渦電流を発生させ、傷による渦電流変化の検出で傷を検出する非破壊検査法である。傷の詳細な形状や位置を推定する高度な渦電流探傷を実現するためには多くの実験データが必要であり、数値解析による模擬実験は有効である。一方で詳細な解析結果を得るためには膨大な計算が必要な場合もあり、高速に解析結果を得る計算法の開発が望まれている。本論文では、微細な傷で生じる電磁場の変化は傷の周辺領域に限られることに着目し、解析領域を限定する高速化法を提案している。高速化の方法は、無傷の計算モデルの計算結果を既知解として、微細な傷によって電磁界に乱の生じる範囲を仮定した再計算によって高速に解を求めるものである。再計算の範囲について検討し、これをベンチマーク問題に適用することで、高速化の効果と計算精度の妥当性を確認している。

【キーワード 渦電流探傷 数値解析 高速化】

1. はじめに

渦電流探傷(ECT: Eddy Current Testing)は、導体の傷を検出する手法の一つであり、傷による渦電流の変化を検出することで傷を検出する非破壊検査法である。通常、探傷用コイルを移動することで得られるインピーダンス軌跡から傷の位置や形状を推定する。インピーダンス軌跡と傷形状の関係は単純な関数で記述できず、一般的には、逆問題となる。このため、傷の詳細な形状や位置を推定する高度な渦電流探傷を実現するためには、多くの実験データが必要であり、数値解析による模擬実験は有効である^{(1),(2)}。渦電流解析法としては、ECT問題においても主に有限要素法が用いられており、良好な結果が得られている。しかし、インピーダンスの軌跡を得るためには、コイルと傷の相対位置の関係や傷形状の変化を考慮して解析しなければならず、膨大な計算を要する。このため、高速かつ高精度に解析結果を得る計算法の開発が望まれている。

ECTでは微細な傷を取り扱うことが多い。本論文では、微細な傷によって電磁場の変化する領域は傷の周辺に限られることに着目し、傷周辺に解析領域を限定することで高速化を実現する方法を提案する。まず、傷周辺部の渦電流の変化は、傷の無い計算モデル(NDモデル:None Defect model)の渦電流分布から傷の周辺の再計算によって求められることを示す。次に傷の周辺領域を定義する基準について検討し、これをECTベンチマークモデルへ適用して実際の高速化の効果と適切な計算精度が得られることを検証する。

2. ECTのための有限要素解析

ECTは傷形状の変化によって生じる渦電流の変化を検出する手法である。渦電流解析法の

一つである有限要素法は図1に示す解析領域に対して未知変数を設定⁽³⁾し、次式を離散化した大規模な連立方程式を解くため、膨大な計算時間が費やされる⁽²⁾。

$$\begin{aligned} & \iiint_V (\nabla \times N \cdot \nabla \times A + j\omega N \cdot A) dV \\ & - \iiint_{V_r} \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times N \cdot \nabla \times A_s \right) dV + \iint_{S_r} (\mathbf{H}_s \times \mathbf{N}) \cdot \mathbf{n} dS = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 σ は導電率、 μ は透磁率、 ω は角周波数、 A は磁気ベクトルポテンシャル、 \mathbf{H}_s はソース電流 \mathbf{J}_s によって生じる磁界である。 N は一次ベクトルの補間関数である。

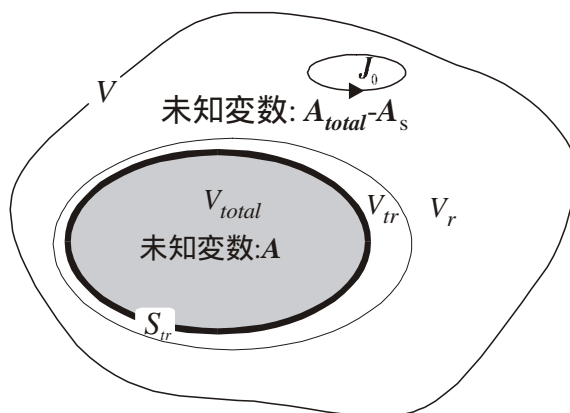


図1 ETC 問題のための有限要素モデル

ETC で使われる傷信号は次式のように未知変数の積分値で与えられる。

$$\phi = \oint_l A_T \cdot dl \quad (2)$$

$$A_T = \frac{1}{4\pi} \iiint_V \frac{-j\mu_0\omega A}{r} + \frac{(\mu - \mu_0)(\nabla \times A) \times \mathbf{r}}{\mu r^3} dv \quad (3)$$

