ミーリー機械の初期状態推定器

渡辺浩司　森克己

オートマトン論で良く知られているオフラインの初期状態同定法である，適応型判定実験の状態同定過程に基づいて，オンラインでミーリー機械の初期状態を推定する初期状態推定器 (ISE) の導出を行う．加えて，ISE による初期状態推定が成功するような対象機械への入力系列のクラスについても考察する．

【キーワード：ミーリー機械，初期状態推定器，一般化適応判定系列】

1　まえがき

内部状態が不明な有限状態機械(FSM)に適当な入力系列を加え，それに対する出力系列を観測することで，そのFSMの内部状態に関する情報を得る，状態同定実験はオートマトン論では良く知られている[1]．この実験には，初期状態を同定する実験(DE)と，最終状態を同定する実験(HE)がある．

線形システム論では，このDEおよびHEに対応するシステムとして，それぞれ状態ろ波器(SS)および状態観測器(SO)が存在している．しかしながら，DE，HEとSS，SOの間には，オフラインとオンラインという決定的な違いがある．すなわち，SSやSOは，任意に動作している線形システムの入出力応答を用いて状態推定を実行するのに対し，DEやHEは，あらかじめ実験者が設計した入力系列を対象機械に加え，その出力に基づいて状態を同定する．さらにSSでは初期状態に限らず，過去の任意の時刻での状態推定が可能である．このように，SSおよびSOはDEやHEと比べてより優れた同定法といえる．しかしながらオートマトン論では，オンラインの状態同定に関する研究は論文[3] の他にはほとんど見当たらない．

我々は論文[4]で，HEの一種である適応型HEによる状態の同定過程に着目し，それがFSMのオンライン状態同定のメカニズムを含んでいることを示し，その観点からムーア機械に対するSOが構成できる事を示した．本報告ではこのアプローチと同様にして，初期状態同定実験である適応型DEの状態同定過程に基き，オンラインでFSMの初期状態を推定する初期状態推定器(ISE)の導出を行う．加えて，ISEによる初期状態推定が成功するような対象機械への入力系列のクラスが，適応型DEに用いられる入力系列である適応判定系列を拡張した一般化適応判定系列となることを示す．

2　適応判定系列とその一般化

n 状態，m 入力，s 出力のFSMを $M = (Q,\Sigma,\Delta,\delta,\lambda,p_0)$ と定義する．ここで $Q=\{q_i|i=1,\cdots,n\}$ は状態の集合，$\Sigma=\{a_k|k=1,\cdots,m\}$，$\Delta=\{\alpha_l|l=1,\cdots,s\}$ は入力および出力記号の集合である．$p_0(\in Q)$ は初期状態である．δ は $\delta(q_i,a_k)=q_j$ で定義される状態推移関数，λ は出力関数であり，$\lambda(q_i)=\alpha_l$ のとき M はムーア機械，$\lambda(q_i,a_k)=\alpha_l$ のとき M はミーリー機械と呼ばれる．以下，M は完全定義かつ既約なミーリー機械とする．

表1　ミーリー機械 M_1

	a_1		a_2	
q_1	q_2	α_1	q_2	α_1
q_2	q_3	α_2	q_1	α_2
q_3	q_2	α_2	q_4	α_2
q_4	q_3	α_2	q_4	α_1

さて，FSMの初期状態同定法である適応型DEでは適応判定系列(ADS)と呼ばれる入力系列の集合が用いられる．ADSの設計には通常，ADSの導出木が用いられる．表1で定義されるミーリー機械 M_1 に対するADSの導出木は図1から点線で表わされるリンクを取り除いたものである．なお，図1では，ノード $(\cdot,q_4,q_1,q_4)$ と $(\cdot,q_2,q_4,\cdot)$ から先は省略している．