ここで l は信号検出コイル中の積分路である。

傷信号は傷形状の変化に伴う積分値の差であり、通常はNDモデルの傷信号との差を用いて傷の有無等を判定する。したがって、解析領域全体の詳細な渦電流分布よりも傷形状の変化で生じる傷近傍の渦電流の変化分が評価できれば、解析領域全体を解析する必要はなくなり、計算効率は向上する。そこで、傷近傍のみの再計算で傷信号を求める方法について以下で考察する。

有限要素法によって得られる最終的な連立一次方程式は、(1)式を離散化して次式となる。

$$[C][A] = [f] \quad (4)$$

ND モデルに対して(4)式が得られているものとして、傷を含む計算モデルを考える。傷を構成する有限要素では、(1)式の意味定数は空気の定数となる。そのため、係数行列[C]は[δC]だけ変化する。また、傷を含むモデルの解を{A'}とすれば、ソース{f}は(4)式と等しく、次式を得る。

$$[[C]+[\delta C]]\{A'\}=[C]\{A\} \quad (5)$$

ベクトルポテンシャルの変化分を A' として、さらに、傷から離れた位置では、ポテンシャルの変化が非常に小さいものとするれば、次式を得る。

$$\begin{Bmatrix} A'_x \\ A'_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \delta A_x \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} A_x \\ A_z \end{Bmatrix} \quad (6)$$

ここで、添字 X は傷周辺領域を表す。これらの式を整理すると傷周辺に関する最終的な連立方程式が得られる。

$$[[C]+[\delta C]]\{A'_X\}=[C]\{A_X\} \quad (7)$$

この式はND モデルの係数行列とベクトルポテンシャルの積が傷付きモデルのそれと釣合うことを表す式となっている。左辺の係数行列は、ND モデルからの材料定数の変化分を傷に関連する有限要素についてのみ、[δC]を計算することで求められる。また、ND モデルの係数行列[C]と解のベクトルポテンシャル{A}を保持していれば、これらの積から(7)式の右辺は容易に計算できる。したがって、傷周辺のベクトルポテンシャルを未知数とする(7)式の連立方程式は大規模な計算無しに作成できる。

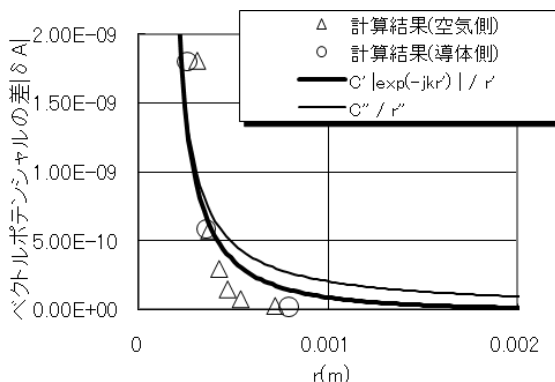


図2 ベクトルポテンシャルの差(厚み方向の分布)

高速化の効果と妥当性を確認するためにベンチマーク問題に提案手法を適用する。高速化手法では、傷によってベクトルポテンシャルが変化する領域を仮定し、その領域のみを再計