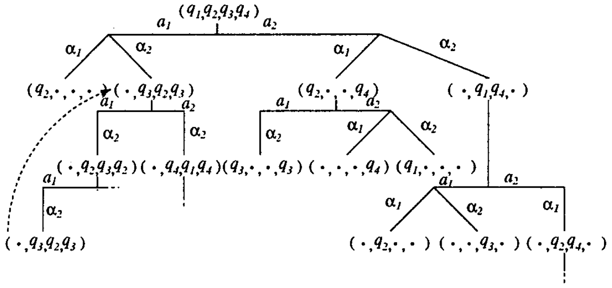

図1　M_1 のリンク付き適応判定木

ADSの導出木に対して，Hennieの方法[2]によりADSは $\{a_2a_2,a_1a_2\}$ と求められる．なお，本報告では記号列を通常とは逆順で表記する．つまり a_1a_2 は a_2 が加えられた後に a_1 が加えられる事を表わす．実験ではまず，M_1 に入力 a_2 を加え，それに対する M_1 の出力を観測する．観測された出力に応じて a_2 もしくは a_1 を加え，それに対する M_1 の出力に従って，M_1 の初期状態が同定される．例えば a_2 に対する応答が α_2 のときは，次に加えられる入力は a_1 であり，この時，初期状態は α_1 が観測されれば q_2，α_2 ならば q_3 であると同定される．さて，本報告ではADSの拡張を行うため，ADSの導出木にリンクを付加したリンク付き適応判定木(ADTL)を導入する．ADTLは論文[4]で用いたリンク付き適応ホーミング木(AHTL)のノードを状態集合から状態の n 項組に変更したものとなっている．図1は M_1 に対するADTLである．

M に対するADTLの各ノードは n 項組$(q^1,q^2,\cdots,q^n)$ $(q^i\in Q\cup\{\cdot\},i=1,\cdots,n)$ である．根は M の状態 $q_i(\in Q)$ が，初期状態の候補であるならば $q^i=q_i$，そうでなけれ

ば $q^i = \cdot$ という n 項組である．図1ではM_1 の全ての状態を初期状態の候補としている．$N(M)$ を M に対するADTLのノードの集合とする．

各ノードからの水平方向の枝は入力記号 $a_k(\in \Sigma)$，垂直もしくは斜め方向の枝は出力記号 $\alpha_l(\in \Delta)$ でラベル付けされる．ノード $r(\in N(M))$ と，r から (a_k, α_l) でラベル付けされた枝の先のノード$r'(\in N(M))$ との関係を次式のように表す．

$$r' = (a_k, \alpha_l)r \tag{1}$$

$r' = (q^{1'}, q^{2'}, \cdots, q^{n'})$ は$r = (q^1, q^2, \cdots, q^n)$ から次式のように定められる．

$$q^{i'} = \begin{cases} \delta(q^i, a_k) & \text{if } \lambda(q^i, a_k) = \alpha_l \\ \cdot & \text{otherwise} \end{cases} \quad (i = 1, \cdots, n) \tag{2}$$

また，$\delta(\cdot, a_k) = \cdot$ とし，さらに $\lambda(\cdot)$ および $\lambda(\cdot, a_k)$ は未定義とする．

ADTLに同じ状態の n 項組を持つノードが存在する場合は，そのうち一つのみが子孫を持ち，その他は子孫を持つノードにリンクされる．

図1の $(\cdot, \cdot, \cdot, q_4)$ や，$(q_1, \cdot, \cdot, \cdot)$ のようにn 項組の成分のうち一つのみが状態でその他が「·」であるノードと，$(q_3, \cdot, \cdot, q_3)$ のように同じ状態のみを複数含むノードが葉となる．前者を終端葉，後者を死状態葉と呼び，それらの集合をそれぞれ $TL(M)$ および $DL(M)$ とする．

$L(M) = \{(a_k, \alpha_l) | a_k \in \Sigma, \alpha_l \in \Delta\}$ をラベルの集合とする．$L^*(M)$ を $L(M)$ のクリーネ閉包とし，その要素をラベル系列と呼ぶ．

さて，$r'' = (a_{k'}, \alpha_{l'})r'$ (ここで $r'' \in N(M)$)のとき，式(1)より，r から r' を通る r'' へのパスはラベル系列 $(a_{k'}, \alpha_{l'})(a_k, \alpha_l)$ $(\in L^*(M))$ を用いて$r'' = (a_{k'}, \alpha_{l'})(a_k, \alpha_l)r$ と表わされる．

以上のようにして構成されるADTLは適応型DEにおける対象機械 M の初期状態の同定の過程をその根から，加えた入力と観測される出力に従ってパスを辿る動作として表現している．到達したノードがその時点での M の初期状態およびその時点での状態の候補を表す．つまり到達したノードの第 i 成分 q^i が $\cdot$ でないならばq_i は初期状態の候補であり，q^i は初期状態が q_i の時のその時点での M の状態を表す．終端葉に到達した時点で初期状態が一意に定まり実験は終了である．死状態葉には同じ状態のみが含まれるため，それ以降どのような入力に対しても同じ状態にしか推移しない．よって死状態葉に到達した場合は初期状態の同定は不可能となる．従ってADSは死状態葉に到達しないように設計される．