算する。領域の適切な範囲について検討するため、ベンチマーク問題 step5-3 の傷無しモデルと傷付きモデルの計算結果を比較する。

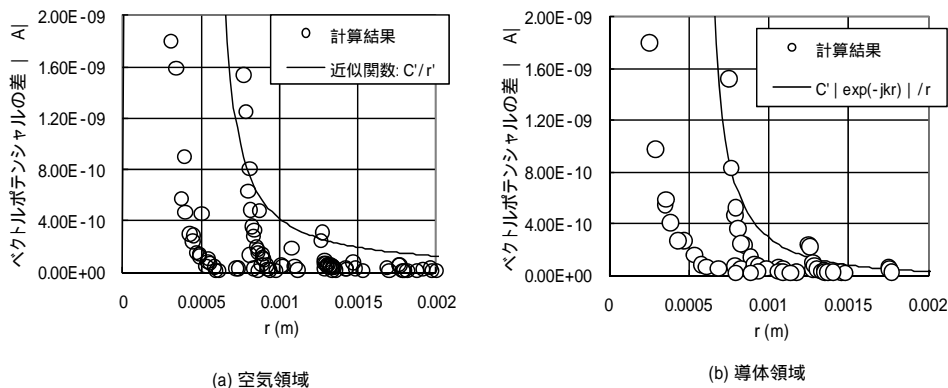


図3 ベクトルポテンシャルの変化と近似関数

図2と図3にNDモデルと傷付きモデルのベクトルポテンシャルの差(NDモデルからの変化分の大きさ)を示す。傷の位置は導体板中央として、一つの有限要素(0.1mm×0.5mm×0.25mm)で傷を近似した。図の横軸は傷中心からの計算点までの距離であり、縦軸はNDモデルと傷付きモデルの計算結果の差である。図2は導体面に垂直な方向(導体板の厚み方向)のベクトルポテンシャルの差の分布である。図3(a)は導体内の分布であり、(b)は空気中の分布である。

ベクトルポテンシャルの変化 A_{chg} も支配方程式に従うものと仮定すれば次式を得る。

$$\nabla^2 A_{chg} - k^2 A_{chg} + \delta = 0 \quad (8)$$

$$\nabla^2 A_{chg} + \delta = 0 \quad (9)$$

ここで、 δ はベクトルポテンシャルの変化分のソースであり仮想的な電流ダイポールや電位差とする。この仮定に基づけばポテンシャルの変化は(8)式の基本解 $1/r$ と(9)式の基本解 $\exp(-jkr)/r$ に基づく関数となる。ここで、 $k(=\omega \mu \sigma)$ は導体の波数である。図中の実線はこれらの関数を描いたものである。距離 r の原点は傷の中央として、傷幅の半分で変化量の最大値と一致するように定数倍している。また、図2では傷の上面と下面で関数がベクトルポテンシャルの変化量の最大値となるように、図3では傷内で r が最大となる位置(傷端部)で変化量の最大値となるように、それぞれ、 r 軸方向へ移動している。これらの関数は計算結果の傾向とほぼ一致している。したがって、高速計算を適用する領域を基本解に基づいて決

定する。領域の決定は、まず、(9)式の右辺第1項において $\{0\}$ とみなす $\{\delta A\}$ の最小値が決定し、これを満たす r を基本解から求める。次に、傷領域端部からの距離が r となる有限要素を選び、それらを高速計算の対象領域とする。

高速計算の対象領域の大きさと計算精度及び高速化の効果を励磁コイル周波数 300kHz で傷形状 OD40(Outer Defect 40%)の検証モデル⁽¹⁾で確認した。この結果を表1に示す。

表1 計算精度と高速化の効果

計算領域	渦電流の 計算誤差(%)	計算時間(秒)		高速化率 (%)
		ICCG	係数行列	
領域A	1.10	12	722	5.1
領域B	0.430	26	795	5.7
領域C	0.0263	46	876	6.4
領域D	0.00712	146	1213	9.4
有限要素解析	-	437	14094	-

計算領域は提案した高速計算式を適用する領域の大きさを表しており、 $\{\delta Ax\}$ の最小値を小さくすれば、高速計算領域は大きくなる。表中の計算領域は、 $\{\delta Ax\}$ の最小値を $\{\delta A\}$ の最大値の1%、0.1%、0.01%、0.001%としたものを、それぞれ、領域A、領域B、領域C、領域Dとして表している。渦電流の誤差は、高速計算によって生じるものであり、再計算領域内の有限要素の高速化法を用いた計算値と有限要素解析結果との差である。計算時間は高速計算法による計算時間を示している。係数行列の計算時間は、計算領域の設定に伴う変数の再番号付けなどの前処理時間を含んだものであり、(10)式の処理時間のみではない。高速化率はOD40モデルの有限要素解析の計算時間に対する高速計算法の計算時間の比であり、小さいほど高速化されていることを表す。

領域Aでは、計算結果の渦電流の

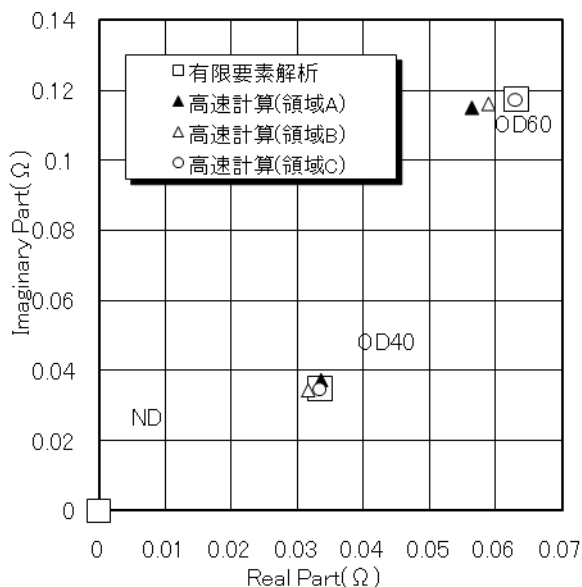


図4 高速計算の結果と実測値

誤差は1.1%となっている。これは通常の渦電流解析では高精度の解と考えられるが、インピーダンス計算は渦電流の積分であり、かつ、ECT 信号は ND モデルとのインピーダンスの差である。このため、渦電流の計算誤差は小さくとも、ECT 信号としては大きな誤差となる場合もある。図 4 に計算された ECT 信号を示す。計算結果が有限要素解析の結果と一致すれば、計算誤差はないこととなる。OD60 モデルでは、領域 A では計算精度不足であり、領域 C で高速計算による誤差は無視できる程度に減少している。また、表 1 の高速化率で見れば、領域 C での計算時間は、有限要素解析の計算時間の 6.4%であり、高速計算法が非常に有効であることが確認できる。

3. まとめ

渦電流探傷のための有限要素解析の高速解法について検討した。得られた結果をまとめると以下ようになる。

- (1) 傷によって生じる渦電流の変化が傷周辺に限られることに着目し、既知解を利用し、解析領域を傷周辺部に限定した渦電流の高速計算法を提案した。
- (2) 高速計算を適用する領域の大きさと計算精度について検討し、妥当な ECT 信号が得られる領域を決定する方法を示した。
- (3) 高速計算法をベンチマーク問題へ適用することで、提案手法によって、計算時間は通常の解析法の 6.4%となり、また、大きな計算誤差は発生せず、妥当な ECT 信号が得られることを確認した。

参考文献

- (1)M.Takagi, M.Hashimoto, H.Fukutomi et al.: "Benchmark models of eddy current testing for steam generator tube: experiment and numerical analysis," International Journal of Applied Electromagnetics in Materials, Nol.5, No. 2, pp.149-162, (1994).
- (2)H.Tsuboi, M.Tanaka, K.Ikeda and K.Nishimura: "Computation results of the TEAM Workshop Problem 7 by finite element methods using tetrahedral and hexahedral elements," Proceeding of First Japanese-Greek Joint Whorkshop on Superconductivity and Magnetic Materials, (1999).
- (3)佐藤、亀有、小金沢、新倉：「変要素有限要素法による渦電流探傷(ECT)の解析」、電気学会静止器・回転機合同研究会資料、SA-95-12、RM-95-74(1995)。

Fast Computation Technique for Numerical Analysis in Eddy Current Testing Problems

Motoo Tanaka

ECT (Eddy Current Testing) is one of the nondestructive inspection techniques to detect cracks on a conductor surface. Several types of ECT systems have been developed and their efficiencies were investigated by numerical methods and experimental methods. In advanced ECT systems, it is important to estimate crack shape from ECT signals, and the estimation becomes an inverse problem. Therefore, efficient finite element method for the eddy current testing should be required. In this paper, a fast computation technique for practical model with a small crack is proposed. The fast computation technique based on the transformation of the final simultaneous equations around the crack is shown. The efficiencies of the fast computation technique are verified by the computation results of the benchmark model.