さて，AHSをAHTLに基づき拡張した一般化適応ホーミング系列[4]と同様に，ADSも次のように一般化できる．

M に対するADTLの根 r^0 から終端葉へのラベル系列を判定ラベル系列と呼ぶ．全ての判定ラベル系列の集合 $D(M, r^0)$ は次のようになる．

$$D(M, r^0) = \{\gamma \in L^*(M) \mid r = \gamma r^0, r \in TL(M)\} \tag{3}$$

$D(M, r^0)$ に基づいてADSを一般化した系列を次のように定義する.

$$D^I(M, r^0) = \{\gamma^I \mid \gamma \in D(M, r^0)\} \tag{4}$$

$D^I(M, r^0)$ の要素を M の一般化適応判定系列(一般化ADS)と呼ぶ. γ^I は, $\gamma = (a_{k_d}, \alpha_{l_d})(a_{k_{d-1}}, \alpha_{l_{d-1}})\cdots(a_{k_1}, \alpha_{l_1})(\in L^*(M))$ に対して$\gamma^I = a_{k_d}a_{k_{d-1}}\cdots a_{k_1}$ である.

3　初期状態推定器とその収束系列

3.1　初期状態推定器

FSMに対する初期状態推定器を次のように定義する.

M を完全定義かつ既約で初期状態が不明な動作中のFSMとする. M の初期状態推定器(ISE)とは, M の入出力対 (a_k, α_l), $(a_k \in \Sigma, \alpha_l \in \Delta)$ をその入力とし, M の初期状態の候補である状態の集合を出力するFSMである. M に対するISEは M^I と表記する.

さて, ADTLは適応型DEによる初期状態同定の過程を表現している. その過程 (1) は, 次の2つのステップに分割できる.

Step 1: ノード $r = (q^1, q^2, \cdots, q^n)$ の各成分のうち入力 a_k で α_l を出力する状態を選択する. 選択後の n 項組を $p = (p^1, p^2, \cdots, p^n)$ とする. p は次の関数 E を用いて式(7)として得られる.

$$E((q^1, q^2, \cdots, q^n), (a_k, \alpha_l)) = (p^1, p^2, \cdots, p^n) \tag{5}$$

$$p^i = \begin{cases} q^i & \text{if } \lambda(q^i, a_k) = \alpha_l \\ \cdot & \text{otherwise} \end{cases} \quad (i = 1, \cdots, n) \tag{6}$$

$$p = E(r, (a_k, \alpha_l)) \tag{7}$$

Step 2: Step 1 で得られた p の各成分のa_k による推移後の状態の n 項組が次のノード $r' = (q^{1'}, q^{2'}, \cdots, q^{n'})$ となる. r' を得るためにまず M の状態推移関数 δ をn 項組に対して次のように拡張する.

$$\widetilde{\delta}((p^1, p^2, \cdots, p^n), a_k) = (q^{1'}, q^{2'}, \cdots, q^{n'}) \tag{8}$$

$$q^{i'} = \delta(p^i, a_k) \quad (i = 1, \cdots, n) \tag{9}$$

$\widetilde{\delta}$ を用いて r' は次式のように書ける.

$$r' = \widetilde{\delta}(p, a_k) \tag{10}$$

適応型DEによる初期状態同定ではこの**Step 1**および**2**を繰返し行っている. この過程を対象機械 M から観測される入力記号 a_k と出力記号 α_l の組 (a_k, α_l) $(\in L(M))$ による初期状態推定過程と捉えることでISE M^I が構成できる. つまり, M^I はADTLの各ノードを状

態とし，状態 r において (a_k, α_l) を入力とし，式(7)および(10)を実行し，r' に基づく初期状態の推定を出力するという動作を繰り返すことによりADTLのパスを辿り，終端葉に到達した時点で初期状態推定が完了するFSMである．

先に述べたように死状態葉に到達した場合は初期状態の推定が不可能となるので，この時 M^I は動作を停止するものとする．これは次の関数 F

$$F(r) = \begin{cases} 1 & r \in DL(M) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{11}$$

により判定する．$F(r) = 1$ ならば M^I は停止する．

式(7),(10),(11)よりISE M^I は次のようにムーア機械として定式化できる．

$$M^I = (N(M), L(M), 2^Q, \delta^I, \lambda^I, r^0) \tag{12}$$

ただし，状態集合は $N(M)$，(a_k, α_l) を1個の入力記号とみなし入力記号集合は $L(M)$ である．出力集合は M の状態集合 Q のベキ集合 2^Q である．初期状態は $r^0(\in N(M))$ であり，これは推定開始時の初期状態の候補からなる n 項組である．また，$F(r) = 1$ は初期状態の推定が不可能となったことを表わし，このとき M^I は停止する．状態推移関数 δ^I および出力関数 $\lambda^I(r)$ はそれぞれ以下のようになる．

$$\delta^I(r, (a_k, \alpha_l)) = \widetilde{\delta}(E(r, (a_k, \alpha_l)), a_k) \tag{13}$$

$$\lambda^I(r) = (\{q_i \mid q^i \neq \cdot, q^i \in r, i = 1, \cdots, n\}, F(r)) \tag{14}$$

この証明は[4]の，ムーア機械に対するAHTLからの状態観測器導出の証明とほぼ同様であり，ここでは省略する．

3.2 初期状態推定器の収束系列

M に対するISE M^I への入力系列 $\gamma(\in L^*(M))$ に対して$r' = \delta^I(r^0, \gamma)$ より得られる状態 r' が $r' \in TL(M)$ のとき，γ^I を M^I の収束系列と呼ぶ．なお，δ^I は$N(M) \times L^*(M) \Rightarrow N(M)$ という関数へ拡張している．

M^I の収束系列のクラスを定めるために，まず，M^I に基づいて次のように M^I が収束するラベル系列を受理する有限オートマトンを$\overline{M}^I = (N(M), L(M), \overline{\delta}^I, TL(M), r^0)$ と定義する．$\overline{M}^I$ を初期状態推定器オートマトン(ISEA)と呼ぶ．状態集合 $N(M)$，入力記号集合 $L(M)$，初期状態 r^0，状態推移関数 $\overline{\delta}^I$ は M^I と等しい．受理状態集合は $TL(M)$ であり，従って $\overline{M}^I$ は M^I の収束するラベル系列を受理する．なお $\overline{M}^I$ は受理状態に到達したら停止するものとする．

次にADTLのリンクされたノードを統合してリンクを消去し，a_k と α_l でラベルづけされた枝をラベル (a_k, α_l) の有向エッジに変更することで得られる有向グラフを適応型判定グ

ラフ(ADG) と呼ぶ．根 r^0 を初期状態，終端葉を受理状態とする M のADGはISEA $\overline{M}^I$ の状態推移図と同形となる．従って $\gamma(\in L^*(M))$ によってADTLの根から終端葉へ到達することと，ISEAが γ を受理することは等しい．よって，M に対するISE M^I の初期状態が r^0 であるときの収束系列の集合は M の一般化適応判定系列の集合 $D^I(M, r^0)$ となる．

4　まとめ

適応型DEで用いられる適応型判定系列(ADS)の設計には，ADSの導出木が用いられる．本報告ではこのADSの導出木に基づいて，ミーリー機械のオンラインの初期状態推定を行う初期状態推定器(ISE)を構成した．論文[4]では，オンラインでFSMの現状態の推定を行う状態観測器を導出しており，今回のISEと合わせてFSMのオンラインの状態推定問題に対する一つの解を与えたといえる．

参考文献

[1] E.F. Moore, “Gedanken-experiments on sequential machines,” Automata studies, C.E.Shannon and J.McCarthy(eds.), pp.129–153, Princeton University Press, 1956.

[2] F.C. Hennie, Finite-state Models for Logical Machines, John Wiley & Sons, New York, 1968.

[3] M. Gatto and G.Guardabassi, “The regulator theory for finite automata,” Inform. Control, vol.31, pp.1–16, 1976.

[4] K. Watanabe, T. Ikai, and K. Fukunaga, “State observers for Moore machines and generalized adaptive homing sequences,” IEICE Trans.on Inf&Syst, Vol.E-84-D, No.4, pp.530–533,2001.

ミーリー機械の初期状態推定器

Initial State Estimators for Mealy Machines

Koji Watanabe　Katsumi Mori

An off-line initial state identification method called an adaptive distinguishing experiment is well-known in the automata theory. In this paper, we derive an initial state estimator(ISE) for a Mealy machine based on the state identification process by means of the adaptive distinguishing experiment, and discuss the convergence property of the ISE.

【keyword:Mealy machine, initial state estimator, generalized adaptive distinguishing sequence】